

MATHEMATISCHES FORSCHUNGSINSTITUT OBERWOLFACH

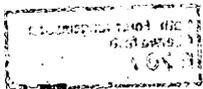
T a g u n g s b e r i c h t 8/1970

Medizinische Statistik

8.3. bis 14.3. 1970

Die diesjährige Tagung stand unter der Leitung von H. Klinger (Düsseldorf). Wie in den vergangenen Jahren führte sie an den Problemen der medizinischen Statistik interessierte Mathematiker mit statistisch arbeitenden Medizinern zusammen. Dementsprechend erstreckten sich die Themen der Vorträge sowohl auf Fragen der Anwendung statistischer Methoden in der Medizin und verwandten Gebieten als auch auf Ergebnisse der mathematischen Statistik. Eine Ueberprüfung der Anwendbarkeit dieser Resultate speziell auf medizinische Probleme kann, wie die Diskussionen zeigten, stimulierend auf die Forschung im Bereich der Medizinischen Statistik wirken.

Neben den mathematischen Problemen wurden auch Fragen diskutiert, die sich aus der bevorstehenden neuen Approbationsordnung für den Unterricht in Medizinischer Statistik ergeben. Anhand eines Themenkatalogs wurde darüber gesprochen, welchen Stoff man im vorklinischen Studium bringen soll und kann - auch im Hinblick auf den vorgesehenen Prüfungsmodus mit Quiz-Fragen. Neben Fragen der Ausbildung des wissenschaftlichen Nachwuchses in der Medizin wurde auch die Heranbildung eigenen Nachwuchses und die Fortbildung der eigenen Mitarbeiter an den in den medizinischen Fakultäten bestehenden bzw. neu zu errichtenden Instituten diskutiert. Bezüglich des letzten Punktes wurden die Möglichkeit eines Zweitstudiums und die Einrichtung von Gastassistentenstellen angesprochen.



Die Zahl der Teilnehmer betrug 23, darunter 3 ausländische Gäste. Es wurden 21 Vorträge gehalten, die sich auf folgende Gebiete verteilten: Faktorenanalyse, Modelle, Probit - Analyse, Repräsentativerhebungen, Stochastische Prozesse, Testtheorie und Anwendungen, Wahrscheinlichkeitstheorie und Anwendungen.

Teilnehmer

- J.W. Bammert, Freiburg
- K. Behnen, Münster
- H. Bloedhorn, Freiburg
- W. Bühler, Heidelberg
- W. Eberl jun., Düsseldorf
- W. van Eimeren, Ulm
- E. Greiser, Hannover
- J. Hornung, Berlin
- H.J. Jesdinsky, Freiburg
- H.-P. Kinder, Münster
- H. Klinger, Düsseldorf
- R. Knußmann, Düsseldorf
- J. Krauth, Düsseldorf
- E. Leiser, Frankfurt
- G.A. Lienert, Düsseldorf
- O. Ludwig, Bad Nauheim
- D. Morgenstern, Freiburg
- A. Neiß, Konstanz
- T. Postelnicu, Bukarest
- H.L. Le Roy, Zürich
- U. Schulz, Marburg
- H. Thöni, Zürich
- J. Timm, Hamburg
- E. Walter, Freiburg
- G. Wolf, Ulm

Vortragsauszüge

K. BEHNEN: Asymptotisch beste Rang - Korrelationstests

Für das Testproblem 'Unabhängigkeit gegen positive Abhängigkeit' bei zweidimensionalen stochastisch unabhängigen Zufallsgrößen mit stetiger Verteilungsfunktion wird zu jedem 'vernünftigen' Rang - Korrelationstest eine Klasse nicht - parametrischer Alternativen explizit angegeben, so daß der vorgegebene Test asymptotisch gleichmäßig optimal gegenüber dieser Klasse ist. Außerdem wird gezeigt, daß die Teststatistiken unter Hypothesen- und Alternativenfolgen asymptotisch einer Normalverteilung genügen, deren Parameter unmittelbar zu Effizienzuntersuchungen herangezogen werden können. Als Beispiele werden der Spearman - Test, der van der Waerden - Test, der Fisher - Yates - Test und der Quadrant - Test (Zeichen - Test) aufgeführt.

