Math. Forschungsinstitut Oberwolfach
E 20 / 01168

MATHEMATISCHES FORSCHUNGSINSTITUT OBERWOLFACH

Tagungsbericht 10 / 1969

Methoden und Verfahren der mathematischen Physik

13. bis 19. April 1969

Unter der Leitung von B. Brosowski (München) und E. Martensen (Darmstadt) wurde in Oberwolfach zum ersten Mal eine Tagung der mathematischen Physik gewidmet. Es war die Absicht der Initiatoren, die in der natur- und ingenieurwissenschaftlichen Praxis auftretenden mathematischen Probleme zu formulieren und über vorwiegend konstruktiv orientierte Methoden bis hin zu den in der Praxis tatsächlich interessierenden numerischen Resultaten vorzudringen. Dabei ergaben sich, bedingt durch die verschiedenen Arbeitsgebiete der Teilnehmer, gewisse Schwerpunkte. Es wurden Probleme behandelt aus den Gebieten der Astrophysik, Kernphysik, Kontinuumsmechanik, Gasdynamik, Strömungsphysik sowie eine Reihe von Problemen im Zusammenhang mit der HELMHOLTZschen Schwingungsgleichung und der Potentialtheorie.

Grundsätzlich hat sich der befruchtende Einfluß funktionalanalytischer Methoden auch in der mathematischen Physik gezeigt. Dies wurde besonders deutlich an der Entwicklung von Spektral- und Lösungstheorien für verschiedene Randwertprobleme. Integralgleichungsmethoden und Integraltransformationen führten zu verschiedenen Existenz- und Eindeutigkeitsaussagen.

Die praktischen Verfahren standen selbstverständlich vor dem Hintergrund des Einsatzes elektronischer Rechenanlagen. Bei der Behandlung von Diskretisierungsproblemen fand die wichtige Fragestellung, die wesentlichen Eigenschaften des ursprünglichen mathematischen Modells zu erhalten, besondere Beachtung.

Das umfangreiche Vortragsprogramm war so angeordnet, daß für Diskussionen und Anknüpfung wissenschaftlicher und persönlicher Kontakte reichlich Gelegenheit blieb. Die bekannte fruchtbare Arbeitsatmosphäre wurde durch einen winterlichen Wettersturz zusätzlich gefördert. Besonderer Dank gebührt dem Institut und seinem Personal für Gastfreundschaft und herzliche Betreuung.

Gefördert durch DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

©

Gefördert durch DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

Teilnehmer

B. Brosowski, München
W. Bürger, Darmstadt
G. Demmig, Darmstadt
P. Dierolf, München
A. Fetzer, Stuttgart
R. Gorenflo, Garching
H. Haf, Stuttgart
G. Hery, Berlin
K.-H. Hoffmann, München
K. Jacob, Göttingen
H. Jeggle, Darmstadt
R. Kreß, Darmstadt
R. Kußmaul, Stuttgart
N. Latz, Berlin
E. Martensen, Darmstadt
Th. Meis, Jülich
E. Meister, Berlin
I. Moravek, München
H. Neunzert, Jülich
V. Osório, Darmstadt
D. C. Pack, Glasgow
J. Polášek, Prag
H. U. Schmidt, München
K. Steinbrunn, Stuttgart
H.-J. Töpfer, Berlin
W. Törnig, Jülich
H. L. de Vries, München
R. Wegmann, München
W. Wendland, Berlin
G. Wenisch, Darmstadt

Vortragsauszüge

W. BÜRGER: Schwache Unstetigkeiten in der modernen Kontinuumsmechanik

Zahlreiche Wellenvorgänge der klassischen Physik, z.B. elektromagnetische Wellen, Wellen in elastischen Festkörpern und Kompressionswellen in reibungsfreien Gasen (und damit alle reinen Überschallströmungen) haben gemeinsam, daß sie sich als verallgemeinerte Lösungen von Systemen quasilinearer partieller Differentialgleichungen erster Ordnung vom hyperbolischen Typ gewinnen lassen. Die Wellenausbreitung in Materialien, deren Stoffgesetz in Funktionalform gegeben ist (Materialien mit Gedächtnis oder mit weitreichenden Kohäsionskräften) fällt aus diesem Rahmen heraus. Eine einheitliche Theorie aller genannten Wellenvorgänge behandelt Systeme "quasilinearer partieller Funktionaldifferentialgleichungen erster Ordnung". Der Vortrag behandelt Charakteristiken und schwache Unstetigkeiten von Lösungen derartiger Gleichungen. Es wird gezeigt, daß die Sprung-

Gefördert durch DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft ©

Gefördert durch
DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

amplituden einer gewöhnlichen Differentialgleichung vom Bernoullischen Typ gehorchen, deren Lösung sich stets auf Quadraturen zurückführen läßt.

