Math. Forschungsinstitut Oberwolfach
E 20/01119

Mathematisches Forschungsinstitut
Oberwolfach

Tagungsbericht 19|1967

TOPOLOGIE

29. 8. - 9. 9. 1967

Leitung: A. Dold (Heidelberg), D. Puppe (Saarbrücken), H. Schubert (Kiel)

Teilnehmer

Aeppli, A., Zürich
Bauer, F. W., Frankfurt
Bos, W., Heidelberg
Brieskorn, E., Bonn
Brinkmann, H. B., Saarbrücken
Bröcker, Th., Heidelberg
Burde, G., Frankfurt
Chen, Yuh-ching, Middletown (USA)
Cohen, J., Chicago (USA)
Debrunner, H., Bern
tom Dieck, T., Saarbrücken
Dold, A., Heidelberg
Dress, A., Berlin
Dudda, Kl., Frankfurt
End, W., Saarbrücken
Erle, D., Bonn
Fritsch, R., Saarbrücken
Fuchs, M., East Lansing (USA)
Gamst, J., Kiel
Giambalvo, V., Heidelberg
Heller, A. New York (USA)
Hsiang, Wu-chung, New Haven (USA)
Ischebeck, Fr., Heidelberg
Jänisch, K., Bonn
Kamps, K. H., Saarbrücken
Karoubi, M., Sceaux (Frankreich)
Koch, W., Saarbrücken
Kraus, J., Heidelberg
Kniper, N. H., Wagening (Holland)
Liulevicius, A., Chicago (USA)
Madson, I. B., Aarhus (Dänemark)
Mayer, K. H., Bonn
Meyer, W., Bonn
Milgram, R. J., Mexico
Mukherjee, A., Oxford (England)
Noga, D., Kiel
Puppe, D., Saarbrücken
Puppe, V., Heidelberg
Schubert, H., Kiel
Siebeneicher, Chr., Berlin
Simonis, J., Leiden (Holland)
Switzer, R., Manchester (England)
Takens, F., Amsterdam (Holland)
Tangora, , Chicago (USA)
Thomeier, S., Aarhus (Dänemark)
Tierney, M., Zürich
Tondeur, Ph., Zürich
van de VEN, A., Leiden (Holland)
Verdier, J. L., Strasbourg (Frankreich)
Watari, S., Tokio (Japan)
Wegner, B., Berlin
Wesselius, W., Enschede (Holland)

Gefördert durch DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft
©

Gefördert durch
Deutsche Forschungsgemeinschaft

Vortragsauszüge

HSIANG, Wu-chung: H-Cobordant manifolds are NOT necessary homeomorphic

S. Smale's h-cobordism says that an h-cobordism $(W^{n+1}; M^n, M'^n)$ is diffeomorphic to $(M^n \times I; M^n, M^n)$ provied that $n \geqslant 5$, $\pi_1(M) = 0$. Then, Mazur-Stallings-Banden generalized to the S-Cobordism-Theorem which says, that if $\pi_1(W^{n+1}) \neq 0$, the obstruction for W^{n+1} diffeomorphic $M^n \times I$ is an element $\tau(W^{n+1}) \in Wh(\pi)$. However, it has been conjectured for some time by many topologists that W^{n+1} is still homeomorphic to $M \times I$. We prove that this conjecture is false.

Th For $n \geqslant 6$, there is always an h-cobordism $(W^{n+1}; M^n, M'^n)$ such that M^n is not homeomorphic to M'^n. In particular, W^{n+1} is not homeomorphic to $M^n \times I$.

The manifold M^n can be taken as $T^{n-3} \times L$ where L is a Lens space with $\pi_1(L) = Z_{p^2}$.

We also obtained similar results on the projective class group for tame embeddings of Siebenmann. Some partial results on "topological invariance of Whitehead torsion" are indicated.

This is a joint work with T. F. Fanell.

