Tagungsbericht 25/1969

Algebraische Zahlentheorie

27.7. bis 2.8.1969

Leitung: Prof.Dr.P.Roquette (Heidelberg)
Prof.Dr.H.Hasse (Hamburg)

In den in mehrjährigem Abstand stattfindenden Tagungen über algebraische Zahlentheorie unter Leitung von H.Hasse und P.Roquette wird Gelegenheit geboten, nicht nur Ergebnisse der letzten Jahre auf diesem Gebiet mitzuteilen, sondern über offene Fragen zu diskutieren und Anregungen mannigfacher Art auszutauschen. Letzteres läßt sich in diesem Bericht leider nur unvollkommen festhalten.

Die Vorträge der diesjährigen Tagung beschäftigten sich, wie man den folgenden Auszügen entnimmt, vor allem mit algebraischer Zahlentheorie, behandelten jedoch auch Probleme aus Nachbargebieten wie Körpertheorie, algebraische Geometrie (vor allem Funktionenkörper einer Variablen) bis hin zur Funktionalanalysis, deren Methoden tiefliegende Anwendungen in der Zahlentheorie zulassen.

Teilnehmer:

Arf, C. (Ankara)
Armitage, I.V. (London)
Barner, K. (Stuttgart)
Behr, H. (Göttingen)
Benz, H. (Hamburg)
Brückner, H. (Hamburg)
Chatelet, F. (Besancon)
Divis, B. (Heidelberg)
Draxl, P.K.J. (Göttingen)
Fröhlich, A. (London)
Geyer, W.-D. (Heidelberg)
Halter-Koch, F. (Geyen)
Harder, G. (Bonn)
Hazewinkel, M. (Amsterdam)
Ikeda, M. (Ankara)
Kiyek, K. (Saarbrücken)
Lakkis, K. (Thessaloniki)
Leutbecher, A. (Münster)
Lutz, E. (Grenoble)
Martinet, J. (Bordeaux)
Mathieu, H. (Saarbrücken)
Maus, E. (Göttingen)
Nastold, H.-J. (Münster)
Neukirch, J. (Bonn)
Peters, M. (Hamburg)
Popp, H. (Heidelberg)
Roquette, P. (Heidelberg)
Stöhr, K.-O. (Bonn)
Tamme, G. (Bovenden)
van der Waall, R.W. (Nijmegen)
Zassenhaus, H.J. (Heidelberg)

Prof.H.Hasse konnte wegen einer plötzlichen Erkrankung diesmal leider nicht an der Tagung teilnehmen.

Arf, C. (Ankara): Über die formale Struktur der lokalen Klassenkörpertheorie.

Sei k ein Körper des Charakteristik $p > 0$, $\mathbb{F}_p$ der darin enthaltene Primkörper. Im folgenden soll eine Beschreibung der Galoisgruppe $G(K/k)$ der separablen p-Hülle K von k angegeben werden.

Sei $U = \{u_\sigma \mid \sigma \in S\} \subset k$ eine $\mathbb{F}_p$-Basis von $k/\wp k$. Sei

$\bar{U}^{(n)} = \{(u_{\tau_n},\ldots,u_{\tau_1}) \mid \tau_i \in S\}$ für $n \geq 0$, wobei die Symbole

$(u_\tau),\ldots,(u_{\tau_n},u_{\tau_{n-1}},\ldots,u_{\tau_1})$ Lösungen von

$x^p-x = u_\tau,\ldots,x^p-x = u_{\tau_n}\cdot(u_{\tau_{n-1}},\ldots,u_{\tau_1})$ in K sind. Es gilt

Satz 1: $\bar{U} := \bigcup_{n=0}^{\infty} \bar{U}^{(n)}$ ist eine Basis für K/k.