G. DEMMIG: Ellipsoid im Quell-Senkenfeld

Ein Rotationsellipsoid befindet sich in einem Quell-Senkenfeld, dessen Symmetrieachsen mit denen des Ellipsoids zusammenfallen. Das ursprüngliche Quell-Senkenfeld wird durch die Anwesenheit des Ellipsoids verändert. Das Störfeld wird als das Feld eines Flächenstroms auf der Oberfläche des Ellipsoids interpretiert. Unter Anwendung potentialtheoretischer Methoden wird man auf eine Integralgleichung geführt, mit der man das Feld auf der Ellipsoidoberfläche numerisch berechnen kann. Die Integralgleichung ist nicht lösbar, wenn Quelle und Senke selbst auf dem Ellipsoid liegen. Die Lösung kann in diesem Fall jedoch als Grenzwert bei Annäherung der Quellen von innen und außen an die Ellipsoidoberfläche erhalten werden.

B. BROSOWSKI, H.U. SCHMIDT und R. WEGMANN:
Überschallumströmung einer Massenquelle als Kometenmodell

Kometen sind Eis-Staubkonglomerate, die in Sonnennähe einer starken Verdampfung unterliegen. Das entstehende Gas expandiert und wird von der solaren UV-Strahlung ionisiert. Die Plasmaströmung in der Umgebung eines Kometen erlaubt eine Beschreibung durch reibungsfreie Gasdynamik, die durch Quellterme in den Erhaltungssätzen modifiziert wird. Die Randbedingungen auf einer äußeren Umrandung folgen aus den Eigenschaften des ungestörten "Sonnenwindes". Es treten zwei Diskontinuitäten auf: a) eine Kontaktfläche, die die Stromlinien, die ihren Ursprung auf der Sonne haben, trennt von solchen, die vom Kometenkern herkommen, b) eine starke Stoßfront, die die Kontaktfläche sonnenseitig umhüllt. Unter Benutzung einer Ähnlichkeitsannahme über die Krümmung der Isobarenflächen läßt sich ein Iterationsverfahren angeben zur Bestimmung der Lösung auf der Stagnationsstromlinie, die Sonne und Kometenkern verbindet. Die Ergebnisse hängen nur schwach vom Parameter der Ähnlichkeitsannahme ab.

Gefördert durch DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft ©

Gefördert durch
DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

B. BROSOWSKI und H.L. DE VRIES: Über die numerische Behandlung gewisser potentialtheoretischer Probleme mit freiem Rand

Für ein ebenes Modell eines mit der Winkelgeschwindigkeit ω rotierenden Sternes S wird ein Verfahren zur numerischen Berechnung der zunächst unbekannten Meridiankurve ∂S angegeben. Ein Stern ist dabei eine inhomogene Gasmasse im hydrostatischen Gleichgewicht, deren Zustandsgleichung durch $p = K^{1-1/n}$ gegeben ist und deren Fliehkraft ein Potential besitzt. Im Sterninneren ist die Poisson-Gleichung $\Delta u_i = -\varrho = -(u_i + \int_0^s \omega^2(t)dt)^n$, im Sternäußeren die Laplace-Gleichung $\Delta u_a = 0$ so zu lösen, daß auf der Sternoberfläche $\varrho = 0$ die Randbedingungen $u_i = u_a$, $\frac{\partial u_i}{\partial n} = \frac{\partial u_a}{\partial n}$ erfüllt sind. Der Meridian ∂S ist dann gefunden, wenn auf ihm die Lösung u_i der Poisson-Gleichung die Bedingung

$$D := \frac{\partial u_i}{\partial n} + \frac{1}{\pi} \frac{\partial}{\partial n} \int_{\partial S} \frac{\partial u_i}{\partial t} \log \frac{1}{r} ds - \frac{1}{\pi} \frac{\partial}{\partial t} \int_{\partial S} \frac{\partial u_i}{\partial t} \log \frac{1}{r} ds = 0$$

erfüllt. Nach Diskretisierung des Problems wird zum k-ten Proberand ∂S_k, falls noch $D_k \neq 0$ ist, mit dem Newton-Verfahren für Funktionen D mehrerer Veränderlicher ein verbesserter Rand ∂S_{k+1} konstruiert. Das Verfahren konvergiert bei Sternen, für welche die am Äquator genommene Größe (Fliehkraft/Schwerkraft) $\leqq 0.6$ ist.

