Mathematisches Forschungsinstitut

Oberwolfach

Tagungsbericht 18/68

Arbeitstagung des Baerschen Kreises

23. bis 29. Juni 1968

Sinn und Ziel dieser Tagung war es, die in aller Welt verstreuten ehemaligen Schüler aus dem Baerschen Kreis zusammenzuführen und ihnen Gelegenheit zu geben, ihre in Amerika, in England, in den Niederlanden und in Deutschland gesammelten Erfahrungen auszutauschen und Ergebnisse und Probleme ihrer Arbeit zu diskutieren. Im einzelnen wurden Fragen aus der Gruppentheorie, der Ringtheorie, der Geometrie und aus benachbarten Gebieten behandelt, wobei vielfach Untersuchungen von früheren Tagungen fortgeführt wurden.

Teilnehmer

Amberg, B., Frankfurt

Baer, R., Las Cruces (New Mexiko)

Betten, A., Tübingen

Betten, D., Tübingen

Birkenstock, H.J., Frankfurt

Blasig, V., Frankfurt

Blödner, R., Frankfurt

Brungs, H.H., Rutgers Univ. New Brunswick, N.J.

Dembowski, P., Frankfurt

Faltings, K., Frankfurt

Felgner, U., Tübingen

Felscher, W., Freiburg

Fischer, B., Frankfurt

Göbel, R., Würzburg

Groh, H.J., Gainesville (Florida)

Günther, K.D., Frankfurt

Hausen, J., Las Cruces (New Mexico)

Heineken, H., Cambridge und Frankfurt

Held, D., Wiesbaden

Hering, Ch., Mainz

Kappe, L., Columbus (Ohio)

Kappe, W., Columbus (Ohio)

Kurzweil, H., Frankfurt

Liebert, E., Las Cruces (New Mexico)

Lüneburg, H., Mainz

Mäurer, H., Darmstadt

Mehl, W., Frankfurt

Michler, G., Tübingen

Müller, U., Penn State Univ., Pennsylvania
Newell, M., London
Plaumann, P., Ann Arbor, Michigan
Polley, C., Tübingen

Salzmann, H., Tübingen

Scheer, D., Frankfurt

Schlette, A., Las Cruces (New Mexico)

Schmidt, R., Urbana (Illinois)

Schönwälder, U., Las cruces (New Mexico)

Seib, M., Frankfurt

Simon, H., Miami (Florida)

Strambach, K., Utrecht

Tamaschke, O., Tübingen

Timmesfeld, F.G., Frankfurt

Wille, R., Bonn

Vortragsauszüge

AMBERG, B.: Gruppen mit maximalen Untergruppen von endlichem Index

Die folgende gruppentheoretische Eigenschaft wurde diskutiert:

(n) Zu jeder maximalen Untergruppe X der Gruppe G mit endlichem Index $|G:X|$ gibt es einen Normalteiler Y von G mit $Y \nsubseteq X \nsubseteq Y$.

Es wurden einige Bedingungen dafür angegeben, daß eine Gruppe, deren Faktoren der Eigenschaft (n) genügen, endlich, artinsch und fastabelsch, fastpolyzyklisch bzw. eine Fastpolyminimaxgruppe ist.

BETTEN, A.: Erweiterungen hyperzentraler Gruppen

Folgende Sätze wurden bewiesen:

SATZ 1: Ist N ein Normalteiler einer Gruppe G, ist N nilpotent der Klasse k (k natürliche Zahl), ist G/N' hyperzentral, so ist G hyperzentral.

SATZ 2: Ist N ein Normalteiler einer Gruppe G, ist N hyperzentral mit zentraler Höhe $h(N) \leq \omega + k$ (ω erste Limeszahl, k natürliche Zahl), liegt das Zentrum von N im Hyperzentrum von G, ist G/N' hyperzentral und gilt: Ist w ein Normalteiler von G, der echt in N enthalten ist, so gibt es einen von 1 verschiedenen endlichen Normalteiler von G/W, der in N/W enthalten ist,

dann ist G hyperzentral.

BRUNGS, H.-H.: Verallgemeinerte diskrete Bewertungsringe

Die im Titel genannten Ringe sind dadurch definiert, daß die Rechtsideale bezüglich der Enthaltenseinrelation invers wohlgeordnet sind.