Über $\bar{U}$ wird nun in geeigneter Weise eine nilpotente kommutative Algebrenstruktur $[\bar{U}]^\circ$ definiert derart, daß für eine geeignete Teilmenge $\bar{V}$ gilt:

Satz 2: Sei $k[\bar{V}]_p$ die Menge aller Polynome von $\bar{V}$, die in jedem Element von $\bar{V}$ einen Grad $< p$ haben. Dann sind die Elemente von K eindeutig durch die Elemente von $k[\bar{V}]_p$ darstellbar. Mit Hilfe der Symbole $[\tau_n,\ldots,\tau_1]$ wird nun über $\oplus\, \mathbb{F}_p[\tau_n,\ldots,\tau_1]$ eine Algebrenstruktur R erklärt. B sei das Bild von $\bar{V}$ unter der Abbildung $(u_{\tau_n},\ldots,u_{\tau_1}) \to [\tau_n,\ldots,\tau_1]$. Dann gilt

Satz 2': $R = \mathbb{F}_p[B]_p$.

Mit einer geeigneten Gruppe $1 + \bar{G}$ von Automorphismen des Ringes R gilt nun:

Satz 3: Es gibt eine Abbildung $k[\bar{V}]_p \to R$ derart, daß $G(K/k)$ auf $1 + \bar{G}$ isomorph abgebildet wird.

Ist k ein Potenzreihenkörper über einem endlichen Körper, so ermöglicht diese Abbildung eine explizite Konstruktion des Normrestsymbols für die abelsche separable Hülle von k.

Armitage, I.V. (London): Bemerkungen zur Fröhlichschen Vermutung über die Klasse des Artinschen Führers.

Sei K ein algebraischer Zahlkörper oder ein alg.Funktionenkörper einer Variablen über einem endlichen Körper k zu einer Kurve Γ_o über k. R/K sei eine endliche, separable, normale Erweiterung und χ ein Charakter von G = Gal (R/K). Fröhlich vermutete im Zahlkörperfall: Ist χ reell, so ist der Artinsche Führer f_χ ein Quadrat in der Idealklassengruppe von K. Im Funktionenkörperfall besteht die analoge Vermutung für den Divisor f_χ in der Divisorenklassengruppe von Γ_o. Im Zahl- und Funktionenkörperfall gilt: Ist ψ ein Charakter der Ordnung 2 der Ideal- bzw. Divisorenklassengruppe von K, so ist $\psi(f_\chi) = \frac{W(\chi)}{W(\psi\chi)}$ wobei $W(\chi)$ und $W(\psi\chi)$ Weilsche Wurzelzahlen geeigneter L-Reihen sind. Serre hat gezeigt: Im Funktionenkörperfall ist Fröhlichs Vermutung nicht allgemein richtig, sie stimmt, falls die zu χ gehörige Darstellung reell ist.

Behr, H. (Göttingen): Endliche Erzeugbarkeit arithmetischer Gruppen über Funktionenkörper

---

Es sei k ein globaler Körper, S eine endliche nicht leere Menge von Primstellen von k (die im Zahlkörperfall die unendlichen enthält), o_S der Ring der außerhalb S ganzen Elemente; ferner sei G eine über k definierte algebraische Gruppe, $\Gamma = G(o_S)$ also eine arithmetische Gruppe. Im Zahlkörperfall ist für reduktives G jede Gruppe $G(o_S)$ endlich erzeugbar und durch endlich viele Relationen definierbar. Im Funktionenkörperfall hat man das Gegenbeispiel $SL_2(\mathbb{F}_q[t])$.

<u>Satz</u>: G sei absolut fast-einfach über dem Funktionenkörper k. Dann ist $G(o_S)$ in den folgenden Fällen endlich erzeugbar:
a) Der k-Rang von G ist 0; b) S enthält mindestens 2 Primstellen; c) $S = \{v_o\}$ und G besitzt über k_{v_o} mindestens den Rang 2 (evtl. mit Ausnahme einer gewissen unitären Gruppe).

Brückner, H. (Hamburg): Das Normsymbol für primzyklische Erweiterungen

---

Sei k eine endliche Erweiterung von $\mathbb{Q}_p$, T der Trägheitskörper zu k, o der Ring der ganzen Elemente von T, o((x)) der Ring der formalen Potenzreihen über o und o((x))* die Gruppe derjenigen $f(x) = \sum_{\nu \geq \nu_o} a_\nu x^\nu \in o((x))$, deren Anfangskoeffizient a_{ν_o} im multiplikativen Restsystem liegt. P sei der Frobeniusautomorphismus von T/k, der auf $o((x))^*$ vermöge $f(x)^P := \sum_{\nu > \nu_o} a_\nu^P x^{\nu p}$

fortgesetzt werde. Für $f(x) \in o((x))^*$ ist dann

$\log_p f(x) := \frac{1}{p} \log \frac{f(x)^p}{f(x)^P} \in o[\![x]\!]$, und sogar $\log_p f(x) \equiv 0 \bmod x$.