H. BLOEDHORN: Bestimmung der Altersverteilung Neuerkrankter bei Infektionskrankheiten

Es wird gezeigt, wie man die Altersverteilung bei Infektionskrankheiten, die dauernde Immunität hinterlassen, bestimmen kann, wenn folgende Wahrscheinlichkeiten für einen x-jährigen bekannt sind: ${}^e q_x$ im Laufe des nächsten Jahres die Krankheit zu bekommen, ${}^a q_x$ in dieser Zeit an anderer Ursache zu sterben, ${}^e p_x$ im Krankheitsfalle die Krankheit zu überleben. Es sei l_x die mittlere Anzahl der Personen einer Ausgangsgesamtheit von l_0 Neugeborenen, die das Alter x erreichen, ${}^e l_x$ die Anzahl der Immunen des Alters x, ${}^n l_x$ diejenige der Nichtimmunen. Dann gilt approximativ:

$$n_{1_{x+1}} = n_{1_x} (1 - a_{q_x} - e_{q_x}) = l_0 \prod_{i=0}^x (1 - a_{q_i} - e_{q_i})$$

$$e_{1_{x+1}} = e_{1_x} (1 - a_{q_x}) + n_{1_x} e_{q_x} e_{p_x} (1 - a_{q_x}/2)$$

$$= \sum_{i=0}^x n_{1_i} e_{q_i} e_{p_i} (1 - a_{q_i}/2) \prod_{j=i+1}^x (1 - a_{q_j})$$

und es ist der Anteil Neuerkrankter des Alters x gleich

$$r_x = n_{1_x} e_{q_x} / l_x$$

W. EBERL jun.: Zur Verteilung des Absorptionszeitpunktes bei einer Klasse von Geburts- und Todesprozessen

Sei $\{X_t^{(N)}(\omega)\}_{t \in [0, \infty)}$, ein Geburts- und Todesprozeß mit endlichem Zustandsraum $Z = \{0, 1, \dots, N+1\}$ und Übergangsintensitäten $\lambda_{ik}^{(N)}$ mit $\lambda_{ik}^{(N)} = 0$ für $|i-k| > 1$ und $i=N+1$, $\lambda_{ik} \neq 0$ sonst. Dann ist 0 reflektierender und $N+1$ absorbierender Zustand. Der Absorptionszeitpunkt T ist das Infimum der Zeitpunkte, in denen der Zustand $N+1$ erreicht wird. (Dabei wird am Anfang Punktmasse in 0 vorausgesetzt.) Es werden Rekursionsformeln für die Laplacetransformierte der Verteilung des Absorptionszeitpunktes angegeben und für den Ansatz $\lambda_{i,i+1}^{(N)} = (i+1)\lambda$ ($0 \leq i \leq N$), $\lambda_{i,i-1}^{(N)} = i\mu$ ($1 \leq i \leq N$) mit $0 \leq \alpha = \frac{\mu}{\lambda} < 1$ die Lösungen angegeben und diskutiert. Der Erwartungswert des Absorptionszeitpunktes

strebt für $N+1 \rightarrow \infty$ wie $\frac{\ln\{(N+1)(1-\alpha)\}}{(1-\alpha)\lambda}$ gegen ∞ , die Varianz

bleibt dagegen endlich. Nach entsprechender Normierung ergibt sich für die Grenzverteilung des Absorptionszeitpunktes die Dichte

$$p_\alpha(t) = \frac{1}{1-\alpha} \exp\left(-\frac{t}{1-\alpha}\right) \exp\left(-\exp\left(-\frac{t}{1-\alpha}\right)\right) \quad (-\infty < t < \infty).$$