MEYER, W. T.: Closed geodesics on compact manifolds

The problem of finding lower bounds for the number of geometrically distinct periodic geodesics on a compact Riemannian manifold is 60 years old. Poincaré proved in 1905 the existence of one geodesic for a surface analytically equivalent to the 2-sphere. Since then there were several contributions assuring the existence of a certain finite number of geometrically distinct periodic geodesics on manifolds homeomorphic to the n-sphere and for some other spaces. Klingenberg recently proved the existence of 3 distinct closed geodesics on an arbitrary compact manifold. - Now using Morse theory and the Sturm intersection theory of Bott the following result is available:

Theorem. "Let M be a compact simply connected Riemannian manifold. Assume that the sequence of Betti numbers $b_r(\Omega M)$ of the free loop space ΩM of M is not bounded ($\dim M \geqslant 2$). Then there are infinitly many geometrically distinct periodic geodesics on M".

Gefördert durch DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft ©

Gefördert durch
DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft
©

Examples to which the theorem applies are manifolds homeomorphic to a compact Lie-group of rank $k \geqslant 2$ or manifolds homeomorphic to a product of spheres $S^m \times S^n$.

This is a joint work with D. Gromoll.

COHEN, J. M.: A Spectral Sequence Comparison Theorem and the Hurewicz Homomorphism

We consider only Serre-type spectral sequences (i. e.

$$E^1_{**} = E^1_{*,0} \otimes E^2_{0,*}$$

and first quadrant terms only). We define a pseudo-identity as an isomorpism $f : G \to G$, where G is some abelian group such that for all x

$$x,\ f(x),\ f(f(x)), \ldots$$

are contained in a finitely generated subgroup of G. Then we prove

Theorem: Let $f : E^2_{0,*} \to E^2_{0,*}$ induce a map from spectral sequence to itself. Then if $f/E^{\infty}_{0,*}$ is a pseudo-identity, $f/E^2_{0,*}$ is also.

Using the Serre spectral sequence we get the following

Corollary 1: If $F \xrightarrow{i} X \xrightarrow{p} B$ is a 1-connected fibre space and $f : X \longrightarrow X$ is a fibre map covering the identity $B \longrightarrow B$ then if f induces a pseudo-identity on $\operatorname{Im}(i_* : H_*(F) \longrightarrow H_*(X))$, then f induces a pseudo-identity on $H_*(X)$.

Using a spectral sequence defined für any convergent spectrum $\underline{X}$, we get

Corollary 2: If $f : \underline{X} \to \underline{X}$ induces a pseudo-identity on the image of the Hurewicz homomorphism, then f is a weak homotopy equivalence.

In particular

Corollary 3: If X, Y are 1-connected CW-complexes of finite type and there are maps $f : X \longrightarrow Y$, $g : Y \to X$ which are isomorphisms on the image of the stable Hurewicz homomorphism, then f, g are homotopy equivalences.

Gefördert durch DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

Gefördert durch
DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft
©

END, W. : Die Operationen ψ^k von Adams für die reelle K-Theorie

A.Dold hat gezeigt, daß nach geeigneter Definition der ψ^k in der komplexen K-Theorie die elementaren Eigenschaften (Additivität, Multiplikativität, Vertauschbarkeit) hergeleitet werden können, ohne daß man das Spaltungsprinzip benutzt. Eine ähnliche Definition gibt es für die ψ^k in der reellen K-Theorie .

KAROUBI, M. : La suite exacte de cohomologie en K-thêorie

Pour chaque foncteur de Serre quasi-surjectif $\varphi : \mathcal{C} \to \mathcal{C}'$ entre deux catégories de Banach, on définit, à l'aide des algèbres de Clifford, des groupes $K^n(\varphi)$ qui généralisent les groupes $K^n(X, Y)$ d'Atiyah et Hirzebruch. On définit ensuite une suite

$$K^{n-1}(\mathcal{C}) \to K^{n-1}(\mathcal{C}') \to K^n(\varphi) \to K^n(\mathcal{C}) \to K^n(\mathcal{C}')$$

dont on démontre qu'elle est exacte. L'exactitude de cette suite implique, sous une forme plus générale, les théorèmes de "périodicité" de Bott.