K/k sei eine verzweigte, zyklische Erweiterung vom Grade p, Π ein Primelement von K, $\pi = N_{K/k}\, \Pi$, σ eine Erzeugende von Gal(K/k) und $\Pi^{\sigma-1} = 1 + s_o + s_1\Pi + \ldots + s_{p-1}\,\Pi^{p-1}$. Mit $\alpha(x)$ bzw. $s_i(x)$ werden Potenzreihen von $o((x))^*$ bzw. $o[\![x]\!]$ bezeichnet mit $\alpha(\pi) = \alpha$, $s_i(\pi) = s_i$. Ferner sei $\sigma(x) = \sum_{i=o}^{p-1} s_i(x)^P x^i$.

Dann ist

$$(\alpha, K/k) = \sigma^{-Sp_{T(\mathbb{Q}_p}\operatorname{Res} \frac{\log_p \alpha(x)\,d\log x}{\sigma(x)}} .$$

Chatelet, F. (Besançon): Konstruktion der zyklischen Erweiterungen des rationalen Zahlkörpers

Um abelsche Erweiterungen K vom Grade d eines Körpers k zu konstruieren, adjungiert man zunächst zu k die d-ten Einheitswurzeln und konstruiert dann eine geeignete Erweiterung K' von k' nach der Kummertheorie, aus der K mit Hilfe der Galoistheorie gewonnen werden kann. Nicht alle Erweiterungen K'/k' sind dafür geeignet, notwendig ist K'/k abelsch. Eine hinreichende Bedingung lautet: Die Galoisgruppe G(K'/k) ist direktes Produkt von G(K'/K) und G(K/k). Diese Bedingungen lassen sich durch Eigenschaften derjenigen Elemente von k' ausdrücken, die eine Erzeugung von K' liefern. (J.J.Payan, A.Kerkom)

Draxl, P.K.J. (Göttingen): L-Reihen zu algebraischen Tori

Sei k ein algebraischer Zahlkörper, T ein k-Torus mit Zerfällungskörper K und G = Gal(K/k). Dann ist die Charaktergruppe X(T) ein G-Modul. Sei $x \in X(T)^G$ fest und Keg $\subset$ X(T) ein konvexer Kegel mit Spitze in O, der x als "inneren Punkt" enthält und G-invariant ist.

Ist c ein stetiger Charakter von $T(A_K) / T(k)$ (A_K = Adelring), so kann man zu x, Keg und c eine L-Reihe definieren, die für $Re(s) > 1$ holomorph ist und sich auf $Re(s) > \frac{1}{2}$ mit höchstens einem Pol endlicher Ordnung in $s = 1$ analytisch fortsetzen läßt. Als Spezialfälle treten dabei die Heckeschen L-Reihen mit Größencharakteren und die sog. Skalarprodukte Heckescher L-Reihen auf.

Fröhlich, A.(London): Die Klassenzahl des ganzzahligen Gruppenringes einer endlichen abelschen Gruppe.

Sei Γ eine endliche abelsche Gruppe, $\mathbb{Z}\Gamma$ und $\mathbb{Q}\Gamma$ ihre ganzzahligen bzw. rationalzahligen Gruppenringe, M die Maximalordnung von $\mathbb{Q}\Gamma$ und $k(\Gamma)$ die Ordnung des Kernes von $Pic(\mathbb{Z}\Gamma) \longrightarrow Pic(M)$. Ist Γ vom Exponenten 2,3,4,6, so gibt es einfache Formeln für $k(\Gamma)$, die zeigen, daß $k(\Gamma)$ mit $card(\Gamma)$ "zweifach exponentiell" gegen ∞ geht.

Halter-Koch, F. (Köln): 3, 5 und 7 als 8.Potenzreste.