Diese Ringe werden mit Hilfe des Ordnungstyps der Menge der Rechtsideale beschrieben. Es sind subkommutative Hauptrechtsidealringe, aber die projektive linksglobale Dimension hängt ab von der Länge der Kette der Rechtsideale.

DEMBOWSKI, P.: Elationen endlicher Ebenen

Sei P eine endliche projektive Ebene der Ordnung n, Q eine Unterebene der Ordnung m, A eine Gerade von Q und G eine Gruppe von Kollineationen von P, die Q invariant läßt, auf Q eine Gruppe von Zentralkollineationen mit Achse A induziert und deren Ordnung $|G| > n-m$ ist. Hat jede Kollineation $\neq 1$ von G die gleiche Anzahl von Fixpunkten in $A - (A \cap Q)$, so besteht G aus Zentralkollineationen von P.

Die Voraussetzungen sind z.B. dann erfüllt, wenn $n = m^2$ = Primzahlpotenz und G in einer zu $PSL_3(m)$ isomorphen Kollineationsgruppe enthalten ist, die Q ebenfalls invariant läßt.

DEMBOWSKI, P.: Nichtexistenz gewisser taktischer Konfigurationen

Genügen die Parameter v, r, k einer taktischen Konfiguration, in der es zu je zwei verschiedenen Punkten stets (mindestens) einen Verbindungsblock gibt, der Gleichung $r(k-1) = v$, so ist $k = 2$.

FALTINGS, K.: Abelsche Primärgruppen mit auflösbarer Automorphismengruppe

Für eine abelsche Primärgruppe A sei $f_i(A)$ die i-te Ulmsche Invariante von A $(i < \omega)$. Dann gilt der

SATZ: Die folgenden Eigenschaften der reduzierten, abelschen p-Gruppe A sind äquivalent:

Gefördert durch DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

Gefördert durch
DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

(1) Lokal endliche Automorphismengruppen von A sind auflösbar.

(2) A ist endlich, und es gilt $f_i(A) \leq 2$, falls $p \leq 3$ und $f_i(A) \leq 1$, falls $p \geq 5$ für alle $i < \omega$.

Durch diesen Satz wird das entsprechende Resultat von Shoda [Über die Automorphismen einer endlichen abelschen Gruppe, Math. Ann. 100 (1928), 674-686] für endliche Gruppen A verallgemeinert.

FELGNER, U.: Die Existenz maximaler abelscher Untergruppen und das Auswahlaxiom

Es wurde (in der Mengenlehre mit Fundierungsaxiom) gezeigt, daß der folgende Satz:

(MA): "Jede Gruppe besitzt maximale abelsche Untergruppen"

mit dem Auswahlaxiom (AC) äquivalent ist. Dazu wurde (durch Konstruktion des schwachen direkten Produktes von freien Gruppen F(t), $t \subseteq M$) aus (MA) der Satz abgeleitet, daß jede totalgeordnete Menge M wohlgeordnet werden kann, woraus nach H. Rubin, Notices AMS 7 (1960), S. 381, der (volle) Wohlordnungssatz:

"Jede Menge kann wohlgeordnet werden" beweisbar ist. Der Satz (AC) $\Longleftrightarrow$ (MA) ist eine Verschärfung eines Resultates von G. Klimovsky, Revista Un. Mat. Argentina 20 (1960/62), S. 267-287, der (AC) $\Longleftrightarrow$ ((MA) $\wedge$ (AC_2)) bewiesen hatte, wenn (AC_2) das schwache Auswahlaxiom für Familien von Mengen der Kardinalzahl 2 ist.

FELSCHER, W.: Zur Algebra der Quantorenlogik

B.H. Neumann hat gezeigt: Ist F eine freie Algebra, M eine Menge von F-Gleichungen und cm(M) die Menge aller Folgegleichungen von M, so ist cm(M) die kleinste vollinvariante Kongruenzrelation auf F, welche M umfaßt. Daraus folgt der Kompaktheitssatz für und eine plizite Axiomatisierung von cm. Es wird beschrieben, wie sich die

Gefördert durch
DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

modelltheoretisch definierten Konsequenzoperatoren cs und ct der Quantorenlogik in analoger Weise als kompakt und axiomatisierbar nachweisen lassen. Die Beweismethoden beruhen

(i) auf einem geeigneten Substitutionskalkül und

(ii) Varianten der Rasiowa-Sikorski'schen Schlußweisen.