Abschließend wird kurz auf den Fall

$$\lambda_{i,i+1}^{(N)} = (i+1)\lambda \quad (0 \leq i \leq N), \quad \lambda_{i,i-1}^{(N)} = \mu \quad (1 \leq i \leq N) \quad \text{eingegangen.}$$

W. VAN EIMEREN: Eigenschaften mehrdimensionaler Normalverteilungen und ihre Bedeutung für mehrdimensionale Gesunden-Normen

Das Referat geht von einer kritischen Betrachtung der augenblicklich gebräuchlichen Darstellung der Gesunden-Normen aus. Insbesondere bei Screening - Aufgaben zeigen sich die Nachteile einer eindimensionalen, je Variable neu angesetzten Normwertbetrachtung. Eine Neugestaltung der Normwertdarstellung sollte es ermöglichen, einen beliebig gewünschten Prozentsatz von Trägern beliebig vieler Merkmale als z.B. 'vermutlich nicht zur Gruppe der Gesunden gehörig' auszusondern. Dazu lassen sich mehrdimensionale Normalverteilungen benutzen. Zentral ist dabei der Versuch, jeweils einen gemeinsamen mehrdimensionalen Normbereich zu definieren. Fragen der Vertrauensbereiche, der vermuteten praktischen Bedeutung und der technischen Realisierung des Verfahrens werden zum Schluß kurz diskutiert.

E. GREISER: Repräsentativerhebungen und das Problem des non - response

Die bei Repräsentativerhebungen auftretenden Verzerrungen lassen sich nach Kish einteilen in 'sampling bias', 'constant statistical bias' und 'non - sampling bias'; bei diesem wiederum werden unterschieden Fehler als Folge von 'non - coverage' und 'non - response' (NR). Ursachen des NR sind zu suchen in nichtangetroffenen Zielpersonen, mangelhafter Kommunikation mit diesen und deren absoluter Weigerung, interviewt zu werden. Anhand der Formeln für die Schätzung

von Wahrscheinlichkeiten und für deren Konfidenzintervalle werden die Problematik des NR erläutert und Möglichkeiten zur Vermeidung bzw. der nachträglichen Beseitigung von Folgen hoher NR - Quoten diskutiert. Insbesondere kommen in Betracht: Verbesserung der Befragungsprozeduren, call - backs, Ziehen von Unterstichproben (Hansen u. Hurwitz 1946), das Verfahren von Politz u. Simmons (1949), primärer Ersatz eines Anteils aus dem NR - Kollektiv durch NR - Personen aus früheren Befragungen (Kish u. Hess 1959).

J. HORNING: Das Grenzverhalten von Transponierungswahrscheinlichkeiten

Für den Parameter p sei eine a priori - Verteilungsfunktion $F(p)$ gegeben. p sei die Trefferwahrscheinlichkeit eines Bernoulli - Experiments. Man wähle einen Wert von p zufällig aus und führe mit diesem p N Versuche durch. Die Aussage, daß man in den N Versuchen x Treffer erzielt, sei mit $x;N$ bezeichnet. Die Wahrscheinlichkeit, in den nächsten N Versuchen y Treffer zu erzielen (Transponierungswahrscheinlichkeit) beträgt dann

$$w(y;M \mid x;N) = \frac{\int_0^1 \binom{N}{x} \binom{M}{y} p^{x+y} (1-p)^{N+M-x-y} dF(p)}{\int_0^1 \binom{N}{x} p^x (1-p)^{N-x} dF(p)}$$

Zur Berechnung der a-priori- und a-posteriori Wahrscheinlichkeiten bei bekannten Transponierungswahrscheinlichkeiten kann man den folgenden Satz verwenden: Gegeben sei eine Verteilungsfunktion $F(p)$, deren Ableitung $f(p)$ in einer Umgebung des Punktes $p = \gamma$ existiert und in $p = \gamma$ stetig ist. Betrachtet werde eine Folge von Trefferzahlen $\{y_M\}$ derart, daß

$$\lim_{M \rightarrow \infty} \frac{y_M}{M} = \gamma \quad \text{ist mit } 0 < \gamma < 1. \text{ Dann gilt}$$

$$\lim_{M \rightarrow \infty} M w(y_M; M | x; N) = \frac{p^x (1-p)^{N-x} f(p)}{p^x (1-p)^{N-x} dF(p)} = f(p | x; N) .$$

Der Satz wird zur Berechnung der 'a-posteriori Dichte' $f(p | x; N)$ zu den Transponierungswahrscheinlichkeiten $w(1; 1 | x; N) = \frac{x}{N}$ herangezogen und das Ergebnis diskutiert.