Jede Primzahl $p \equiv 1 \mod 8$ hat die Darstellungen

$p = x^2 + 16y^2 = u^2 + 8v^2$. Nach p ist 8.Potenzrest:

a) -3 genau dann, wenn $y \equiv 0 \mod 3$ und $x \pm u \equiv 0 \mod 12$;

b) 5 genau dann, wenn $y \equiv 0 \mod 5$ und entweder $x \pm u \equiv 0 \mod 20$ oder $3x \pm u \equiv 0 \mod 20$; c) -7 genau dann, wenn entweder $x \equiv 0 \mod 7$ und $u \cdot v \not\equiv 0 \mod 7$ oder $y \equiv 0 \mod 7$ und $u \cdot v \equiv 0 \mod 7$.

Harder, G. (Bonn): Arithmetik algebraischer Gruppen und automorphe Funktionen

Sei K ein eindimensionaler Funktionenkörper, G/K eine halbeinfache Chevalleygruppe über K und G_A die Adelegruppe von G/K. Der Quotient G_A/G_K besitzt ein linksinvariantes Maß und hat ein endliches Volumen. Auf dem Raum $L^2(G_A/G_K)$ operiert G_A durch Linkstranslationen, und das allgemeine Problem besteht in der Zerlegung dieser unitären Darstellungen. Sei $\mathfrak{K} = \Pi G_{o_\varphi}$ eine maximale kompakte Untergruppe von Standardtyp. Dann schränkt man obiges Problem auf $L^2(\mathfrak{K} \setminus G_A/G_K)$ ein. Auf diesem Raum operiert die

Heckealgebra $\mathcal{X}$ der unter $\mathcal{R}$ biinvarianten Funktionen durch die Faltung. Man kann nun mit Hilfe von Eisensteinreihen eine Spektralzerlegung des orthogonalen Komplements des Raumes der Spitzenformen erhalten. Eine Anwendung davon ist die Berechnung des Volumens von G_A/G_K.

Theorem: Die Tamagawazahl einer einfach zusammenhängenden Chevalleygruppe ist 1.

Hazewinkel, M. (Amsterdam): Lokale Klassenkörpertheorie.

Sei K ein lokaler Körper mit perfektem Restklassenkörper (nicht notwendig endlich). Sei U_K das pro-algebraische Gruppenschema der Einheiten von K. Für totalverzweigte Erweiterungen L/K sei U_L das analoge Gruppenschema zu L und $V_{L/K} = I_G U_L$, wobei $G = \mathrm{Gal}(L/K)$ und $I_G U_L = \sum_{\sigma\in G} (\sigma-1)U_L$. Dann ist $0 \longrightarrow G(L/K)_k \longrightarrow U_L/V_{L/K} \longrightarrow U_K \longrightarrow 0$ exakt. Umgekehrt kann jede Isogenie $0 \longrightarrow N \longrightarrow U \longrightarrow U_K \longrightarrow 0$ mit konstantem N und zusammenhängendem U auf diese Weise erhalten werden. Sei $p(U_K)$ der maximale konstante Quotient der Homotopiegruppe $\pi_1(U_K)$. Dann ist $p(U_K) \simeq (G(K^{ab}/K)_{ram})_k$. Das Untergruppenschema U_K^n der n-ten Einseinheiten wird in U_k abgebildet. Das Bild von $p(U_K^n)$ in $p(U_k)$ entspricht der Gruppe $G(K^{ab}/K)^n$ in der oberen Indizierung der Verzweigungsgruppen. Im Falle k endlich erhält man daraus $G(K^{ab}/K)_{ram} \simeq U(K)$, woraus man das klassische Reziprozitätsgesetz ableiten kann.

Ikeda, M. (Ankara): Über die maximale separable Erweiterung eines Körpers

---

Die Hasse-Wolfsche Theorie der endlichen galoisschen Algebren läßt sich nach der von Rosenberg-Chase vorgeschlagenen Methode auf unendliche Erweiterungen übertragen.