AEPPLI, A. : Eine Erweiterung der Smithschen Theorie

p = ungerade Primzahl. $Z_p = \{1, h, h^2, \ldots, h^{p-1}\}$ operiere als Decktransformationsgruppe auf E. h induziert $h : C^{\#}E \to C^{\#}E$. $t = 1 - h$, $t^k = (1 - h)^k$ für $k = 1, 2, \ldots, p-1$; $t^{p-1} = s$, $t^p = 0$. Dann ist $\ker t^k = \operatorname{im} t^{p-k}$, und wir definieren ${}^kH^* E = H^* \ker t^k = H^* \operatorname{im} t^{p-k}$. Man erhält:
${}^kH^* E \cong H^*(E/Z_p ; \mathfrak{G}_k)$ für gewisse Garben $\mathfrak{G}_k$, Richardson-Smithsche exakte Folgen für $0 \to \ker t^k \to C^{\#}E \to \operatorname{im} t^k \to 0$, "Switching" Homomorphismen und Smithsche Operationen $\mu_k, \nu_k : {}^kH^* E \to {}^kH^* E$. Schließlich ergeben sich Darstellungen $\mu_k x = \mu_o \cup x$, $\nu_k x = \nu_o \cup x$ und verallgemeinerte "Thom-Bott-Formeln", welche erlauben, die Steenrodschen Operationen vollständig innerhalb der Smithschen Theorie zu behandeln: Definition, Existenz, axiomatische Charakterisierung (Fortsetzung des Programmes von Thom-Bott-Wu-Nakaoka).

Gefördert durch DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft ©

Gefördert durch
DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

BRIESKORN, E. : Singularitäten und Differentialtopologie

X sei eine Hyperfläche im C^{n+1} mit einer isolierten Singularität im Nullpunkt, und Σ der Durchschnitt von X mit einer kleinen Sphäre um den Nullpunkt. Σ ist eine (2n-1)-dimensionale kompakte orientierbare C^{∞}-Mannigfaltigkeit, deren Diffeomorphietyp nur von der Singularität $(X, 0)$ abhängt.

Hauptresultat: " Für $n > 2$ kommen unter den Umgebungsrändern Σ alle exotischen (2n-1)-Sphären vor, die eine parallelisierbare Mannigfaltigkeit berandet. " Der Beweis hierfür ergibt unter anderem einfache Gleichungen für diese Sphären, zum Beispiel

$$x_o^{6k-1} + x_1^3 + x_2^2 + \ldots + x_{2m}^2 = 0$$

$$x_o \bar{x}_o + \ldots + x_{2m} \bar{x}_{2m} = 1$$

für $(-1)^m k g$, wo g der kanonische Generator der Gruppe bP_{4m} der eine parallelisierbare Mannigfaltigkeit berandenden (4m-1)-Sphären ist, und

$$x_o^3 + x_1^2 + \ldots + x_{2m+1}^2 = 0$$

$$x_o \bar{x}_o + \ldots + x_{2m+1} \bar{x}_{2m+1} = 1$$

für die (4m+1)-dimensionale Kervaire-Sphäre.

KUIPER, N. H. : Algebraic equations for 8-manifolds

J. Nash proved that every (closed connected) smooth n-manifold is diffeomorphic with a Nash manifold that is a analytic manifold component of a real algebraic variety (in $\mathbb{R}^{2n}$). By Thom, Munkres, M. Hirsch, Milnor, Kervaire, Smale, Cerf every C^{omb} n-manifold for $n \leq 7$ has a smoothing. So it is C^{omb}-homeomorphic with such a Nash manifold. With the help of the singularities of Brieskorn-Milnor-Hirzebruch the same can be concluded for every C^{omb}- 8-manifold. In the non smoothable case the component has a singularity.

Let

$$z_j = x_j + i y_j \in \mathbb{C}$$

(1) $$z_1^{6k-1} + z_2^3 + z_3^2 + z_4^2 + z_5^2 + \sum e^j z_j^{6k} = 0 .$$

Example 1: $V_k \in P^5(\mathbb{C})$, defined by the equation (1) in non-homogeneous coordinates, is an oriented topological manifold not homeomorphic to any smooth manifold for $k \not\equiv 0 \mod 28$.

Gefördert durch DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

©

Gefördert durch
DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

Example 2: $V_1' \in P^\infty(\mathbb{R})$ defined by the equation (1) in real non homogeneous coordinates x_j, y_j is a non oriented C^{omb}-manifold (not) C^{omb}-homeomorphic with a smooth manifold for k even (odd).

By Wall V_1 and Ω_p^{diff} generate the cobordism group Ω_p^{comb}, V_1' and N_8^{diff} generate the non oriented cobordism group N_8^{comb}.