A. FETZER: Grundzüge einer Spektraltheorie des Maxwell-Operators

In diesem Vortrag werden die Grundzüge der Spektraltheorie des zeitunabhängigen Maxwellschen Operators im Außenraum Ω einer geschlossenen Fläche $\partial\Omega$ entwickelt. Als Anwendung ergibt sich ein schwacher Existenzsatz für das Rand- und Anfangswertproblem der zeitabhängigen Maxwellschen Gleichungen und ein Beweis des Prinzips der Grenzamplitude. Dazu muß zunächst der Δ-Operator der vektoriellen Helmholtzschen Schwingungsgleichung zu einem geeigneten selbstadjungierten Operator A in einem passenden Hilbert-Raum erweitert werden. Der Bereich der klassischen Funktionen wird dabei durch einen geeigneten Oberbereich ersetzt. Die Kennzeichnung des Definitionsbereichs D(A) der selbstadjungierten Erweiterung A wird besonders einfach, wenn man als Elemente des Oberbereichs Distributionen wählt.

Gefördert durch DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft ©

Gefördert durch
DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

R. GORENFLO: Diskrete Diffusionsmodelle und monotone Differenzenschemata für parabolische Differentialgleichungen

Aus diskreten Diffusionsmodellen (im einfachsten Fall: aus diskreten Irrfahrten) kann man Differenzenschemata zur numerischen Lösung parabolischer Differentialgleichungen gewinnen. Solche Schemata reflektieren wesentliche physikalische Eigenschaften der zu untersuchenden Prozesse, nämlich 1) monotone Abhängigkeit der Lösung von Anfangswerten, Randwerten, Quelldichten, Zuflußraten, 2) gegebenenfalls Substanzerhaltung. Die Monotonie-Eigenschaften erleichtern die Untersuchung der numerischen Stabilität und der Konvergenz, die sich auf natürliche Weise als gleichmäßig erweist. Die Verallgemeinerung auf schwach gekoppelte Systeme parabolischer Differentialgleichungen wird angedeutet.

H. HAF: Zur Theorie parameterabhängiger Operatorgleichungen

Die Frage nach dem Verhalten der Lösungen von Schwingungsproblemen in Abhängigkeit von komplexen Parametern läßt sich auf Untersuchungen von äquivalenten Integralgleichungen zurückführen. Diese Integralgleichungen werden unter einheitlichen Gesichtspunkten als Operatorgleichungen diskutiert. In Anlehnung an den von E. Schmidt gegebenen Aufbau der Fredholmschen Theorie wird eine Abhängigkeitstheorie für vollstetige lineare Operatoren in Hilberträumen und Banachräumen mit Basis, die analytisch bzw. meromorph von einem Parameter abhängen, entwickelt.

G. HERY: Über eine Klasse singulärer Integralgleichungen

Nach Festlegung gewisser Kurvenklassen sowie Funktionenräumen und Räumen verallgemeinerter Funktionen werden Gleichungen des folgenden Typs betrachtet:

$$a(t)\,\varphi(t) + b(t)\,S\varphi(t) + V\varphi(t) = \varphi(t) .$$

Hierbei bedeutet S die Cauchy-Transformation, V ein beliebiger vollstetiger Operator im betrachteten Raum. Die Koeffizienten a(t), b(t) genügen geeigneten Voraussetzungen. Mit einer Methode, die auf Arbeiten von Nikolski und Atkinson beruht und auch von B.V. Chvedelidse verwendet wurde, wird die Gültigkeit der Noetherschen Sätze für die jeweilige Gleichung im betrachteten Raum nachgewiesen.

Gefördert durch DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

©

Gefördert durch
DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft
©

K.-H. HOFFMANN: Über ein aus der Weinsteindeterminante resultierendes Verfahren zur Bestimmung der Eigenwerte bei Matrizen

Eine von M. MORRIS und J. W. HEAD [1942] angegebene Methode zur Bestimmung der Eigenwerte einer n-reihigen symmetrischen Matrix durch eine schrittweise Ordnungserhöhung wird verallgemeinert. Dazu zeigen wir, daß sich dieses Verfahren aus der allgemeinen Theorie von Weinstein-Aronszajn (vgl. S.H. GOULD [1966]) ableiten läßt, wenn man die reziproke Weinsteindeterminante betrachtet. Die genannte Verallgemeinerung ergibt sich dann unmittelbar.