FISCHER, B.: Eine Kennzeichnung der Cartergruppen

Sei G eine endliche auflösbare Gruppe und Σ eine Sylowbasis von G; ist U eine Untergruppe von G, in die Σ reduzierbar ist, so sei $R_G(U)$ das Erzeugnis der Elemente x von G, so daß Σ^x in U reduzierbar ist; sei $D = N_G(\Sigma)$. Sei $G = R_o$ und $D = D_o$; sei
$D_{i+1} = N_{R_i}(\Sigma \cap R_i)$ und $R_{i+1} = R_{R_i}(D_{i+1})$.
Dann ist das letzte Glied der Folge R_i eine Cartergruppe von G.

GÜNTHER, K.-D.: Endlichkeitsbedingungen für Isomorphietypen von Untergruppen und epimorphen Bildern abelscher Gruppen

Die klassischen Kettenbedingungen der Gruppentheorie lassen sich abschwächen, indem man diese Bedingungen nur für Ketten aus paarweise isomorphen oder aus paarweise nicht isomorphen Untergruppen oder für Ketten von Normalteilern mit paarweise isomorphen oder paarweise nicht isomorphen Faktorgruppen fordert. Weiterhin kann man Gruppen mit nur endlich vielen Isomorphietypen von Untergruppen oder epimorphen Bildern betrachten. In dem Vortrag wurden die abelschen artinschen, noetherschen, endlichen Gruppen, die Minimaxgruppen und andere Klassen abelscher Gruppen durch Bedingungen der genannten Art charakterisiert.

GÖBEL, R.: Produkte von Gruppenklassen

Sind $\mathfrak{X}$ und $\mathfrak{Y}$ Gruppenklassen, so sei $\mathfrak{X}\cdot\mathfrak{Y}$ ($\mathfrak{X}\smile\mathfrak{Y}$) die Klasse aller (zerfallenden) Erweiterungen von $\mathfrak{X}$-Gruppen durch $\mathfrak{Y}$-Gruppen. Ferner sei $\mathfrak{U}$ die Klasse aller Gruppen und $\mathfrak{T}$ die nur aus 1 bestehende Gruppenklasse.

Wir beweisen den folgenden

SATZ: Es seien $\mathfrak{X} \neq \mathfrak{U}$ und $\mathfrak{Y}$ Gruppenklassen derart, daß $\mathfrak{X}\cdot\mathfrak{Y} = \mathfrak{Z}$ [oder $\mathfrak{X}\smile\mathfrak{Y} = \mathfrak{Z}$] bezüglich der Bildung von kartesischen Produkten und Normalteilern abgeschlossen ist. Sind außerdem Faktoren (= epimorphe Bilder von Untergruppen) von $\mathfrak{X}$-Gruppen wieder $\mathfrak{X}$-Gruppen, so sind die folgenden Eigenschaften von $\mathfrak{X}$, $\mathfrak{Y}$, $\mathfrak{Z}$ äquivalent:

(1) Es gibt eine Kardinalzahl $\aleph$ derart, daß alle $\mathfrak{Y}$-Gruppen Y eine Mächtigkeit $|Y| < \aleph$ haben.

(2) Alle $\mathfrak{Z}$-Gruppen sind $\mathfrak{X}$-Gruppen.

(3) Es ist $\mathfrak{Y} = \mathfrak{T}$.

GROH, H.: Ebene Laguerreebenen

Eine Laguerreebene (S. W. Benz und H. Mäurer, Jahresber. DMV 67 (1964), 14-42) heißt t o p o l o g i s c h, wenn Punkt- und Zykelmenge Topologien tragen, so daß die Funktionen des Schneidens, Verbindens, Berührens und Projizierens stetig sind. Eine e b e n e Laguerreebene ist eine topologische Laguerreebene, in der der Punktraum eine 2-Mannigfaltigkeit ist. Eine Laguerreebene heißt o v o i d a l, wenn sie sich durch die ebenen Schnitte eines von einem Oval erzeugten Kegels darstellen läßt (vgl. W. Benz, Abh. Math. Sem. Hamburg 27 (1964) 80-84).

SATZ: Eine ebene Laguerreebene ist genau dann ovoidal, wenn $\dim \Delta = 4$. Dabei ist Δ die Gruppe aller Automorphismen, die jeden Punkt in einen unverbindbaren abbilden. - Mit Hilfe des Satzes wurden die ebenen Laguerreebenen mit $\dim \Gamma \geq 5$ bestimmt (Γ die Auto-

morphismengruppe, versehen mit der kompakt-offenen Topologie).

HAUSEN, J.: Über Automorphismengruppen abelscher Primärgruppen

Für eine Gruppe X bezeichne $\underline{R}(X)$ den Durchschnitt aller Untergruppen von X von endlichem Index. Man definiere $R_0(X) = X$, $R_{\mu+1}(X) = \underline{R}[R_\mu(X)]$, wenn R_μ bereits erklärt ist, und $R_\lambda(X) = \bigcap_{\mu<\lambda} R_\mu(X)$, wenn λ eine Limeszahl ist. Existiert eine Ordinalzahl α mit $R_\alpha(X) = 1$, so heißt X hyporesiduell endlich.

SATZ: Sei G eine abelsche Primärgruppe. Dann ist die Automorphismengruppe von G dann und nur dann hyporesiduell endlich, wenn jede teilbare und jede beschränkt reine Untergruppe von G endlichen Rang hat.

HEINEKEN, H.: Normalisatorbedingung und Hyperzentralität

Für alle Primzahlen p wird eine p-Gruppe G angegeben mit folgenden Eigenschaften:

(I) Alle echten Untergruppen von G sind nilpotent und Subnormalteiler

(II) G' ist elementarabelsch

(III) Z(G) = 1.

Mit diesen von I. J. Mohamed und dem Vortragenden gefundenen Gruppen wird die Frage (positiv) beantwortet, ob es nichthyperzentrale Gruppen gibt, die die Normalisatorbedingung erfüllen.

HELD, D.: Eine Kennzeichnung von L(5, 2)

Ein Beweis des folgenden Satzes wurde diskutiert:

SATZ: Es sei G eine endliche, einfache und nicht-abelsche Gruppe,

welche eine Involution t besitzt derart, daß der Zentralisator von t in G isomorph zum Zentralisator einer 2-zentralen Involution von L(5, 2) ist. Dann gilt:

(a) G ist isomorph zu L(5, 2), oder

(b) eine Sylow 3-Untergruppe von G ist nicht-abelsch, von der Ordnung 27 und vom Exponenten 3.

Bemerkung. Offensichtlich fällt die Mathieu-Gruppe vom Grade 24 unter Fall (b).

KAPPE, W.: <u>Selbstzentralisierende Elemente in endlichen p-Gruppen</u>

Besitzt eine p-Gruppe G ein selbstzentralisierendes Element x, so ist das Zentrum Z(G) offenbar zyklisch. Für reguläre p-Gruppen und metabelsche p-Gruppen werden Beziehungen zwischen der Minimalzahl d(G) von Erzeugenden, der Klasse c(G), dem Index von Z(G) in $\langle x \rangle$ und $|\langle x \rangle \cap G'|$ hergestellt. Die Ordnungen selbstzentralisierender Elemente und das Erzeugnis der Selbstzentralisierenden Elemente (Antizentrum) werden untersucht.

KURZWEIL, H.: <u>Auflösbare Gruppen mit gewissen Automorphismen</u>

Es wurde folgender Satz bewiesen:

SATZ: Die endliche, auflösbare Gruppe G besitze eine elementar-abelsche Automorphismengruppe A der Ordnung p^2 mit $(p, |G|) = 1$. Ist für alle $\alpha \in A \setminus 1$ die Gruppe $C_G(\alpha)$ nilpotent, so gehört G/F(G) zu der kleinsten Formation, die alle Gruppen $C_G(\alpha)$, $\alpha \in A \setminus 1$, enthält; dabei ist F(G) die Fittinguntergruppe von G.

LIEBERT, W.: Endomorphismenringe

Es wurde eine ring-theoretische Charakterisierung gegeben der Endomorphismenringe der divisiblen Torsionsmoduln und der reduzierten, vollständigen, torsionsfreien Moduln über vollständigen diskreten Bewertungsringen.

LÜNEBURG, H.: M_{24}

Es wurde gezeigt, wie man den zur Mathieu-Gruppe M_{24} gehörenden Blockplan B_{24} aus der projektiven Ebene der Ordnung 4 gewinnen kann, was zu einer neuen, recht einfachen Konstruktion von M_{24} führt.

MÄURER, H.: Das absolute Gebilde einer Polarität vom Index 2

Es wurde der folgende Satz bewiesen:

Ist V ein mindestens 5-dimensionaler Vektorraum und π eine Polarität vom Index 2 in V, die von einer "forme tracique" induziert wird, so läßt sich jede Permutation τ auf der Menge I der isotropen Punkte, für die

$$\bigwedge_{P,Q \in I}: P \subset Q^{\pi} \Longleftrightarrow P^{\tau} \subset Q^{\tau\pi}$$

gilt, zu einer Kollineation von V fortsetzen.

MICHLER, G.: Noethersche Ringe mit Krull-Dimension

Indem der Begriff "Krull-Dimension" benutzt wurde, wie er von Gabriel und Rentschler in den Comptes Rend. 1967 eingeführt worden ist, wurde der Satz von Akizuki-Cohen für Primringe R, die einer Polynomidentität genügen, bewiesen.

MÜLLER, U.: Zyklische Ringerweiterungen

Es sei $f_1(x), \dots, f_m(x)$ eine reduzierte Basis des Ideals N von xZ x i. S. von G. Fardoux (C.R.Acad.Sc.Paris t. 262 (1966) S.1146-8).

SATZ: Es sei A ein beliebiger Ring, $B = xZ[x]/N$ ein zyklischer Ring. Dann wird durch ein (m+1)-Tupel $(\vartheta, ß_1, \dots, ß_m)$ eine Erweiterung von A durch B gegeben, wenn $\theta = (\lambda, \rho)$ eine Bitranslation von A, $ß_1, \dots, ß_m$ Elemente von A sind, für die gilt:

(o) λ permutiert mit ρ

(1) $f_i(\theta) = \pi_{ß_i}$, für $i = 1, \dots, m$

(2) $\lambda ß_i = ß_i \rho$ für $i = 1, \dots, m$

(3) Seien $u_i(x)$ Polynome in $Z[x]$, dann impliziert $\sum_{i=1}^{m} u_i(x) f_i(x) = o$ stets $\sum_{i=1}^{m} u_i(\theta) ß_i = o$.

NEWELL, M. L.: A local property defined by chief factors

Let v be a variety. G is a v*-group if G induces a v-group of automorphisms in each of its chief factors. v* is a local property. We deduce that a group G is soluble and artinian if and only if G is locally Q(n) for some n and satisfies the minimum condition for normal subgroups. [A group has the property Q(n) if and only if each of its chief factors is periodic and abelian of rank bounded by n.]

SALZMANN, H.: Vierdimensionale Ebenen

Eine lokal kompakte topologische projektive oder affine Ebene mit 4-dimensionaler Punktmenge ist homöomorph zur Ebene über den komplexen Zahlen und hat einen zum komplexen Körper homöomorphen Ternärkörper. In einem solchen Ternärkörper erzeugt das Einselement entweder einen überall dichten Unterternärkörper oder einen, dessen abgeschlossene Hülle zum Körper der reellen Zahlen homöomorph ist.

SCHLETTE, A.: Eine Charakterisierung artinscher und fast-abelscher Gruppen durch ihre Automorphismengruppen

Es wurde die Äquivalenz folgender Eigenschaften der Gruppe G bewiesen:

(1) G ist artinsch und fast-abelsch.

(2) G ist eine Torsionsgruppe, und Torsionsgruppen von Automorphismen von G sind artinsch und fast-abelsch.

(3) G ist eine Torsionsgruppe, G/zG ist artinsch und fast-abelsch, und elementar abelsche Primärgruppen von Automorphismen von G sind abzählbar

Dabei heißt die Gruppe G artinsch, wenn von ihren Untergruppen die Minimalbedingung erfüllt wird, und fast-abelsch, wenn es eine abelsche Untergruppe von endlichem Index in G gibt.

SCHMIDT, R.: Endliche Gruppen mit vielen modularen Untergruppen

Die Gruppe G liege in der Klasse $N(k)$ (bzw. $M(k)$), wenn alle k-maximalen Untergruppen von G normal (bzw. modular) in G sind. Für $k \leq 4$ wurden die Klassen $N(k)$ von Huppert bzw. Janko $(k = 4)$ untersucht. In diesem Vortrag wurden die Klassen $M(k)$ $(k \leq 4)$ betrachtet.

SATZ 1: Genau dann ist $G \in M(1)$, wenn G überauflösbar ist und in jedem Nicht-Frattini-Hauptfaktor eine Automorphismengruppe von Primzahlordnung induziert.

SATZ 2: $G \in M(2) \Longrightarrow G \in M(1)$.

SATZ 3: Ist $G \in M(3)$, dann ist G überauflösbar oder $|G| = p^2q$, p, q Primzahlen, oder G das semidirekte Produkt der Quaternionengruppe mit ihrem Automorphismus der Ordnung 3.

SATZ 4: Ist $G \in M(4)$, so ist entweder $G \simeq PSL(2, p)$, für gewisses p,

oder $G \in SL(2,5)$ oder G auflösbar. Im letzten Fall ist G (mit gewissen angegebenen Ausnahmen) sogar überauflösbar.

Die obigen Sätze sind Verschärfungen der erwähnten Huppertschen bzw. Jankoschen Resultate.

SCHOENWAELDER, U.: Zentralisatoren großer abelscher Untergruppen

Für ein Torsionselement x einer Gruppe ist $e_x(p)$ der Exponent der Primzahl p in der Primzahlzerlegung $o(x) = \prod_p p^{e_x(p)}$ der Ordnung von x. Eine Funktion f auf der Menge aller Primzahlen mit Werten in $Z \cup \{\infty\}$ begrenzt das Element x einer Gruppe, wenn x ein Torsionselement ist und $e_x \leq f^+$ gilt, $f^+(p) = f(p)$ für $f(p) \geq 0$ und $= 0$ für $f(p) \leq 0$. Eine Gruppe heißt f-begrenzt, wenn jedes ihrer Elemente f-begrenzt ist. $\Omega_f(X)$ ist das Erzeugnis der f-begrenzten Elemente von X. $d(p) = 1$ für $p \neq 2$ und $= 2$ für $p = 2$.

THM 1. Ist G eine hyperzyklische Gruppe, $f(2) \neq 1$, E maximal unter den abelschen, f-begrenzten Normalteilern von G, so ist $\Omega_f C_G(E) = E$, falls (+) es einen abelschen Torsionsnormalteiler $A \supseteq E$ von G gibt mit $\Omega_f(G)' \cap C_G(A) \subseteq A$ und $\Omega_d(A) = \Omega_d(E)$. (In hyperzentralen Gruppen ist (+) erfüllt).

THM 2. Ist G eine hyperzentrale Gruppe, $f(2) \neq 1$, E maximal unter den abelschen, f-begrenzten, charakteristischen Untergruppen von G, so ist $\Omega_f C_G X_G^f(E) = E$, wobei

$$\frac{X_G^f(E)}{E} = \Omega_{f'}\left(\frac{\Omega_f C_G(E)}{E} \cap Z\left(\frac{G}{E}\right)\right)$$

mit $f'(p) = 1$ für $f(p) > 0$ und $= 0$ für $f(p) \leq 0$.

Gefördert durch
DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

SIMON, H.: Normalisatorbedingungen für lokal-noethersche Gruppen

SATZ: Die folgenden Eigenschaften der Gruppe G sind äquivalent:

(I) G ist lokal-noethersch.

(II) (a) Es gibt lokal-noethersche Untergruppen S, T derart, daß $1 \neq S \trianglelefteq G = ST$.

(b) Ist M eine lokal-noethersche Untergruppe mit $T \leq M = N(M) \not\geq S$, dann gibt es eine lokal-noethersche Untergruppe $N \leq S$ so, daß $N \not\leq M$ und $\{N^M\} \leq M_{\{M, N\}}N$.

(III) Ist $X (\neq 1)$ irgendeine Untergruppe einer endlich erzeugten Untergruppe F von G, dann gilt die folgende Bedingung in X:

Für irgendeine Zerlegung von X der Form $1 \neq S \trianglelefteq X = ST$ und für irgendeine lokal-noethersche Untergruppe M von X mit $T \leq M = N(M) \cap X \not\geq S$ gibt es eine noethersche Untergruppe $N \leq S$ derart, daß $N \not\leq M$ und $\{N^M\} \leq M_{\{M, N\}}N$.

BEMERKUNG: Sind X und Y Untergruppen von G und $X \leq Y$, dann ist X_Y der größte Normalteiler von Y, welcher in X liegt.

STRAMBACH, K.: Sphärische Kreisebenen mit einfacher Automorphismengruppe

Zeichnen wir auf der 2-Sphäre ein System $\mathfrak{S}$ von Jordankurven aus, so daß durch je drei verschiedene Punkte genau eine Kurve aus $\mathfrak{S}$ geht, so sprechen wir von einer sphärischen Kreisebene; die Kurven aus $\mathfrak{S}$ nennen wir Kreise. Es wurden alle sphärischen Kreisebenen bestimmt, die eine einfache zusammenhängende Gruppe von Kreisverwandtschaften zulassen.

TAMASCHKE, O.: S-Halbgruppen und Faktorisierungen von Gruppen

Es seien G eine Gruppe, H und K seien Untergruppen von G, und es gelte

Gefördert durch DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

$$G = HK.$$

Es sei G/H die von allen HgH, $g \in G$, erzeugte Halbgruppe bez. der "Komplexmultiplikation". Dann gilt:

(1) Die von allen $HgH \cap K$, $g \in G$, erzeugte Halbgruppe T bez. der "Komplexmultiplikation" ist eine S-Halbgruppe über K.

(2) Die Abbildung $\varphi: X \to X \cap K$ ist ein Isomorphismus der S-Halbgruppe G/H auf die S-Halbgruppe T.

Die S-Halbgruppen über einer Gruppe K geben also unter anderem Aufschluß über die Einbettung von K als Faktor einer (faktorisierbaren) Obergruppe $G = HK$ in dem Sinne, daß die zweiseitigen Nebenklassen-Halbgruppe G/H isomorph ist zu einer S-Halbgruppe über K. (Vgl. dieses Ergebnis mit H. Wielandt, Finite Permutation Groups, Theorem 24.1.). Zur Theorie der S-Halbgruppen siehe Math. Z. 104 (1968) 74-90.

TIMMESFELD, F.G.: Produkte von Prae-f-Untergruppen

Prae-f-Untergruppen von endlichen auflösbaren Gruppen sind Untergruppen, die zu einer Normalteilerfunktion f, die f-Hauptfaktoren decken und alle anderen meiden. (Beispiele: Systemnomalisatoren und Praefrattiniuntergruppen).

Unter beliebigen Prae-f- und Prae-g-Untergruppen kann man bestimmte so auswählen, daß ihre Produkte Prae-h-Untergruppen, zu einer neuen Normalteilerfunktion h sind, und genau die f und g Hauptfaktoren decken und alle anderen meiden.

WILLE, R.: Zur Darstellung vollständiger Verbände

Seien L und L_t $(t \in T)$ vollständige Verbände und $\varphi_t: L \to L_t$ $(t \in T)$ trennende, surjektive Vollhomomorphismen. Sei weiterhin M eine

Erzeugendenmenge von L. Für $s, t \in T$ existiert ein größter sup-Homomorphismus $\psi_{st}: L_s \to L_t$ unter den sup-Homomorphismen $\varphi_{st}: L_s \to L_t$ mit $\varphi_{st}\varphi_s m \leq \varphi_t m$ für alle $m \in M$.

SATZ: Im direkten Produkt der $L_t (t \in T)$ bilden die Elemente $(\psi_{st} x \mid t \in T)$ mit $s \in T$ und $x \in L_s$ eine sup-Basis eines vollständigen Unterverbandes, der zu L isomorph ist.

Als Beispiel einer Anwendung dieses Satzes wurde der freie modulare Verband bestimmt, der von zwei Elementen und einer dreielementigen Kette erzeugt wird (s. Problem 44 in G. BIRKHOFF, Lattice Theory, 1967).

B. Amberg (Frankfurt)