BURDE, G.: Über Knotengruppen

Sei G die Gruppe eines Knotens k und $\bar{C}_n$ die n-fache zyklische verzweigte Überlagerung zu k. Es existiert ein Homomorphismus $\alpha : G \to Z_n \otimes H_1(C_n)$ der Knotengruppe auf das semidirekte Produkt einer zyklischen Gruppe Z_n der Ordnung n mit der ersten Homologie-Gruppe $H_1(\bar{C}_n)$ von $\bar{C}_n$, der k invariant zugeordnet ist. Der zu diesem Homomorphismus gehörige Normalteiler sei N_n. Macht man N_n abelsch, so gewinnt man einen weiteren Homomorphismus β von G, der sich mit Hilfe der Darstellungstheorie auswerten läßt. Es werden für eine Klasse von Knoten (grob gesagt solche, die Torsionszahlen zweiter Stufe besitzen) aus β abgeleitete Homomorphismen von G untersucht, die gestatten, aus dem "Längskreis" des Knotens eine berechenbare Invariante abzuleiten. Die gewonnene Invariante wird auf Knoten mit zwei Brücken angewandt und liefert eine Klassifikation dieser Knoten.

MADSEN, I. B.: Some Whitehead products on spheres

The following problem is examined: Let $\alpha \in \pi_k(S)$ be a stable homology element detected by a secondary cohomology operation. For which n is the Whitehead product $[\alpha_n, \iota_n] \in \pi_{2n+k-1}(S^n) \neq 0$. The problem splits up into three:

(j) Evaluation of certain tertiary cohomology operations,

(jj) Stabilization of certain 3^{rd} order relations,

(jjj) Computations in Adams spectral sequence.

The following result is typical: Let $\bar{\nu}_6 \in \pi_{14}(S^6)$ have "Hopf-invariant" ν_5. (Such $\bar{\nu}_6$ exists since $[\nu_5, \iota_5] = 0$.) Let $\bar{\nu}_n$ be the suspensions of $\bar{\nu}_6$. Then

$[\bar{\nu}_n, \iota_n] = 0 \Rightarrow n \equiv -1\ (4)$, $n \equiv -2\ (4)$ or $n + 11 \in N$, where N is the set of integers n such that $E_3^{3,n} \neq 0$ (E_3-term in Adams s. sequence).

(Joint work with Leif Kristensen)

Gefördert durch DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

©

Gefördert durch
DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft
©

MILGRAM, R. J. : 1) Embedding and immersing of projective spaces

2) Higher Massey products and Steenrod squares

1) Recently M. Mahawold and I have developed methods for obtaining immersions of the various kinds of projective spaces in Euclidian space. For example P^n immerses in R^{2n-k} where k is approximately $\alpha(n)$ (the number of ones in the dyadic expansion of n). These techniques and some classical work of H. Whitney have been further exploited to show the projective spaces P^n embed in R^{2n-j} where j is approximately $\log_2(\alpha(n))$. There are similar results for complex and quaternionic projective spaces.

2) Recent worksof Kranes, P. May, and L. Smith have shown the importance of higher Massey products in algebraic topology. It is natural (and important in applications, for example, in studying the structure of the cohomology of the Steenrod algebra) to ask how the Steenrod operations act on these Massey products. We can now prove that given a Massey product $\langle a_1, \ldots, a_n \rangle$ there is another Massey product $\langle A_1(i), \ldots, A_n(i) \rangle$ which is defined whenever the first is and contains sq^i of the first product. The formula is, in fact, a direct generalization of the Cartan formula. There are also some applications, in particular to studying the action of the Steenrod algebra on certain 2 stage Postnikov systems.

WATARI, S. : Über die Charaktere der stark konvexen Funktionen an den Rändern der pseudokonvexen Gebiete in komplexen Räumen

Ein Satz in der Arbeit von R. Narasimhan (Math. Ann. 146, 195–216) besteht, wie er selbst hinweist, unverändert für eine stark konvexe Funktion ohne Lipschitzsche Bedingung. Ein Teil dieser Aussage ist bewiesen.