H.J. JESDINSKY: Behandlung linearer Modelle mit korrelierten Fehlergrößen. Vergleich einiger Verfahren

Es wird zunächst darauf hingewiesen, daß in den Fällen mit bekannter Fehlerkovarianzmatrix G die Methode der gewogenen kleinsten Quadrate (die Elemente von G^{-1} als Gewichte genommen) äquivalent ist mit einer Auswertung nach der Methode der kleinsten Quadrate, wenn diese auf linear so transformierte Daten angewandt wird, daß die Kovarianzmatrix der Transformierten ein Vielfaches der Einheitsmatrix ist. Bei vollständigen Blockversuchen mit

$$G = \begin{pmatrix} R & & 0 \\ R & \ddots & \\ 0 & \ddots & R \end{pmatrix}, \text{ wobei } R \text{ die unbekannte Kovarianzmatrix}$$

innerhalb eines Blockes bezeichnet, ist dagegen ein multivariates Modell angemessen. Dabei bilden die Beobachtungen auf den Stufen des Faktors, dessen zugehörige Fehlergrößen korreliert sein können, die Spalten der Beobachtungsmatrix. Schätzungen linearer Kontraste in diesem Faktor sind dann jedoch nicht unmittelbar möglich. Durch eine den gewünschten Kontrast repräsentierende Transformation T , die G auf die Dimension der Anzahl der Blöcke verkleinert, wird $T'GT$ diagonal. Auch für beliebige unausgewogene unvollständige Blockanlagen lassen sich geeignete Transformationen (abh. vom Block!) angeben. Der Kontrast läßt sich dann an den so transformierten Beobachtungswerten (die i.a. verschiedene Varianzen aufweisen) etwa mit nichtparametrischen Verfahren beurteilen.

H.-P. KINDER: Zur exponentiellen Konvergenzgeschwindigkeit der Fehlerwahrscheinlichkeiten 2. Art bei einigen Tests im Zweistichprobenfall

Für die Berechnung der Lehmann- Effizienz (J.L. Hodges and E.L. Lehmann; The efficiency of some nonparametric competitors of the t-test. Ann. Math. Stat. 1956) genügt es, die exponentielle Konvergenzgeschwindigkeit der Fehlerwahrscheinlichkeiten 2. Art für die betreffenden Tests zu kennen. Im Zweistichprobenfall lassen sich die Fehlerwahrscheinlichkeiten 2. Art häufig in der Form

$w_{\mathcal{J}}(\bar{X}_{(m)} + \bar{Y}_{(n)} \geq R_{m,n}), \mathcal{J} \in K$, darstellen mit stochastisch unabhängigen Zufallsgrößen $X_1, \dots, X_m, Y_1, \dots, Y_n$ und einer Zufallsgröße $R_{m,n}$, die nach $w_{\mathcal{J}}$ -Wahrscheinlichkeit gegen 0 konvergiert. Es wird gezeigt, daß unter gewissen Voraussetzungen

$\lim_{N \rightarrow \infty} \{w_{\mathcal{J}}(\bar{X}_{(m)} + \bar{Y}_{(n)} \geq R_{m,n})\}^{1/N}$, $N=m+n$, existiert und mittels

der momenterzeugenden Funktionen von X_1 und Y_1 berechnet werden kann. Mit Hilfe dieses Resultates wird die exponentielle Konvergenzgeschwindigkeit der Fehlerwahrscheinlichkeiten 2. Art berechnet für den Gauss- und t-Test bei Zugrundeliegen zweier Normalverteilungen sowie für den exakten bedingten Test für den Vergleich zweier Poissonverteilungen.