Sei k ein lokaler Körper, K/k endlich galoissch und A die maximale abelsche Erweiterung von K. Dann gilt wie im endlichen Fall

$$C^\sigma = C \cdot \frac{B_\sigma \otimes B_\sigma}{B_\sigma^H} \qquad (\sigma \in G(K/k))$$

wobei C ein zu A/K gehöriger Hassescher Faktor ist. Weiter gilt

$$\frac{B_\sigma^\rho \cdot B_\rho}{B_{\sigma\rho}} = Q_{\sigma,\rho} \qquad (\sigma,\rho\ G(K/k))$$

mit einem Faktorensystem $\{Q_{\sigma,\rho}\}$ der Gruppenerweiterung $G(A/K) \longrightarrow G(A/k)$. Ist $\varphi_{A/K}$ das Inverse des Normsymbols (*,A/K), so gilt

$$\varphi_{A/K}\Big(\prod_{\sigma\in G(K/k)} B_\sigma^\rho\Big) = \prod_{\sigma\in G(K/k)} \varphi_{A/K}\,(Q_{\sigma,\rho}) \quad ,$$

wobei die auf der rechten Seite stehende Größe der Nakayamasche Homomorphismus ist.

Kiyek, K. (Saarbrücken): Bewertungssysteme in Moduln

Es sei K ein Körper, k ein Teilring von K, X die Riemannsche Fläche von K/k, $S = K[T_1,\ldots,T_r]$ ein Polynomring, M ein graduierter endlich erzeugter S-Modul. Für $x \in X$ sei v_x die zugehörige Bewertung von K/k bzw. deren Funktionalfortsetzung auf S, und für jedes $x \in X$ sei eine träge v_x-Pseudobewertung w_x von M gegeben. Eine solche Familie $\mathfrak{w} = \{w_x\}$ heißt ausgezeichnet, wenn es eine endliche Familie von Erzeugendensystemen $(y_{ij})_{1\leq i\leq n_j}$ $(j = 1,\ldots,s)$ so gibt, daß für jedes $x \in X$ mindestens ein System $(y_{ij})_{1\leq i\leq n_j}$ ein Erzeugendensystem des $K_{v_x}[T]$-Moduls $M_{w_x} = \{z \in M;\ w_x(z) \geq 0\}$ ist. Dann ist die Menge $\{x \in X;\ \dim_K H^q((T),M) = \dim_{\bar{K}} H^q((T),\bar{M})\}$ von der Form $\bigcup_{i=1}^{n} S(A_i)$ mit endlich erzeugten k-Algebren $A_i \subseteq K$; $S(A_i)$ ist die Menge aller $x \in X$, die auf A_i zentrieren.

Lakkis, K. (Thessaloniki): Über die Heckesche und Weilsche Wurzelzahl

Sei K ein endlich-algebraischer Zahlkörper, sei N/K ein Normalkörper und χ ein Charakter der Weilschen Gruppe $W_{N/K}$. χ hat eine Darstellung $\chi = \Sigma\, g_i\psi_i^*$ $(g_i \in \mathbb{Z})$ mit induzierten Charakteren ψ_i^* von Größencharakteren ψ_i von Körpern zwischen K und n. Die

Weilsche Wurzelzahl wird definiert durch $W(\chi,N/K) = \prod_i h_1(\psi_i)^{g_i}$, und sie ist unabhängig von der Darstellung von χ durch die ψ_i . Man kann nun bis auf eine i-Potenzfaktor eine Darstellung von $W(\chi, N/K)$ als Produkt lokaler Weilscher Wurzelzahlen angeben.

Leutbecher, A. (Münster): Bemerkungen über Kettenbrüche

Die klassischen Kettenbrüche lassen sich auffassen als geometrisch konstruierte freie Halbgruppen in derAutomorphismengruppe der projektiven Geraden über einem vollständig bewerteten Körper, so wie sich Dezimalbrüche und Potenzreihen über der affinen Geraden deuten lassen. Das Konstruktionsprinzip besteht darin, in einer Menge eine Teilmenge durch Bilder ihrer selbst zu pflastern und durch Wiederholung eine sukzessiv feinere Rasterung der Teilmenge zu erzeugen (Farey-Zerschneidung). Beschrieben wird das Verfahren durch vier Axiome. Auch die "funktionentheoretischen" Kettenbrüche fallen darunter: formale Potenzreihen in X werden durch Quotienten von Polynomen in X^{-1} im Sinne der Untergradbewertung bestmöglich approximiert.