K. JACOB: Fortschritte bei der Berechnung der inkompressiblen Strömung um Tragflügelprofile

Für die Berechnung der inkompressiblen Potentialströmung sind neben den nur begrenzt anwendbaren Methoden der konformen Abbildung und den einfachen Singularitätenverfahren früherer Jahre in der letzten Dekade Verfahren immer mehr in den Vordergrund getreten, die mit Singularitätenbelegungen der Körperoberfläche arbeiten. Man kommt dabei auf Fredholmsche Integralgleichungen zweiter Art, die durch lineare Gleichungssysteme approximiert und numerisch gelöst werden. Diese Verfahren sind sehr genau und recht allgemein anwendbar, jedoch mit einem großen Rechenaufwand verbunden, also "computerorientiert". Recht bekannt ist das Verfahren von E. Martensen, welches in den letzten Jahren in mancher Hinsicht weiterentwickelt wurde und viele praktische Anwendungen gefunden hat. Jüngst wurde eine besondere Form dieses Verfahrens in Verbindung mit einer Grenzschichtberechnung sogar zur Berechnung abgelöster Strömungen und zur Bestimmung des maximalen Auftriebs von Tragflügelprofilen verwendet.

H. JEGGLE: Bemerkungen zur näherungsweisen Lösung von Operatorgleichungen der mathematischen Physik

Motiviert durch die Integralgleichungen verschiedener Randwertprobleme der mathematischen Physik wird eine Klasse von Operatorgleichungen 2. Art $\lambda x - Kx = f$ mit einem linearen beschränkten Operator K be-

Gefördert durch DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

©

Gefördert durch
Deutsche Forschungsgemeinschaft
©

trachtet. Ausgangspunkt ist ein Alternativsatz über ihre Lösbarkeit. Ist die Operatorgleichung nichtsingulär, so gibt es Abschätzungen für ihre näherungsweise Lösung mit Projektions- oder Quadraturformelverfahren (ANSELONE [1965], BRUHN-WENDLAND [1967], JOERGENS [1968]). Hier werden für diese Lösungsverfahren einige Bemerkungen gemacht zu:
(1) dem Eigenwertproblem: Die Approximation der Eigenwerte ist korrekt hinsichtlich der algebraischen Vielfachheit. Eine Abschätzung für die Approximation der verallgemeinerten Eigenvektoren wird angegeben.
(2) Abspaltungsverfahren für die Eigenwerte: In gewissen Fällen muß anstelle des WIELANDTschen das Verfahren von ATKINSON gewählt werden.

R. KRESS: <u>Über die Behandlung von Randwertproblemen für verallgemeinerte harmonische Vektorfelder mit der Integralgleichungsmethode</u>

Beim DIRICHLETschen bzw. NEUMANNschen Problem für verallgemeinerte harmonische Vektorfelder sind in einem abgeschlossenen dreidimensionalen Definitionsbereich $\mathfrak{G}$ Lösungen $\mathfrak{w}$ des inhomogenen Differentialgleichungssystems

$$\operatorname{div} \mathfrak{w} = \lambda \quad , \quad \operatorname{rot} \mathfrak{w} = \mathfrak{j}$$

gesucht, die auf dem Rande $\mathfrak{T}$ von $\mathfrak{G}$ vorgeschriebene Tangential- bzw. Normalkomponenten annehmen. Es werden äquivalente Integralgleichungen für die Normal- bzw. Tangentialkomponenten der gesuchten Felder angegeben und deren eindeutige Lösbarkeit mit Hilfe der FREDHOLMschen Alternative nachgewiesen. Die Darstellung ist, insbesondere bei der Wahl des Definitionsbereichs $\mathfrak{G}$, auf eine Hervorhebung der Dualitäten des DIRICHLETschen und NEUMANNschen Problems ausgerichtet.

R. KUSSMAUL: <u>Ein numerisches Verfahren zur Lösung des Neumannschen Außenraumproblems für die Helmholtzsche Schwingungsgleichung</u>

Es wird ein numerisches Verfahren für das zweidimensionale Problem behandelt. Der nur aus Randpotentialen bestehende Lösungsansatz führt zu einer stets eindeutig lösbaren vollstetigen Operatorgleichung. Bei der Bestimmung ihrer Lösung treten Integraloperatoren auf, die in einen periodischen, stetigen und in einen periodischen, logarithmisch singu-

Gefördert durch DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

Gefördert durch
DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

lären Anteil zerlegt werden. Diese Integrale werden im Anschluß an Untersuchungen von K.E. Atkinson mit Hilfe geeigneter Quadraturformeln angenähert, die sich unter Ausnutzung der Periodizität durch trigonometrische Interpolation ergeben. Ein Beispiel zeigt, daß mit der beschriebenen Methode sehr genaue Ergebnisse erzielt werden.

N. LATZ: Die Laplacetransformation und Aufgaben zur Schwingungsgleichung in Winkelgebieten

Für den exemplarischen Fall eines rechtwinkligen Gebietes werden Aufgaben zur Helmholtzschen Schwingungsgleichung erklärt, die sich einheitlich mit Hilfe der Laplacetransformation behandeln lassen. Das Eingreifen des Kalküls wird an Hand einer Nullstellen- und einer Integralgleichungsmethode demonstriert. Erstere formuliert über eine Holomorphieforderung den Zusammenhang zwischen den Randwerten der Lösung zur Helmholtzschen Gleichung und denen ihrer Normalableitung. Damit wird ein klassischer Spezialfall der Aufgabenstellung gelöst. Das zweite Verfahren besteht darin, über die Laplacesche Transformation eine problemcharakterisierende Integralgleichung herzuleiten. Für ihre Lösung wird eine Existenz- und Eindeutigkeitsaussage etabliert.

E. MARTENSEN: Das Dualitätsprinzip der Potentialtheorie aus der Sicht des mathematischen Physikers

In der mathematischen Physik wird die Potentialtheorie vorwiegend als Theorie allgemeiner Vektorfelder verstanden, deren Aufbau wesentlich durch die dualen Eigenschaften von Quellen und Wirbeln bestimmt wird. An Hand räumlich-flächenhafter Quell- bzw. Wirbelbelegungen des dreidimensionalen euklidischen Raumes wird das Dualitätsprinzip in einer an den Anwendungen orientierten Formulierung erörtert. Dabei treten die Kontinuitätsbedingungen für Wirbelbelegungen als Dimensionseigentümlichkeit des dreidimensionalen Raumes in Erscheinung. Bei den Anwendungen lassen sich mittelbare und unmittelbare unterscheiden. Für mittelbare Anwendungen spielen die Belegungen

Gefördert durch DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft ©

Gefördert durch DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft ©

die Rolle von Hilfsgrößen, durch die z.B. gegebene Felder einer geänderten physikalischen Situation angepaßt werden sollen. Bei den unmittelbaren Anwendungen werden die Belegungen physikalisch realisiert (z.B. durch das Anbringen von Ladungen und Strömen), um damit Felder mit gewünschten Eigenschaften zu erzeugen.

TH. MEIS: Ein Randwertproblem aus der Magnetohydrodynamik

Elektronendichte und Elektronentemperatur sind zwei wichtige Größen bei einem geschlossenen MHD-Generator. Sie genügen zwei gekoppelten Integrodifferentialgleichungen. Das Randwertproblem erster Art wird durch Diskretisation gelöst. Die Hauptschwierigkeit liegt dabei in der Lösung des nichtlinearen Gleichungssystems, das nach der Diskretisation vorliegt.

E. MEISTER: Instationäre Unterschallströmung durch ein schwingendes Gitter im Windkanal

Ein reibungsfreies, barotropes Gas ströme mit Unterschallgeschwindigkeit durch ein Gitter aus äquidistanten, dünnen und harmonisch schwingenden Profilen in einem Windkanal. Das zugeordnete lineare gemischte Randwertproblem für das Störgeschwindigkeitspotential wird nach Abspaltung von "Kanalwellen" mittels der Laplace-Transformation in ein System von Funktionalgleichungen vom verallgemeinerten WIENER-HOPF-Typ überführt. Durch orthogonale, konstante Matrizen lassen sich die Gleichungen entkoppeln und mittels der WH-Methode in unendliche Gleichungssysteme überführen, die im HILBERTschen Folgenraum gelöst werden.

H. NEUNZERT: Pseudoparabolische Gleichungen im Zusammenhang mit Problemen der Transporttheorie

Ausgangspunkt der Untersuchungen ist die Boltzmanngleichung. Unterwirft man diese einer Fouriertransformation bezüglich der Geschwindigkeitskoordinaten, so entsteht eine pseudoparabolische Gleichung. In

Gefördert durch DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft ©

Gefördert durch
DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

den einfachsten Fällen hat diese die Gestalt

$$u_t + cu_{xy} + f(x,y,t)u = 0 \quad .$$

Neben den Anfangswertproblemen, die hier nicht betrachtet werden, ist das charakteristische Randwertproblem für diese Gleichung auch physikalisch von besonderem Interesse. Für dieses Problem wird ein Lösungsverfahren entwickelt, das eine Verallgemeinerung der Riemannschen Integrationsmethode für den hyperbolischen Fall darstellt. Außerdem werden Existenz- und Eindeutigkeitsfragen untersucht.

D. C. PACK: <u>Die Lösung der Integralgleichungen vom Clausingschen Typ</u>

In der Theorie der stoßfreien Strömung eines Gases kommt eine wichtige Integralgleichung vor, die erstens von Clausing untersucht wurde. Bis jetzt ist keine analytische Lösung dieser Integralgleichung bekannt. Es gibt jedoch Methoden, die Grenzen finden, zwischen denen die exakte Lösung liegen muß. Diese Methoden (die Scheremethoden) werden in Kürze beschrieben. Sie sind auf das Problem der stoßfreien Strömung in einem Rohr numerisch angewendet worden. Zwei Fälle wurden betrachtet: (i) vollkommene Reflexion aller Teilchen von der Wand, (ii) partielle Reflexion, mittels eines Anhaftungskoeffizienten dargestellt. Die Resultate sind mit denen zu vergleichen, die von Smith und Lewin nach einer Monte-Carlo-Methode erhalten wurden. Zukünftige Untersuchungen werden erwähnt werden.

J. POLÁŠEK: <u>Eine Bemerkung über mathematische Problematik beim Entwurf von Schaufelgitter-Profilen</u>

Für die aerodynamische Qualität eines Schaufelgitters, hauptsächlich was die Energieverluste betrifft, ist die Verteilung der Geschwindigkeit auf den Konturen der Schaufelprofile maßgebend. Würde man aber beim Entwurf eines Schaufelprofils von der Geschwindigkeitsverteilung auf der Saugseite und Druckseite ausgehen, so besteht die Gefahr, vor allem bei Schaufelgittern mit dünnen Profilen, daß sich die Profilkonturen überschneiden, was zu unmöglichen (nicht reellen) Profilen

Gefördert durch DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

Gefördert durch
DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft
©

führt. Abgesehen davon, kann man bei der vorgeschriebenen Geschwindigkeitsverteilung auf beiden Seiten des Profils die Profildicke, die aus den Festigkeitsgründen eine bedeutende Rolle spielt, nicht berücksichtigen. Deswegen wird beim Entwurf die Geschwindigkeitsverteilung nur auf der Saugseite vorgeschrieben und dann auch der Flächeninhalt des Profils (evtl. auch der Krümmungsradius der Anströmkante und die Dicke der Abströmkante). Die Geschwindigkeitsverteilung auf der Druckseite kann dann nicht mehr zahlenmäßig vorgeschrieben werden, sondern nur qualitativ und das so, daß die Energieverluste möglichst niedrig bleiben.

K. STEINBRUNN: Über das Verhalten stationärer elektromagnetischer Wellenfelder für kleine Frequenzen

Es wird ein stationäres Übergangsproblem für die Maxwellschen Gleichungen betrachtet. Durch Zurückführung auf ein eindeutig lösbares Integralgleichungssystem zeigt C. Müller, daß das Problem für jede Frequenz $\omega > 0$ ein eindeutig bestimmtes Lösungspaar (E_ω, H_ω) besitzt. Die Diskussion dieses Integralgleichungssystems sowie eines zusätzlich abgeleiteten Systems von Integralgleichungen zeigt, daß die Lösungsfelder E_ω und H_ω für $\omega \geq 0$ stetig von ω abhängen. Insbesondere konvergieren E_ω und H_ω für $\omega \to 0$ gleichmäßig gegen stetige Grenzfelder E_o und H_o. Diese Grenzfelder erweisen sich als (eindeutig bestimmte) Lösungen der dem Ausgangsproblem entsprechenden statischen Übergangsprobleme.

H.-J. TÖPFER: Ein Beispiel für die Anwendung von Kettenbrüchen zur Konvergenzverbesserung empirischer Reihen

Bei der Ortsbestimmung von Flugkörpern, wie z.B. Wetterraketen, Radiosonden usw., mit Hilfe eines Radartheodoliten treten im Zusammenhang mit der atmosphärischen Refraktion verschiedene Probleme auf, deren genaue Berücksichtigung in Realzeit selbst auf einer schnellen Rechenanlage schwierig ist. Im wesentlichen handelt es sich um die Auswertung parameterabhängiger Integrale für einen sich relativ schnell ändernden Parameter. Es wird gezeigt, wie sich durch formale Reihen-

Gefördert durch DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft ©

Gefördert durch
DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft
©

entwicklung der Integranden und Transformation dieser Reihen in korrespondierende Kettenbrüche der Einfluß dieses Parameters isolieren läßt. Die dabei auftretenden Reihen- bzw. Kettenbruchkoeffizienten sind Funktionen des herrschenden atmosphärischen Zustands und in diesem Sinne empirisch.

W. WENDLAND: Zur Dirichletschen und Neumannschen Randwertaufgabe der Laplace-Gleichung in zusammengesetzten Gebieten mit Übergangsbedingungen und nicht glatten Rändern

$\mathcal{G}_1$ und $\mathcal{G}$ seien einfach zusammenhängende beschränkte Gebiete des R_3 mit $\bar{\mathcal{G}}_1 \subset \mathcal{G}$ und den Rändern γ, Γ. Gesucht wird $u \in C^2(\mathcal{G}-\gamma) \cap C^0(\bar{\mathcal{G}})$ von $\Delta u = 0$ in $\mathcal{G}-\gamma$, $K_1 \frac{\partial u_1}{\partial n} - K_2 \frac{\partial u_2}{\partial n} + hu = \varphi$ auf γ, $u = f$ auf Γ. Dabei sind $u_1 = u|_{\mathcal{G}_1}$, $u_2 = u|_{\mathcal{G}-\mathcal{G}_1}$, $\frac{\partial}{\partial n}$, die Ableitung in Richtung der äußeren Normalen; $K_1 \geqq 0$, $K_2 > 0$ gegebene Konstanten, $h \geqq 0$ und φ auf γ sowie f auf Γ stetig gegeben. Bei Ljapounoff-Flächen γ, Γ kann dieses Problem bekanntlich wie bei der Neumannschen und Poincaréschen Randwertaufgabe auf ein Integralgleichungssystem auf γ und Γ für geeignete Massen- und Dipolbelegungen zurückgeführt werden. Es wird gezeigt, wie diese Methode mit Hilfe der Ergebnisse von Burago, Mazja, Sapožnikova auf fast überall differenzierbare Ränder γ, Γ mit Lebesgue-integrierbarer Oberfläche übertragen werden kann. Entsprechende Überlegungen lassen sich bei Vorgabe von $\frac{\partial u}{\partial n}$ auf Γ durchführen.

G. WENISCH: Numerische Behandlung der Integralgleichung für Tragflügel- und Gitterprofile

Der Vortrag ist ein Bericht über die Ergebnisse meiner Diplomarbeit, die ich vor kurzem am Lehrstuhl II für Praktische Mathematik von Prof. E. Martensen verfaßt habe. Die Arbeit liefert ein numerisches Verfahren zur punktweisen Berechnung von Geschwindigkeits- und Druckverteilung an Gitterprofilen für diskontinuierlich verteilte Stütz-

Gefördert durch DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

©

Gefördert durch
DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft
©

stellen. Da die Verhältnisse an Profilanfang und -ende besonders interessieren, werden die Nullstellen der LEGENDREschen Polynome $P_n(x)$ als Stützstellen verwendet. Zur Auswertung der auftretenden Integrale wird die GAUSSsche Quadraturformel benutzt. Die Berechnung einiger Beispiele – darunter auch stark gekrümmte Gitterprofile – hat gezeigt, daß gerade in den Endbereichen der Profile eine gute Annäherung an die tatsächlichen Strömungsverhältnisse erzielt wurde.

E. Martensen (Darmstadt)

Gefördert durch
DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft
©

Gefördert durch
DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft
©