R. KNUSSMANN: Probleme der Faktorenwertberechnung

Im Zuge der Schätzung individueller Faktorenwerte wird die Inversion einer Korrelationsmatrix nötig, was erfahrungsgemäß bei sehr umfangreichen Datenmaterialien auf numerische Schwierigkeiten stoßen kann. Es wird deshalb ein - sich empirisch als vorteilhaft erweisender - Weg gezeigt, von der Matrix der individuellen Abweichungen von den Merkmalsmittelwerten unmittelbar zur Inversen der Korrelationsmatrix

zu gelangen. Dieser Weg führt über das Schmidtsche Orthogonalisierungsverfahren und liefert das gleiche Ergebnis wie die Dreieckszerlegung der Kovarianzmatrix nach Cholesky. Die Umrechnung der Inversen der Kovarianzmatrix in die der Korrelationsmatrix läßt sich dabei auf zwei Weisen durchführen, wobei die eigentliche Inversion nicht berührt wird.

J. KRAUTH: Der Wilcoxon - Symmetrietest bei Vorliegen diskreter Verteilungen

Es wird eine Modifikation des Wilcoxon-Symmetrie-Rangtests für den Fall angegeben, daß die zugrundeliegenden Verteilungen diskret sind. Es wird vorgeschlagen, die Nullen wegzulassen, den betragsmäßig kleinsten von Null verschiedenen Beobachtungswerten die Rangzahl 1 zuzuordnen, den zweitkleinsten die Rangzahl 2 usw. Geht man dann analog wie beim Wilcoxon - Symmetrietest vor, so ist der entstehende Test ein verteilungsunabhängiger, ähnlicher, lokal bester Rangtest, der gegen gewisse Binominal - Alternativen asymptotisch gleichmäßig bester Test ist. Es wird ein Zusammenhang mit dem üblichen Wilcoxon - Symmetrietest diskutiert und die asymptotische Verteilung der Teststatistik unter der Nullhypothese angegeben.

E. LEISER: Bemerkungen zur Faktorenanalyse

Es wird eine Möglichkeit diskutiert, zwei Faktorenmatrizen A und B zu vergleichen, ohne die semantische Identität der Faktoren zu verändern. Die Operationen für einen solchen Vergleich bestehen in der Permutation und im Vorzeichenwechsel. Sind die $n \times m$ - Faktorenmatrizen $A = ((a_{ij}))$ und $B = ((b_{ij}))$ gegeben und bezeichnet \mathcal{F} die Menge der Matrizen $T = ((t_{ij}))$ der Form $T = PV$ (P Permutations- und V Vorzeichenmatrix der Ordnung n), so wird die optimale Zuordnung durch diejenigen

Matrizen aus \mathcal{T} geleistet, für die $\text{tr}(A-BT)'(A-BT)$ minimal ist. Wegen der Schwierigkeit, die optimalen Matrizen für großes n zu ermitteln, wird auch das Kriterium

$$F(T) = \max_{1 \leq j \leq n} \sum_{i=1}^m (a_{ij} - \sum_{k=1}^n b_{ik} t_{kj})^2$$

betrachtet und ein Verfahren zur Bestimmung der $T \in \mathcal{T}$ angegeben, die $F(T)$ minimieren.

Die genannten Vergleichskriterien werden mit dem allgemeinen Konzept von Fischer und Roppert verglichen.

G.A. LIENERT: Kontingenzanalyse klinischer Alternativsymptome

Es wird anhand empirischer Daten gezeigt, daß es Zusammenhänge zwischen n Alternativmerkmalen geben kann, die sich nicht in Zusammenhängen (Kontingenzen) zwischen je 2 der Merkmale manifestieren, wohl aber zwischen je 3 bzw. zwischen je m der n Merkmale. Als Beurteilungsverfahren zum Nachweis von Tripel-, Quadrupel- bzw. m -tupel Kontingenzen werden entsprechende χ^2 -Maßzahlen vorgeschlagen. Die auf der vereinbarten α -Stufe 'signifikanten' Kontingenzkomponenten können durch ein 'Kontingenzstrukturschema' dargestellt werden, wobei im Unterschied zu den Strukturschemata für Double-Kontingenzen (z.B. linkage analysis) auch Tripel- und höhere Kontingenzen zwischen den Merkmalen veranschaulicht und interpretierbar gemacht werden. Anhand des Kontingenzschemas eines Versuches über das Auftreten depressiver Symptome wird die Methode illustriert.

D. MORGENSTERN: Mittelung von Permutationen

Um gleichwertige Rangfolgen, z.B. Gutachter-Bewertungen, zu mitteln, werden die zu diesen Rangfolgen gehörenden Permu-

tationsmatrizen gemittelt und diejenige Permutation bestimmt, die im Sinne einer Matrix - Norm, z.B. Quadratsumme aller Elemente, kleinsten Abstand hat (bei mehreren mit gleichem Minimalabstand werden die widersprüchlich geordneten Elemente als gleich eingestuft). Beispiele zeigen, daß diese Methode besser sein kann als die Ordnung der Rangsummen.

Für den Fall, daß die Gewichte der Mittelung erst festgelegt werden müssen, wird bei gegebenen Permutationen P_i und Q , die durch Mittelung der ersteren entstehen soll,

$\| \sum g_i P_i - Q \|$ bei $\sum g_i = 1$ minimiert; das Verfahren wird auch auf Linearkombinationen von mehreren Q_j ausgedehnt und durch das Beispiel der Schulzeugnisnoten / Berufserfolg erläutert.

A. NEISS: Konfidenzintervalle für Differenzen von Quotienten

Gegeben seien Stichproben y_i zu den Zufallsgrößen Y_i , $i = 1, \dots, 4$, mit $Y_i \sim N(\alpha_i, \sigma^2)$ für $i = 1, 3$ und $Y_i \sim N(\alpha_i, \tau^2)$ für $i = 2, 4$.

Gesucht ist ein Konfidenzintervall für $\Delta = \frac{\alpha_1}{\alpha_2} - \frac{\alpha_3}{\alpha_4}$

zum Niveau $\gamma \geq 1-\alpha$, α bekannt.

Setzt man $\nu_1 = \frac{\alpha_1}{\alpha_2}$ und $\nu_2 = \frac{\alpha_3}{\alpha_4}$, so gilt

$$\cos \varphi \frac{Y_1 - \nu_1 Y_2}{\sqrt{\sigma^2 + \nu_1^2 \tau^2}} + \sin \varphi \frac{Y_3 - \nu_2 Y_4}{\sqrt{\sigma^2 + \nu_2^2 \tau^2}} \sim N(0, 1).$$

Dann ist

$$K(\varphi) = \{(\nu_1, \nu_2) : -r \leq \cos \varphi \frac{y_1 - \nu_1 y_2}{\sqrt{\sigma^2 + \nu_1^2 \tau^2}} + \sin \varphi \frac{y_3 - \nu_2 y_4}{\sqrt{\sigma^2 + \nu_2^2 \tau^2}} \leq r\}$$

eine Schar gemeinsamer Konfidenzbereiche für \mathcal{J}_1 und \mathcal{J}_2

zum Niveau $\gamma' = P\{x : |x| \leq r, X \sim N(0,1)\}$. Für den Durchschnitt dieser Bereiche erhält man

$$(*) K = \bigcap_{\varphi} K(\varphi) = \left\{ (\mathcal{J}_1, \mathcal{J}_2) : \frac{(y_1 - \mathcal{J}_1 y_2)^2}{\sqrt{\sigma^2 + \mathcal{J}_1^2 \tau^2}} + \frac{(y_3 - \mathcal{J}_2 y_4)^2}{\sqrt{\sigma^2 + \mathcal{J}_2^2 \tau^2}} \leq r^2 \right\}.$$

K ist endlich, wenn $\frac{y_2}{\tau^2} > r^2$ und $\frac{y_4}{\tau^2} > r^2$. Das

Konfidenzintervall für Δ ergibt sich als

$$K_{\Delta} = \left\{ \Delta : (\mathcal{J}_1, \mathcal{J}_2) \in K \right\}.$$

Setzt man $\mathcal{J}_1 = \Delta - \mathcal{J}_2$ in die Ungleichung von (*) ein,

so erhält man die Endpunkte von K_{Δ} als Extrema einer

Funktion von \mathcal{J}_2 . Für $r^2 = \chi^2_{1-\alpha}(2)$ ist das Niveau

von K gleich $1 - \alpha$ und das von K_{Δ} gleich $\gamma \stackrel{>}{=} 1 - \alpha$.

T. POSTELNICU: Anwendungen der OC-Kurven bei Kontrollkarten

Während in der statistischen Qualitätskontrolle im Bereich der technischen Fertigung die Forderung nach praktischer Durchführbarkeit die Verwendung nicht-effizienter Maßzahlen begünstigt hat, ist im Bereich der pharmazeutischen Fertigung die Anwendung numerisch etwas aufwendigerer Maßzahlen durchaus möglich. Es wird eine Kontrollkarte für die Standardabweichung einer quantitativen Variablen erläutert. Unter der Annahme normalverteilter Größen werden die Formeln zur Berechnung des Stichprobenumfangs und der Kontrollgrenzen aus vorgegebenen Qualitätsforderungen angegeben.

H.L. LE ROY: Mathematik und mathematische Modelle in der Genetik

Anhand einfacher Beispiele aus der Genetik der qualitativen Merkmale wird gezeigt, wie die Mathematik zur Beschreibung von Evolutionsvorgängen und -situationen sinnvoll eingesetzt werden kann. Es wird der Einfluß von Mutation, Selektion und Populationsgröße auf Evolutionsverläufe untersucht. Ein weiteres Beispiel betrifft eine Verallgemeinerung des Selbstbefruchtungsvorganges, wobei für alle Übertragungswahrscheinlichkeiten frei wählbare Fitnesswerte eingesetzt werden. Schließlich werden die sogenannten stationären Populationen betrachtet und die zugehörigen Verteilungsfunktionen für verschiedene Ansätze numerisch und graphisch dargestellt.

U. SCHULZ: Zur Wartezeit bei Poissonketten

Der Erwartungswert $E(n,r,p)$ der Wartezeit einer Poissonkette ist eine monoton fallende Funktion der Komponenten von p . Für speziellere Voraussetzungen über den Parametervektor p läßt sich folgendes Minimalproblem lösen:

Es gelte $0 < p_i < 1$ für $i=1, \dots, n$ und $p_1 > \dots > p_n$. Es sei S_n die symmetrische Gruppe n -ten Grades. Ist

$p(\sigma) = (p_{\sigma_1}, \dots, p_{\sigma_n})$ für $\sigma \in S_n$, so hat die Aufgabe

$E(n,r,p(\sigma)) = \min_{\sigma \in S_n}$ die Lösungsmenge S_n für $r=n$ und

$W = \{ \sigma \mid \sigma \in S_n, p_{\sigma_i} \geq p_{\sigma_{r+1}} \text{ für } i=1, \dots, r \text{ und } p_{\sigma_{r+1}} \geq \dots \geq p_{\sigma_n} \}$

für $1 < r < n$.

H. THÖNI: Variablentransformation und Modellinterpretation

Um experimentelle Daten mit den Voraussetzungen, welche den biometrischen Analysemethoden zu Grunde liegen, in Übereinstimmung zu bringen, wendet man häufig Variablentransformationen an. Dabei ist zu beachten, daß solcherart transformierte Beobachtungen nicht mehr einem mit den ursprünglichen Größen formulierten Modell entsprechen, bzw. daß ein mit den transformierten Variablen formuliertes Modell in der Skala der ursprünglichen Größen nicht ohne weiteres zu interpretieren ist.

Am einfachen Beispiel einer exponentiellen Wachstumskurve werden die Probleme erläutert und gezeigt, in welcher gegenseitigen Beziehung die Parameter des ursprünglichen und des transformierten Modells stehen.

J. TIMM: Zur Auswertung von Dosis-Wirkungs-Experimenten

Unter einem Dosis-Wirkungs-Experiment wird ein Experiment verstanden, bei dem verschiedene Substanzen in den Dosierungen d appliziert und die Wirkungen $y = F(\Theta, d) + e$ gemessen werden. Dabei soll F eine geeignete Funktion, Θ ein Parametervektor und e eine Zufallsvariable sein, die $E(y) = F(\Theta, d)$ erfüllen. Ist F eine umkehrbare Funktion von d und bezeichnet Θ_i den zur Substanz S_i gehörigen Parametervektor, $i=1,2$, so definiert man: S_1 heißt im Wirkungspunkt y q -mal so wirksam wie S_2 genau dann, wenn $F(\Theta_1, d) = y = F(\Theta_2, qd)$. Man erhält eine Funktion $q = q(y)$ der relativen Wirksamkeit. S_1 heißt im Wirkungsintervall W q -mal so wirksam wie S_2 , wenn für alle $y \in W$ gilt: $q(y) = q$.

Mit diesen Begriffen wird ein allgemeiner Ansatz zur Auswertung solcher Experimente sowie der spezielle Fall der Probitanalyse im Falle alternativer Daten behandelt. Insbesondere werden verschiedene Vorschläge diskutiert, wie man bei der Auswertung von Langzeitversuchen zur

Krebsforschung zu verfahren hat, wenn die Befunderhebung durch unterschiedliche Absterbeordnungen der Versuchstiere in den Behandlungsgruppen gestört wird.

E. WALTER: Zur Effizienz der Sterbetafelmethode

Zur Schätzung der 'k-Jahresheilung' ${}_k p$, d.h. der Wahrscheinlichkeit noch mindestens k Jahre nach Beginn einer Therapie zu leben, wird die einfache Stichprobenmethode, n Personen k Jahre zu beobachten, der sogenannten Sterbetafelmethode gegenübergestellt. Bei dieser werden jeweils n_v Personen, die v Jahre überlebt hatten, ein weiteres Jahr beobachtet ($v = 0, \dots, k-1$) und aus den geschätzten einjährigen Überlebenswahrscheinlichkeiten p_v die k-Jahresheilung ${}_k p$ bestimmt. Wird in jedem Jahr bei n Personen mit der Therapie begonnen und ist die jährliche Überlebenswahrscheinlichkeit konstant, dann ist die asymptotische Effizienz der Sterbetafelmethode gegenüber der einfachen Stichprobenmethode durch

$$e = \frac{1-p}{p(1-p^k)} \sum_{v=1}^k \frac{p^v}{v} \quad \text{gegeben.}$$

E. WALTER: Über biometrische Methoden bei der Vaterschaftsbegutachtung

Es wird gezeigt, daß das Problem der Vaterschaftsbegutachtung dem Prüfen einer einfachen Hypothese H_0 gegen eine einfache Alternative H_1 gleichwertig ist, und daß der in der Essen-Möller-Formel verwendete Likelihood-Quotient L das beste Trennungskriterium für die beiden Hypothesen darstellt. Die Methoden von Sachs und Hoppe, von Fiedler und von anderen verwenden Vergrößerungen des Stichprobenraumes, die deshalb L nicht übertreffen können. Modellrechnungen zeigen außerdem, daß auch bei nicht genau bekannten Verteilungen der Kriterien unter H_0 und H_1 (z.B. bei ungenau geschätzten Genhäufigkeiten) L den anderen Verfahren überlegen ist.

J. Krauth (Düsseldorf)