DRESS, A. : Zur Serreschen Spectralsequenz

Die Serresche Spectralsequenz kann mit Hilfe des folgenden Doppelkomplexes $K_{\cdot\cdot}(f)$ ($f : E \to B$ stetig) hergeleitet werden: $K_{pq}(f)$ ist die freie abelsche Gruppe, die von den kommutativen Quadraten

$$\begin{array}{ccc} \Delta_p \times \Delta_q & \to & E \\ \downarrow & & \downarrow f \\ \Delta_p & \to & B \end{array}$$

erzeugt wird, mit evidenter Randbildung.

Gefördert durch
DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft
©

Gefördert durch
DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

TAKENS, F.: Lusternik-Schnirelman category and the minimal number of critical points of a function

The Lusternik-Schnirelman category was introduced to have a lower bound for the minimal number of critical points of a function on a manifold depending only on the homotopy type of the manifold.

Conditions were given in which cases a function, on a given manifold, can be constructed whose number of critical points equals the Lusternik-Schnirelman category.

MUKHERJEE, A.: On generalizations of Smale-Hirsch theory of immersions

The present work concerns with the problem of classifying smooth maps of some fixed constant rank k of a smooth manifold V^n in another W^m, where $0 < k \leq n$, $k < m$. Two such maps are regularly homotopic if one can be deformed into the other through maps of the same type. It is proved that the regular homotopy classes in question correspond bijectively to the homotopy classes of linear maps of rank k of τV^n in τW^m, the correspondence being $f \to df$. Thus the result is a generalization of the classification of smooth immersions of smooth manifolds.

ERLE, D.: Unendlich-zyklische Knotenüberlagerung und quadratische Form eines Knotens

Wenn man den Koeffizientenring passend wählt, verhalten sich Homologiemoduln und Kohomologiering der unendlich-zyklischen Überlagerung eines Knotenaußenraumes wie bei einer kompakten orientierbaren Fläche mit einer Randkomponente. In diesem Fall kann man auf der 1. Kohomologie der unendlich-zyklischen Überlagerung mit Hilfe des Operierens der Deckbewegungsgruppe eine quadratische Form definieren. Diese quadratische Form ist eine Knoteninvariante und läßt sich aus einer beliebigen Seifertmatrix eines Knotens berechnen. Eigenschaften und Anwendungen der quadratischen Form.

Gefördert durch DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft ©

Gefördert durch
DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

DEBRUNNER, H.E.: Halbzahm in R^4 eingebettete 2-Sphärenbouquets

Ein k-Bouquet von m-Sphären im euklidischen R^n ist die Vereinigung von k topologischen m-Sphären, welche disjunkt sind abgesehen von einem ausgezeichneten Punkt o, der allen angehört. Für jede natürliche Zahl k wird ein wildes k-Bouquet von 2-Sphären im R^4 mit ausgezeichnetem Punkt o konstruiert, derart daß nach Entfernung des Innern C^o einer jeden beliebigen kompakten 2-Zelle C auf B, welche den ausgezeichneten Punkt o auf ihrem Rand $C^{\bullet}$ enthält, die Restmenge $B-C^o$ zahm im R^4 liegt. Für k = 1 ist ein ähnliches Beispiel einer "mildly-wild 2-sphere" auf eine Fragestellung von R.H. Fox hin durch R. Tindell, Notices Amer. Math. Soc. 13, 1966, p. 79 angekündigt worden.

FRITSCH, R.: Die Homöomorphie der geometrischen Realisierungen einer semi-simplizialen Menge und ihrer Normal-Unterteilung

Ist X eine semisimpliziale Menge und SdX ihre Normalunterteilung, so sind die CW-Komplexe $|X|$ und $|SdX|$ homöomorph. Der Homöomorphismus kann so gewählt werden, daß er homotop zu der bekannten natürlichen Transformation $|dX|: \ |SdX| \to |X|$ ist und $|SdX|$ zu einer CW-Unterteilung von $|X|$ wird. Allgemeiner kann man "Standard-Unterteilungsfunktoren" $\underline{\Delta} \to \underline{S}$ und ihre Fortsetzung zu Funktoren $\underline{S} \to \underline{S}$ untersuchen, wobei $\underline{\Delta}$ die Kategorie der endlichen geordneten Mengen und schwach ordnungserhaltenden Abbildungen und $\underline{S}$ die Kategorie der semisimplizialen Mengen und semisimplizialen Abbildungen bedeutet.

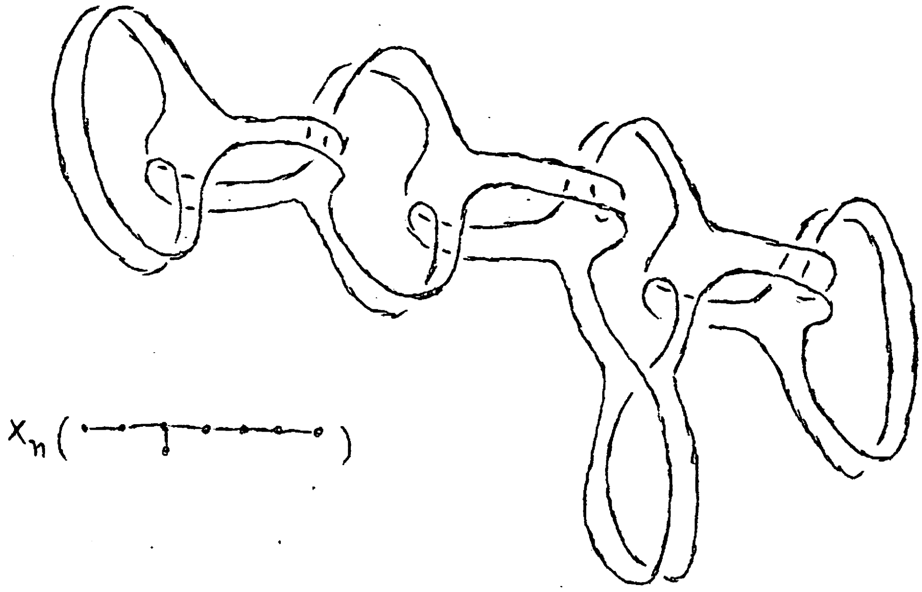
JÄNICH, K.: Differentiable actions of O(n) on manifolds

If T is a tree with m vertices, we define a "tree manifold" $X_n(T)$ by "plumbing" m copies of $S^n \times D^n$ according to the tree: The boundary (after smoothing the corners) of this 2n-dimensional manifold is $X_n(T)$.

Gefördert durch DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft ©

Gefördert durch
DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft
©

Example:



Let $\triangle(T)$ be the "defect" of T, that is $m-2a$, where a is the maximal number of elements of a set of closed pairwise disjoint 1-simplices of T. It turns out, that $X_n(T) \cong X_n(T')$ (diffeomorphic) implies $\triangle(T) = \triangle(T')$ and that $X_1(T)$ has $\triangle + 1$ components.

Question: Is $\triangle(T) = \triangle(T')$ sufficient for $X_n(T) \cong X_n(T')$? The purpose of the talk was to show that an affirmative answer can be obtained by introducing a suitable $O(n)$-action on $X_{n+1}(T)$ and using a certain classification theorem for $O(n)$-manifold, which shows that $X_{n+1}(T)$ and $X_{n+1}(T')$ are even equivariantly diffeomorphic if $\triangle(T) = \triangle(T')$.

TONDEUR, Ph. : Flat manifolds (report on joint work with F. W. Kamber)

A linear connection is flat, if the curvature tensor $R = 0$. The following structure theorem for manifolds admitting a complete flat connection with torsion tensor T satisfying $\nabla T = 0$ is proved: Any such manifold is the orbitspace of a simply connected Lie group G under a properly discontinuous action of a subgroup of the affine group of G (group of affine transformations with respect to the connection defined by left translations). This generalizes a result of Auslander and Markus, Ann. of Math. 62 (1955), 139. The homotopy groups of such manifolds are studied. Further real characteristic classes of flat manifolds are discussed.

Gefördert durch
DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft
©

Gefördert durch
DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft
©

TIERNEY, M.: Adjoint functors for manifolds

Let $\Gamma \subset \Gamma'$ be a pair of pseudogroups and $\mathfrak{M}_{\Gamma}$, $\mathfrak{M}_{\Gamma'}$ the categories of Γ-, Γ'-manifolds and local Γ-, Γ'-maps. We construct an adjoint $\hat{\mathfrak{F}} : \mathfrak{M}_{\Gamma'} \to \mathfrak{M}_{\Gamma}$ to the forgetful functor $\mathfrak{F} : \mathfrak{M}_{\Gamma} \to \mathfrak{M}_{\Gamma'}$. This is done by presenting these categories as coalgebra over a cotriple in Top.

LIULEVICIUS, A.: Stiefel-Whitney classes and best nonimmersion theorems

Recent work of Brown, Massey, and Peterson on the relations among characteristic classes of manifolds of a fixed dimension n indicate the most general nonimmersion theorems provable by normal Stiefel-Whitney class arguments. The proof of such theorems for 1) general, 2) orientable, 3) spin manifolds was presented in a new algebraic framework. Case 3) was restricted to manifolds of low dimensions.

BOS, W.: Homöomorphe Pseudoringe und die Verbindbarkeit von (n-1)-Zellen

Σ_1, Σ_2 seien zwei disjunkte, verdickbare (n-1)-Sphären in S^n; der von $\Sigma_1 \cup \Sigma_2$ berandete, abgeschlossene, zusammenhängende Unterraum $A(\Sigma_1, \Sigma_2)$ von S^n heißt "Pseudoring".

Satz: Aus $\Sigma_i \sim \Sigma_i^*$ ($\sim$ bedeutet "verbindbar") für $i = 1, 2$ folgt

$$A(\Sigma_1, \Sigma_2) \approx A(\Sigma_1^*, \Sigma_2^*).$$

Folgerungen: (1) Ist $A(\Sigma_1, \Sigma_2) \approx S^{n-1} \times [0,1]$ und werden Σ_1 und Σ_2 durch Σ_3 getrennt, so folgt $A(\Sigma_1, \Sigma_3) \approx A(\Sigma_2, \Sigma_3)$.

(2) Ist $A(\Sigma_1, \Sigma_2)$ ein beliebiger Pseudoring, so gibt es einen Homöomorphismus $\varphi : \Sigma_2 \to \Sigma_2$, derart daß gilt: $A(\Sigma_1, \Sigma_2) \cup_{\varphi} A(\Sigma_1, \Sigma_2) \approx S^{n-1} \times [0,1]$.

(3) Seien $\Sigma_1, \Sigma_2 \subset S^{n-1} \times S^1$ und nicht homolog 0 (mod 2); ist außerdem $\Sigma_1 \cap \Sigma_2 = \emptyset$, so wird $S^{n-1} \times S^n$ durch $\Sigma_1 \cup \Sigma_2$ in zwei homöomorphe Pseudoringe zerlegt.

(4) Ein Resultat von A. C. Connor, Notices AMS 67, läßt sich direkt und elementar beweisen und etwas verschärfen. Dagegen würde $A \times [0,1] \approx S^{n-1} \times [0,1] \times [0,1]$ aufgrund von (2) $A \cup_{\mathrm{id}\Sigma_1} A \approx S^{n-1} \times [0,1]$ liefern.

Gefördert durch DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

©

Gefördert durch
DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

Anwendungen: Schwache Verbindbarkeitsrelation: $B_1 \sim B_2 \mod B$; B-verbindungstreue und verbindungstreue Homöomorphismen; verbindungstreue Strukturen auf Mannigfaltigkeiten.

CHEN, Yuh-ching: Homology of groups over a simplicial set

Let K be a simplicial set. A group over K is a simplicial map $A \xrightarrow{p} K$ with the properties that (1) for every simplex σ of K, $p^{-1}(\sigma) = A(\sigma)$ is an abelian group and that (2) simplicial operators act in $A(\sigma)$ as group homomorphisms. Groups over K form an abelian category with enough projectives and injectives. Associate to each object A of this category $\mathfrak{A}b_K$ a homology HA defined as usual by chain complex. One shows that H is the left derived functor of H_o. H is essentially the torsion product functor, $H = Tor^K$. E. g. HX of a topological space X is $Tor^{S(X)}Z$, where Z is the constant group of integers over S(X). If $K = *$ is a point then $\mathfrak{A}b_*$ is the category of simplicial abelian groups. One shows that the homotopy functor π on $\mathfrak{A}b_*$ is the left derived functor of $\pi_o = H_o$. This provides a conceptual proof of a theorem of Moore and Puppe which states that homotopy groups and homology groups of a simplicial abelian group are naturally isomorphic.

SIEBENEICHER, Ch.: Azyklische Modelle

Sei $\mathfrak{K}$ eine Kategorie mit Modellen $\mathfrak{M} \subset Ob(\mathfrak{K})$, $\mathcal{A}$ eine abelsche Kategorie. In der Kategorie der kovarianten Funktoren von $\mathfrak{K}$ nach $\mathcal{A}$ werden $\mathfrak{M}$-Epimorphismen und $\mathfrak{M}$-projektive Objekte definiert. Betrachtet man nun Funktoren von $\mathfrak{K}$ in die Kategorie der Komplexe über $\mathcal{A}$, dann hat man ein dem Fundamentallemma der homologischen Algebra analoges Vergleichslemma. Sind $(\mathfrak{K}, \mathfrak{M})$ und $(\mathfrak{L}, \mathfrak{N})$ Kategorien mit Modellen und ist $j : \mathfrak{L} \to \mathfrak{K}$ ein Funktor, der Modelle in Modelle überführt, dann gibt es zu dem Funktor $j_\cdot : [\mathfrak{K}, \mathcal{A}] \to [\mathfrak{L}, \mathcal{A}]$, der durch $F \to F \circ j$ definiert ist, einen linksadjungierten Funktor $j^\cdot$, der $\mathfrak{N}$-projektive Objekte in $\mathfrak{M}$-projektive Objekte überführt. Dies liefert im Spezialfall $\mathfrak{L} = (L, 1_L)$, $L \in Ob(\mathfrak{K})$ die Projektivität der repräsentierbaren Funktoren im Sinne von Eilenberg-Mac Lane.

Gefördert durch
DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft
©

Gefördert durch
DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft
©

THOMEIER, S.: Whitehead products on spheres

There are intimate relations between certain problems on Whitehead products $[\alpha, \iota_n]$ on spheres and the problem of homotopy groups of spheres (e.g. by classical EHP-sequence; compare extract of my lecture at last year's Topology-conference here). By solving these problems partially (i.e. for α in low stems) one proves the fact that in a certain part of the metastable range in all stems the homotopy groups of spheres split into a direct sum of the stable group and a certain homotopy group of a Stiefelmanifold: $\pi_{n+r}(S^n) \approx \pi_r(S) \otimes \pi_{r+1}(V_{2n,n})$. The general conjecture that this is true for the whole metastable range has to take care of certain exceptional phenomena, which occur in stems in the neighbourhood of powers of 2. These are closely connected to the exceptional behavior of certain Whitehead products. Several relations between the behavior of different Whiteheadproducts can be obtained by a method which makes essential use of a generalized EHP-sequence for finite CW-complexes. Especially, one can see certain patterns behind the mentioned "exceptional" behavior. This is of particular interest, because one gets new stable elements by applying Hopf-construction to exceptionally vanishing Whitehead products.

tom DIECK, T.: Power operations for cobordism theories

Es wurden Axiome für äußere Steenrod-Operationen in verallgemeinerten Kohomologietheorien gegeben. Für Kobordismentheorien (unorientiert, unitär, symplektisch) wurden die entsprechenden Operationen klassifiziert und ihre Beziehung zu den charakteristischen Kobordismen-Klassen (Conner-Floyd) und den Potenzoperationen der K-Theorie (Atiyah) erläutert.

WESSELIUS, W.: On semi-algebras

We define a closed semi-algebra A in C(E) as follows: $f, g \in A$, $\alpha \in R^+ \Rightarrow f + g, \alpha f, fg \in A$. Moreover A is closed in the sense of the maximum norm (E compact Hausdorff space). We restrict ourselves to a semi-algebra in $C^+(E)$ with identity. The result is that every such closed semi-algebra is to characterize as an intersection of elementary semi-algebras which have the form $\{f \mid f \in C^+(E), \alpha u_1(f) - u_2(f) + (1-\alpha) u_3(f) \geqslant 0, \; 0 \leqq \alpha \leqq 1\}$ where u_1, u_2, u_3 $(\geqslant 0)$ are normalized Radon measures with disjoint supports (ordered).

R. Fritsch (Saarbrücken)

Gefördert durch DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

Gefördert durch
DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft