Math. Forschungsinstitut
Oberwolfach
E 20 / D 1124

Mathematisches Forschungsinstitut

Oberwolfach

Tagungsbericht 1/1968

3. bis 7. Januar 1968

Arbeitstagung des Baerschen Kreises

Bei dieser Tagung trafen sich Schüler Prof. Baers, die jetzt in Frankfurt, Tübingen, Mainz, Bonn und Utrecht sind, sowie die Gäste Frl. J. Cofman (London), Herr B. Hartley (Coventry) und Herr W. Felscher (Freiburg). Sie kamen zusammen, um ihre neuesten Ergebnisse auszutauschen und ihre Probleme zu diskutieren, da die sie interessierenden Fragen, die fast alle auf Anregungen von Herrn Baer zurückgehen, eng verwandt sind. Viele Beweise beruhten auf Sätzen, die auf früheren Tagungen vorgetragen oder gefunden wurden; so benutzten Fr. Cofman, Herr Betten und Herr Polley Sätze von Baer, Dembowski, Hering, Lüneburg und Salzmann. Im Vordergrund der anregenden Diskussionen, die im Anschluß an die Vorträge geführt wurden, standen insbesondere gruppentheoretische, geometrische und grundlagentheoretische Probleme sowie der Zusammenhang zwischen diesen.

Auch der Charakter der früheren Baerschen Tagungen, besonders dem Nachwuchs Gelegenheit zum Vortragen zu geben, wurde gewahrt. Die jungen Mathematiker fanden bei ihren älteren Kollegen Zuspruch und Rat, und so diente diese Tagung der Verstärkung der Kontakte zwischen jüngeren und älteren Kollegen.

Gefördert durch DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

©

Gefördert durch
DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

Teilnehmer

Allendorf, E., Frankfurt
Amberg, B., Frankfurt
Betten, A., Tübingen
Betten, D., Tübingen
Blasig, V., Frankfurt
Birkenstock, H.J., Frankfurt
Blödner, R., Frankfurt
Cofman, J., London
Dembowski, P., Frankfurt
Faltings, K., Frankfurt
Felscher, W., Freiburg
Felgner, U., Tübingen
Fischer, B., Frankfurt
Günther, K., Frankfurt
Hartley, B., Coventry
Heineken, H., Frankfurt
Held, D., Wiesbaden
Hering, Ch., Mainz
Lüneburg, H., Mainz
Polley, C., Frankfurt
Ringel, C.M., Frankfurt
Salzmann, H., Tübingen
Scheer, D., Frankfurt
Schleiermacher, A., Frankfurt
Seib, M., Frankfurt
Strambach, K., Utrecht
Timmesfeld, F.G., Frankfurt
Weidicke, U., Frankfurt
Wille, R., Bonn

Vortragsauszüge

AMBERG, B.: Gruppentheoretische Eigenschaften und Normalisatorbedingungen

Ist θ eine Klasse von geordneten Paaren (e,f) (faktorenvererblicher) gruppentheoretischer Eigenschaften e und f, so heißt der Normalteiler N der Gruppe G ein θ-Normalteiler von G, in Zeichen $N\,\theta\,G$, wenn es ein Element (e,f) in θ gibt derart, daß N eine e-Gruppe und $G/c_G N$ eine f-Gruppe ist. G heißt hyper-θ-Gruppe, wenn jedes epimorphe Bild $H \neq 1$ von G einen θ-Normalteiler $N \neq 1$ besitzt.

SATZ: Sind zyklische Gruppen von Primzahlordnung hyper-θ-Gruppen, sind hyper-θ-Gruppen auflösbar, so ist die artinsche Gruppe G dann und nur dann eine hyper-θ-Gruppe, wenn sie folgende "Normalisatorbedingung" erfüllt:

(n) Ist die maximale Untergruppe X der Untergruppe U von G kein

Gefördert durch DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft ©

Gefördert durch
DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft
©

Normalteiler von U, so gibt es einen Normalteiler Y von U mit

$$U = XY, \quad X_U \subseteq Y, \quad Y/X_U \,\theta\, U/X_U.$$

BETTEN, D.: Homogene Geometrien auf dem Möbiusband

Eine topologische Geometrie $(B, \mathfrak{L})$ auf dem Möbiusband B heißt zweiter Art, wenn für jeden Punkt der Büschel der offenen Geraden durch ihn homöomorph zu einem abgeschlossenen Intervall ist. Falls die Geometrie zweiter Art eine mindestens 3-dimensionale (Lie-) Kollineationsgruppe Γ zuläßt, dann ist Γ genau 3-dimensional und transitiv auf den Punkten des Möbiusbandes. Die Geometrien $(B, \mathfrak{L})$ zweiter Art sind genau die um die abgeschlossene Einheitskreisscheibe verminderten topologischen hyperbolisch projektiven Ebenen aus Salzmann Arch. Math. 13 (1962).

BIRKENSTOCK, H.J.: Klassen abelscher Gruppen

Die umfassendste Klasse $\in$ abelscher Gruppen, die erfüllt:

a) $X \varepsilon \in \Longrightarrow |X| \leq \aleph_0$

b) $X \varepsilon \in \Longrightarrow \mathrm{Hom}\,(X, X) \varepsilon \in$

c) $X \varepsilon \in, \quad Y \subseteq X \quad X/Y \varepsilon \in$

ist die Klasse aller endlich erzeugbaren abelschen Gruppen.

Die umfassendste Klasse $\in$ abelscher Gruppen, die erfüllt:

a) $X \varepsilon \in \Longrightarrow |X| \subseteq \aleph_0$

b) $X \varepsilon \in \Longrightarrow \mathrm{Hom}\,(X, X) \varepsilon \in$

c) $X \varepsilon \in, \quad Y \subseteq X \quad Y \varepsilon \in$

ist die Klasse aller abelschen Gruppen endlichen torsionsfreien Ranges mit endlicher Torsionsuntergruppe.

Gefördert durch
DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft
©

Gefördert durch
DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft
©

COFMAN, J.: Translationen in endlichen Möbius-Ebenen

Sei $\mathfrak{M}$ eine endliche Möbius-Ebene mit einer Automorphismengruppe, die für jedes inzidente Punkt-Berührbüschel-Paar (P, b) eine nicht-triviale Translation mit dem Zentrum P und dem Kozentrum b enthält; dann ist $\mathfrak{M}$ miquelsch.

FALTINGS, K.: Automorphismen Abelscher p-Gruppen

SATZ: Sei $p \neq 2$. Dann sind die folgenden Eigenschaften der Abelschen p-Gruppe A und der Gruppe Γ aller Automorphismen von A äquivalent:

(1) $A \cong Z(p^k)$ für ein k mit $0 \leq k \leq \infty$

(2) Γ ist Abelsch

(3) Γ genügt der Normalisatorbedingung.

FELGNER, U.: Konfinalität

Es wurden die folgenden Sätze bewiesen:

SATZ 1: Aus dem Ordnungstheorem folgt, daß jede verästelte Menge $\langle m, \leq \rangle$ (d.h. Hauptanfänge sind totalgeordnet) eine Totalordnung besitzt, welche die Teilordnung $\leq$ enthält.

Sei (Konf): "Jede totalgeordnete Menge besitzt eine wohlgeordnete konfinale Teilmenge" und (W - K): "Jede totalgeordnete Menge kann wohlgeordnet werden" und (AC) schließlich das gewöhnliche (lokale) Auswahlaxiom.

SATZ 2: (Konf) ist (im System Σ° der NBG-Mengenlehre) mit (W-K) äquivalent. Daher ist mit Fundierungsaxiom (Konf) $\Longleftrightarrow$ (AC) beweisbar und ohne Fundierungsaxiom (Konf) $\Longrightarrow$ (AC) nicht beweisbar.

Gefördert durch DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

©

Gefördert durch
DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

FELSCHER, W.: Der Birkhoffsche Satz

Für den genannten Satz wurden zwei kurze Beweise gegeben. Der zweite davon sichert, daß der Birkhoffsche Satz auch für traktierbare primitive Klassen von Algebren gilt, deren Typ mit einer echten Klasse indiziert ist. Konstruktionen und Beweise bleiben dabei innerhalb der prädikativen Mengenlehre.

GÜNTHER, K. D.: Über Gruppen, in denen jede Menge von paarweise unvergleichbaren Untergruppen endlich ist

Die folgenden Eigenschaften der Gruppe G sind äquivalent:

(I) Jede Menge von paarweise unvergleichbaren Untergruppen von G ist endlich.

(II) $G = L \otimes E$, L direktes Produkt endlich vieler paarweise nicht isomorpher Prüfergruppen, E endliche Gruppe; die Ordnung eines jeden Elementes aus L ist zur Ordnung von E teilerfremd.

HARTLEY, B: Residually nilpotent wreath products

The following theorem is discussed. Let $W = A \sim G$ be the wreath product of groups A and G, where G is torsion-free nilpotent $\neq 1$. Then W residually nilpotent if and only if A is abelian and, for each prime p such that A has an element of order p, G is residually (nilpotent p-group of finite exponent). The proof is indicated and applications to the theory of stability groups and to the structure of F/R', where $R \lhd F$ free, are given.

HEINEKEN, H.: Hyperabelsche Gruppen endlichen Ranges

Bericht über die Struktur hyperabelscher Gruppen, die folgende Eigenschaft haben:

Gefördert durch DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft ©

Gefördert durch
DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft
©

Alle elementarabelschen p-Untergruppen haben endlichen Rang, und alle torsionsfreien abelschen Untergruppen haben endlichen Rang.

HELD, D.: Einige einfache Gruppen

Ein Beweis des folgenden Satzes wurde diskutiert:

Es sei G eine endliche, nichtabelsche und einfache Gruppe, welche die folgenden Eigenschaften besitzt:

(a) Das Zentrum Z einer Sylow 2-Untergruppe T von G ist zyklisch;

(b) Ist z die Involution von Z, so ist der Zentralisator von z in G eine Erweiterung eines elementarabelschen 2-Normalteilers der Ordnung höchstens 16 durch die symmetrische Gruppe des Grades 4.

Dann ist G isomorph zu einer der folgenden Gruppen: M_{11}, M_{12}, M_{22}, A_8, A_9, A_{10}, PSL (3, 3).

POLLEY, C.: Lokal desarguessche Salzmannebenen

Eine ebene Geometrie $\mathbb{E} = (P, \mathfrak{G})$ heißt Salzmannebene, wenn die Punktmenge P homöomorph zur Punktmenge der reellen affinen Ebene ist und $\mathfrak{G}$ aus einer Familie von gewissen abgeschlossenen, zur reellen Zahlengeraden homöomorphen Teilmengen von P, den "Geraden", besteht, so daß durch zwei verschiedene Punkte genau eine Gerade $G \in \mathfrak{G}$ geht. $\mathbb{E}$ heißt lokal desarguessch, wenn es zu jedem Punkt eine geeignete offene, bezüglich $\mathfrak{G}$ konvexe Umgebung gibt, deren Spurgeometrie desarguessch ist. Es wurde bewiesen:

SATZ: Lokal desarguessche Salzmannebenen sind desarguessch.

RINGEL, C.M.: Stabile Kategorien

Sei S eine stabile Kategorie im Sinne von Puppe.

Gefördert durch DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

Gefördert durch
DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

S läßt sich in natürlicher Weise eine additive (nicht graduierte) Kategorie S' zuordnen (Objekte von S' sind die Paare (X, z) mit $X \in S$, z ganze Zahl, $S'((X,x),(Y,y)) = S_{x-y}(X,Y)$.)

Besitzt S' abzählbare Copotenzen, so läßt sich S' als volle Unterkategorie der projektiven Objekte einer Frobeniuskategorie F darstellen.

Bezeichnet man einen Funktor von S in eine abelsche Kategorie als halbexakt, wenn er stabile Dreiecke in exakte Folgen überführt, so entsprechen die halbexakten Funktoren auf S bijektiv den exakten Funktoren auf F, und exakte darstellbare Funktoren auf F sind darstellbar durch Objekte aus S'.

SCHEER, D.: Das G-Zentrum einer Untergruppe

Sei U eine Untergruppe einer endlichen Gruppe G.

Def.: $$Z_G(U) = \{x \in U \mid x^G \cap U \subseteq Z(U)\}$$

SATZ 1: Sei S eine Sylow-Untergruppe von G. Dann ist $Z_G(S)$ eine Gruppe.

Im folgenden sei H eine π-Hall-Untergruppe einer endlichen auflösbaren Gruppe G. (π eine Menge von Primzahlen). Dann gilt:

SATZ 2: $Z_G(H)$ ist eine Gruppe.

SATZ 3: $Z_G(H) \cdot O_{\pi'}(G)$ ist eine charakteristische Untergruppe von G.

SATZ 4: Sei $W = \langle V \mid H \subseteq V \subseteq G, \quad Z_V(H) = Z(H) \rangle$.

Dann gilt:

(a) $Z_W(H) = Z(H)$

(b) $W = N_G(Z(H)) \cdot O_{\pi'}(G)$.

Gefördert durch DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

©

Gefördert durch
DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft
©

STRAMBACH, K.: Ebene Geometrien mit punkttransitiver Kollineationsgruppe

Es wurden alle Salzmann-Ebenen klassifiziert (zur Definition von Salzmann-Ebenen vgl. Polley: Lokal desarguessche Salzmann-Ebenen), die eine dreidimensionale punkttransitive Gruppe von Kollineationen zulassen.

TIMMESFELD, F.G.: Prae-f-Untergruppen und Projektoren

Prae-f-Untergruppen sind eine Konjugiertenklasse von Untergruppen, die zu einer gegebenen Normalteilerfunktion f: $G \to f(G)$ die f Hauptfaktoren decken und die anderen meiden.

Beispiele: Praefrattiniuntergruppen und Systemnormalisatoren.

Es wird auf $n(G)$, d.h. dem kleinsten Homomorph, das alle Faktoren von G enthält, eine Relation ρ mit gewissen formalen Eigenschaften definiert. Dazu definiert man ρ Projektoren und beweist folgenden Satz:

Sei ρ Relation auf $n(G)$, die die verlangten Bedingungen erfüllt. Dann gilt:

(a) Es existieren ρ Projektoren.
(b) Alle ρ Projektoren sind konjugiert.
(c) Aus $U_{\rho}G$ folgt, daß U einen ρ Projektor enthält.
(d) Die ρ Projektoren sind Faktorgruppen vererblich.

Zum Schluß wird gezeigt, daß die Prae-f-Untergruppen und Projektoren von Homomorphen Spezialfälle von ρ Projektoren sind.

WILLE, R.: Primitive Länge und primitive Weite modularer Verbände

Die primitive Länge eines modularen Verbandes ist das Supremum

Gefördert durch DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

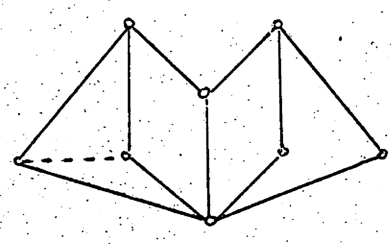
Gefördert durch
DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

der um eins verminderten Mächtigkeiten derjenigen endlichen Ketten $a_1 > \ldots > a_n$, deren Quotienten a_i / a_{i+1} untereinander projektive Teilquotienten besitzen. Entsprechend ist die primitive Weite das Supremum der Mächtigkeiten derjenigen endlichen Antiketten $a_1 \ldots a_n$, deren Quotienten $a_i \cup a_j / a_i$ $(i \neq j)$ untereinander projektive Teilquotienten besitzen.

SATZ 1: Bei einem subdirekt irreduziblen modularen Verband stimmen die Länge bzw. Weite mit der primitiven Länge bzw. primitiven Weite überein.

SATZ 2: Eine Varietät modularer Verbände wird genau dann von einem endlichen Verband erzeugt, wenn die primitiven Längen und primitiven Weiten ihrer Verbände beschränkt sind.

SATZ 3: Es gibt genau dann eine projektive Ebene der Ordnung n, wenn sich folgender partielle Verband



zu einem Verband von primitiver Länge 3 und primitiver Weite n^2+n+1 vervollständigen läßt.

Karl Strambach (Utrecht)

Gefördert durch DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

©

Gefördert durch
DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft
©