Martinet, J. (Bordeaux): Über den Ring der ganzen Elemente einer Galoisschen Erweiterung

Sei A ein Dedekindring, K = Quot (A), L/K eine zahmverzw. galoissche Erweiterung mit Gruppe G und B der ganze Abschluß von A in L. Betrachte nun die Struktur von B als A[G]-Linksmodul. Es gilt: Ist G eine Diedergruppe der Ordnung 2p (p prim) und ist A ein Hauptidealring mit der Eigenschaft, daß $A/_{pA}$ und $A/_{2A}$ Körper mit p bzw. 2 Elementen sind, so ist B A[G] - frei. Sei p eine Primzahl, A ein Hauptidealring und A/pA ein Körper mit p Elementen. L/K sei zyklisch vom Grade p, ω eine p-te Einheitswurzel, $K' = K(\omega)$, $A' = A[\omega]$, $K_o = K(\omega+\omega^{-1})$. Für jeden endlich erzeugten projektiven Modul B vom Rang 1 über A[G] definiert man seine "Klasse" cl(B) als ein Element der Idealklassengruppe von A'. Dann gilt: N_{K'/K_o} (cl(B)) = 1. Für p = 3 ist jede Klasse von A' die Klasse eines Ringes B einer geeigneten Erweiterung L/K.

Mathieu, H. (Saarbrücken): Funktionalprimdivisoren: Geschlechterformeln und Restklassenkörpertypen

A sei ein algebraischer Funktionenkörper einer Veränderlichen mit genauem Konstantenkörper K, $\mathfrak{p}$ ein einrangiger Primdivisor von K und $\mathfrak{P}_1,\ldots,\mathfrak{P}_s$ Funktionalfortsetzungen von $\mathfrak{p}$ auf A. e_i sei der Verzweigungsindex und r_i der Konstantenindex von $\mathfrak{P}_i$, $\bar{g}_i$ das Geschlecht von $A\mathfrak{P}_i$ und g das Geschlecht von A. Dann ist $\sum_{i=1}^{s} e_i\, r_i(\bar{g}_i-1) \leq g-1$. Es folgt direkt: $\bar{g}_i \leq g$; $\bar{g}_i > 1$ gilt höchstens für endlich viele $\mathfrak{P}_i$; für $g \geq 2$ folgt aus $\bar{g}_i \leq g$ die Regularität von $\mathfrak{P}_i$; reguläre Funktionalprimdivisoren $\mathfrak{P}$ sind eindeutig durch $\mathfrak{p}$ bestimmt. Sind $\mathfrak{P}_1,\ldots,\mathfrak{P}_s$ sämtliche Funktionalfortsetzungen von $\mathfrak{p}$ bzgl. eines transzendenten $x \in A$, so gilt unter gewissen Zusatzvoraussetzungen: $\sum_{i=1}^{s} e_i r_i(\bar{g}_i-1)+\rho\leq g-1$ mit $\rho \geq 0$. Die Diskussion von ρ ergibt: Ist $K_{\mathfrak{p}}$ vollkommen oder $\mathrm{Char}(K_{\mathfrak{p}}) \neq 2,3$, so gibt es höchstens endlich viele Funktionalfortsetzungen $\mathfrak{P}_i$ von $\mathfrak{p}$ mit $\bar{g}_1 \neq 0$.

Neukirch, J. (Bonn): Einbettungsprobleme mit lokaler Vorgabe

Sei L/K eine galoissche Erweiterung mit lokalen Erweiterungen $L_{\mathfrak{P}}/K_{\mathfrak{p}}$ für endlich viele Primstellen $\mathfrak{p}$ von K. Gesucht ist eine Erweiterung N von L derart, daß die Gruppenerweiterung $G(N/K)\longrightarrow G(L/K)$ von vorgegebenem Typus ist und daß bei Komplettierung vorgegebene Körpertripel $N_{\mathfrak{P}} \supseteq L_{\mathfrak{P}} \supseteq K_{\mathfrak{p}}$ entstehen (Einbettungsproblem mit lokaler Vorgabe $\mathfrak{E}$). Seien $\mathfrak{G} = G_K$ die proendliche Galoisgruppe über K, $\mathfrak{G}_{\mathfrak{p}}$ die in $\mathfrak{G}$ eingebetteten Galoisgruppen über $K_{\mathfrak{p}}$. Dann ist $\mathfrak{E}$ zurückführbar auf Bedingungen zwischen $\mathfrak{G}$ und den $\mathfrak{G}_{\mathfrak{p}}$. Insbesondere gilt: $\mathfrak{E}$ ist stets lösbar, wenn der Kern der globalen Erweiterung G(L/K)-induziert ist. Enthält der Grundkörper genügend viele Einheitswurzeln, so ist $\mathfrak{E}$ bei abelschem Kern der globalen Erweiterung stets lösbar. Vermutung über den Kroneckerkörper K aller Einheitswurzeln über Q: Durchläuft v ein gewisses abzählbares System von Bewertungen von K, so ist $\mathfrak{G} = \coprod_{v} \mathfrak{G}_v$ (freies Produkt proendlicher Gruppen).

Popp, H. (Heidelberg): Fundamentalgruppe algebraischer Flächen

Es sei V/k eine reguläre, irreduzible projektive Fläche über einem algebraisch abgeschlossenen Körper k und C/k eine reduzierte Kurve auf V/k. Es interessiert, wie sich die Fundamentalgruppe $\Pi_1(V-C)$ der offenen Fläche V-C ändert, wenn C in einer irreduziblen Familie von Kurven auf V variiert. Es gilt:

Satz: Sei $\mathcal{L}$ eine irreduzible Familie von Kurven auf V, C_1 die allgemeine und C_o eine spezielle reduzierte Kurve von $\mathcal{L}$. Dann gilt:

1.) Es existiert ein surjektiver Homomorphismus

$\Pi_1(V-C_o) \to \Pi_1(V-C_1)$

2.) Sind C_1 und C_o äquisingulär, so ist der Homomorphismus aus 1.) injektiv.

van der Waall, R.W. (Nijmegen): L-Reihen und die Gruppe $GL_2(\mathbb{F}_3)$

Im Hinblick auf die Vermutung, daß die Artinschen L-Reihen $L(s,\chi,K/k)$ zu galoisschen Erweiterungen K/k ganze Funktionen sind, wurden explizite Rechnungen mit den Gruppen $GL_2(\mathbb{F}_3)$ und $SL_2(\mathbb{F}_3)$ durchgeführt.

Zassenhaus, H.J. (Heidelberg) und Benz, H. (Hamburg): Kennzeichnung hereditärer Ordnungen nebst Anwendungen

Sei o ein diskreter Bewertungsring mit Quotientenkörper k, H ein halbeinfaches hyperkomplexes System über k, R eine Ordnung von H. Nach Auslander-Goldmann gilt: R ist genau dann hereditär, wenn das Jacobson-Radikal J(R) bezüglich R invertierbar ist.

Satz 1: Ist $[J/J] \cap [J\backslash J] = R$, so ist R hereditär. Hierbei ist $[J/J] = \{x \in H \mid xJ \subset J\}$, $[J\backslash J] = \{x \in H \mid Jx \subset J\}$.

Satz 2: Sei $H = \Sigma H_i$ die Wedderburnsche Zerlegung in kleinste Ideale $H_i \neq 0$ von H. Dann ist R genau dann hereditär, wenn $R \cap H_i$ hereditär in H_i und $R = \Sigma R \cap H_i$ ist.

Satz 3: Sei $H = D^{f,f}$ der Matrixring f-ten Grades über der Divisionalalgebra D endlicher Dimension über k. Dann ist die o-Ordnung R genau dann hereditär, wenn eine Matrixdarstellung folgender Form besteht:

$H = \{(h_{ik}) \mid h_{ik} \in o^{f_i, f_k}$ für $i,k = 1,\ldots,t$,

$h_{rs} \in \pi \cdot o_D^{f_r, f_s}$ unterhalb einer "Kästchenreihe" in der Hauptdiagonale$\}$ bei passender Wahl einer o-Maximalordnung o_D von D und passender Einteilung in $f_j \times f_j$ - Kästchen mit $\sum f_j = f$.

Anwendungen: Kennzeichnung der Bewertungen von H, die eine gegebene hereditäre Ordnung R als Bewertungsring und J(R) als Bewertungsideal haben; Benzsche Verzweigungstheorie; Wohlfahrtsche Ordnung.

F.Halter-Koch (Köln)

Gefördert durch DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft