MATHEMATISCHES FORSCHUNGSINSTITUT OBERWOLFACH

Tagungsbericht 16|1970

Ringe, Moduln und homologische Methoden

10. 5. bis 16. 5. 1970

Die Tagung wurde wie seit mehreren Jahren von F. Kasch (München) und A. Rosenberg (Los Angeles, USA) geleitet.

Obwohl im Herbst 1970 die große internationale Mathematikertagung in Nizza stattfindet, war die Tagung außerordentlich gut besucht, und zwar auch aus dem europäischen und überseeischen Ausland. Leider konnten mehrere Interessenten wegen Platzmangels nicht eingeladen werden. Vielfach wurde von den Teilnehmern die Ansicht geäußert, daß Tagungen in Oberwolfach, die einem speziellen Thema gewidmet sind, auf Grund der vielen Möglichkeiten zu persönlichen Kontakten wertvoller sind als große allgemeine Veranstaltungen.

Die Vorträge gaben wiederum einen ausgezeichneten Überblick über den derzeitigen Stand der Entwicklung, wobei Schwerpunkte insbesondere in der Theorie der Hopfalgebren und bei arithmetischen Fragen lagen.

Gefördert durch
DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

Teilnehmer:

H.P. Allen, New Brunswick (USA)
M. André, Genf (Schweiz)
R. Baer, Zürich (Schweiz)
G. Betsch, Tübingen
M. Barr, Montreal (Kanada)
S. Breitsprecher, Giessen
S. Chase, Ithaca (USA)
L.N.Childs, Albany(USA)
N. Divinsky, Vancouver (Kanada)
D. Fieldhouse,Kingston (Kanada)
G.D. Findlay, Glasgow (England)
A. Fröhlich, London (England)
A.W. Goldie, Leeds (England)
H. Hotzel, Hamilton (Kanada)
A. Hirschelmann, Bonn
P. Gabriel, Strasbourg (Frankreich)
A.V. Jategaonkar, Ithaca (USA)
C.U. Jensen, Kopenhagen (Dänemark)
F. Kasch, München
A. Kertész, Halle
M.A. Knus, Zürich (Schweiz)
H. Kupisch, Heidelberg
R.G. Larson, Chicago (USA)
H. Lenzing, Bielefeld
A. Ludgate, Leeds (England)
J.Mc Connell, Leeds (England)
G. Michler, Tübingen
B.J. Müller, Hamilton (Kanada)
C.-F. Nelius, Bielefeld
U. Oberst, München
B. Pareigis, München
L. Rédei, Budapest (Ungarn)
R. Rentschler, Strasbourg (Frankreich)
J.C. Robson, Leeds (England)
K.W. Roggenkamp, Hannover

H. Röhrl, Fribourg (Schweiz)
B. de la Rosa, Blemfontein (South Africa)
A. Rosenberg, Los Angeles (USA)
H. Schneider, München
H.-J. Schneider, München
T. Smits, Delft(Niederlande)
W. Stephenson, London (England)
J.R. Strooker, Utrecht (Niederlande)
F. Ulmer, Zürich (Schweiz)
G. Wicke, Berlin
R. Wiegandt, Budapest (Ungarn)

Vortragsauszüge:

H.P. ALLEN: Maximal Subfields of p-Division Algebras.

Let D be a finite dimensional central division algebra over k. If degreeD $>$ p = char.k and D contains a maximal purely inseparable subfield, then exponentD $<$ degreeD. The proof of this shows that such a division algebra has a degree p factor and also yields the following one-sided generalization of a result of Albert:"A central division algebra which contains a maximal subfield which is a normal extension is itself a crossed product algebra." Further, if it is purely inseparable we obtain a result of Albert-Hood, viz., that D is a cyclic algebra. Additionally in this case we see that D has a maximal subfield which is elementary abelian. Finally, one sees that the converse to the last result would imply that every division algebra which contains a maximal purely-inseparable subfield (this includes all degree p cyclic algebras) would have exponent p, being the tensor product of degree p division algebras.

M. ANDRÉ : Non-noetherian rings and Tor-algebras.

Proof of the following result by using the homology theory of commutative algebras. Let us consider a commutative ring A and an ideal I such that the A/I-module I/I^2 is projektive. Further let us consider the following conditions

1) the graded algebra $\mathrm{Tor}_*^A(A/I,A/I)$ is isomorphic to the exterior algebra of the A/I-module I/I^2.
2) the graded algebra $A/I \oplus I/I^2 \oplus I^2/I^3 \oplus \ldots$ is isomorphic to the symmetric algebra of the A/I-module I/I^2.
3) the A-module A/I has an Artin-Rees resolution.

Then the condition 1) is equivalent to condition 2)+3).
By definition, a projective resolution P_* of an A-module is an Artin-Rees resolution if the I-adic topology of P_n induces the I-adic topology on dP_{n+1} for any $n \geqslant 0$.

M. BARR : Full, exact, non-abelian embedding.

Definitions: A morphism $f:X \longrightarrow Y$ is called a regular epimorphism if $X \times_f Y \rightrightarrows X \xrightarrow{f} Y$ is a coequalizer. An object $\emptyset \in \underline{X}$ is called empty if it is initial and $X \not\cong \emptyset \Rightarrow (X,\emptyset)$ is empty.
A functor U is called (reflexively) exact if it preserves (and reflects) finite projective limits and regular epis.

Theorem: $\underline{X}$ small, have finite projective limits and coequalizers of kernel pairs. Then the following statementsare equivalent:

1) There exists a monoid M and a full, faithful reflexively exact functor $\underline{X} \longrightarrow \underline{S}^M$ (category of M-sets).
2) There exists a faithful, reflexively exact functor $\underline{X} \longrightarrow \underline{S}$.
3)a) If $X \not\cong \emptyset$ then $X \longrightarrow 1$ (=terminal object) is regular epi
 b) If
$$\begin{tikzcd} & X' \arrow[dr] & \\ X \arrow[ur, "f'"] \arrow[dr] & & X''' \\ & X'' \arrow[ur, "f"'] & \end{tikzcd}$$
is a pullback,

then f regular epi iff f' regular epi.

S. BREITSPRECHER : Exactness of functor categories.

Theorem : Let $\underline{A}$ be a small additive category with cokernels. Then the following conditions are equivalent:

(i) The coreflector $R : (\underline{A}^o, \underline{Ab}) \longrightarrow \mathrm{Lex}(\underline{A}^o, \underline{Ab})$ is exact.

(ii) $\mathrm{Lex}(\underline{A}^o, \underline{Ab})$ is a locally finitely presentable Grothendieck category.

(iii) Every epimorphism in $\underline{A}$ is a cokernel, and if $u: X' \longrightarrow X$ and $f: Y \longrightarrow X$ are morphisms such that $(\mathrm{cok}\ u)f = 0$, then there is an epimorphism $v: Y' \longrightarrow Y$ and an $f': Y' \longrightarrow X'$ such that $f \cdot v = u \circ f'$.

(iv) An additive functor $\underline{A}^o \longrightarrow \underline{Ab}$ is left exact if and only if it is closed with respect to the localizing subcategory $\underline{N}$ of negligible functors in $(\underline{A}^o, \underline{Ab})$.

S.W. CHASE : Galois Theory of Modular Field Extensions.

Let k be a field of characteristic $p \neq 0$. A finite purely inseparable field extension K/k is called modular if it is a tensorproduct over k of primitive extensions.
We develop a Galois theory for a modular extension K/k in which the role of the Galois group is played by a commutative Hopf k-algebra H(K/k). H(K/k) is generated by sequences of divided powers, and has degree $[K:k]^{[K:k]}$ over k. Moreover, K is an H(K/k)-module in such a way that H(K/k) measures K in the sense of M.E. Sweedler; i.e., certain formulas relate the coalgebra structure of H(K/k) to the algebra structure of K. If K/k is of exponent one, then H(K/k) is naturally isomorphic, as a Hopf algebra, to the restricted universal enveloping algebra of the restricted Lie algebra L(K/k) of k-derivations of K.

We show that each element of K gives rise to a graded Hopf algebra endomorphism of gr(H(K/k)), the associated graded Hopf algebra of H(K/k), in such a way that gr(H(K/k)) represents a functor from the category of cocommutative k-coalgebras to the category of K-spaces. We then establish a lattice anti-isomorphism between: (a) The lattice of fields F, with $k \subseteq F \subseteq K$ and K/F modular, and (b) The lattice of Hopf subalgebras H of H(K/k), generated by sequences of divided powers, such that gr(H) is closed under the above-described operation of K on gr(H(K/k)), and satisfying an additional "regularity" condition which is too technical to describe here.

L.N. CHILDS : Normale Algebren.

Sei $R \supseteq k$ eine endliche, galoissche Erweiterung mit Galoisgruppe Q (k ein kommutativer Ring). Wir beschreiben einen Teichmüllerkozykelhomomorphismus von der Menge der Q-normalen, zentralen separablen Algebren in ein verallgemeinertes $H^3(Q,U(R))$. Wenn $S \supseteq R$ eine galoissche Erweiterung von k mit endlicher Gruppe G ist, beschreiben wir diesen Homomorphismus von der Menge der durch S zerfällten Algebren als eine "transgression" (zumindest dann wenn G abelsch ist).

N. DIVINSKY : Strong lower radicals.

Strong lower radicals (those that contain all onesided radical ideals) are constructed and a caracterization in terms of sequences of rings is obtained.
The point at which the construction stops is studied for various classes.

D. FIELDHOUSE : Homotopic Purity.

Let E = E(A) be the category of short exact sequences over an abelian category A. To any subclass G of E we associate the class G^* of pure exact sequences obtained from G by homotopy. This defines pure projectives, regular objects, etc., which can then be caracterized. Varying G gives all the standard well-known purities.

G.D. FINDLAY : Flat epimorphic extensions of rings.

A left flat epimorphic extension of a ring R is an extension ring S of R for which the inclusion mapping is a ring epimorphism and for which S is a flat left R-module. Such extensions are characterized as certain rings of right quotients, in the sense of Utumi.

By means of this characterization, the existence of a left-flat epimorphic extension P(R) of a ring R in which every other left-flat epimorphic extension of R can be uniquely embedded is established.

Some examples are given. In particular, it is shown that P(R) is semisimple artinian if and only if R is a right Johnson ring.

A.W. GOLDIE : A proof of Posner's theorem.

The theorem is as follows:

Theorem Let R be a prime ring which has a polynomial identity of minimal degree d. Then R has a right and left quotient ring Q which is a central simple algebra of dimension $(\frac{1}{2}\ d)^2$ over its centre. Let C be the centre of Q, then RC = Q .

The theorem is usually proved by the use of ultra products; the method is due to S.A. Amitsur, Proc.London Math.Soc.(3),17,(1967),470-486 . However an alteration of this approach is presented which avoids the use of ultra products, is an explicit construction of Q, and is brief.

A. HIRSCHELMANN : Elementary algebraic structure of BAER*- rings.

A ring A with involutions * is called BAER* if every right annihilator has the form eA with an idempotent e invariant under *. These rings represent a subclass of Baer-rings which are defined similarly, however no involution is required. It is explained what equivalence between idempotents means. BAER*-

subrings are considered. BAER*-rings are semiprime. Artinian BAER*-rings are semisimple. If A is BAER* then :
A is Artinian $\Leftrightarrow$ A is l.e.a.r. (every left ideal od A is the annihilator of an element).
Some problems are discussed.

P. GABRIEL : Über einen Satz von Yoshii.

Ein Graph Γ besteht bekanntlich aus einer Punktmenge E, einer Pfeilmenge K und aus zwei Abbildungen a, e:K $\rightrightarrows$ E, die einem Pfeil die zugehörigen Anfangs- und Endpunkte zuordnen. Wir nehmen an, daß K und E endlich sind. Ersetzt man die Punkte des Graphen Γ durch endliche k-Vektorräume und die Pfeile durch k-lineare Abbildungen, so erhält man ein k-Diagramm vom Typ Γ. Es werden die Graphen beschrieben, die bis auf Isomorphie nur endlich viele direkt unzerlegbare Diagramme besitzen. Damit wird ein Satz von Yoshi (Osaka, 1956) neu hergeleitet und auch berichtigt.

A.V. JATEGAONKAR : Almost Dedekind Rings.

We shall consider the structure of those hereditary orders in simple Artinian rings which fail to be Dedekind in a trivial way. These rings include hereditary orders over local rings.

C.U. JENSEN : Über die Struktur von $\varprojlim^{(p)}$ und Anwendungen auf Modultheorie.

Bekanntlich ist $\varprojlim$ ein linksexakter, aber im allgemeinen nicht exakter Funktor. Es sei $\varprojlim^{(p)}$ der p-te rechtsderivierte Funktor. Hinreichende Bedingungen für das Verschwinden von $\varprojlim^{(p)}$ werden gegeben. Anwendungen auf die homologische Dimension von Moduln und die Struktur von $\mathrm{Ext}^n(A,B)$.

A. KERTÈSZ : Artinsche Ringe mit artinschem Radikal.

Ein Ring R heißt artinsch, falls er bezüglich seiner Rechtsideale der Minimalbedingung genügt. Im allgemeinen ist das (Jacobson) Radikal J(R) eines artinschen Ringes R kein artinscher Ring. Wir bezeichnen mit A^* die Klasse aller artinschen Ringe mit artinschem Radikal. Diese Klasse ist nicht leer, da z.B. die halbeinfachen artinschen Ringe und alle endlichen Ringe zu A^* gehören.
Im Vortrag wird die Klasse A^* untersucht. Als Hauptergebnis wird gezeigt, daß die Ringe aus A^* bis auf Schiefkörper und endliche Ringe durch Invarianten charakterisiert werden können. Als Anwendung werden unter anderem alle Ringe bestimmt, deren sämtliche Unterringe artinsche Ringe sind.
(Gemeinsame Ergebnisse mit A. Widiger.)

M.A. KNUS : Über den Satz von Skolem-Noether.

Bekanntlich ist jeder Automorphismus einer zentralen separablen R-Algebra intern falls Pic(R) = 0. Wir zeigen, daß für jede zentrale separable R-Algebra jeder Automorphismus intern ist dann und nur dann, falls Pic(R) keine Torsion hat.

Auch falls jeder Automorphismus intern ist, kann es zentrale separable Unteralgebren einer zentralen separablen Algebra geben, die isomorph aber nicht konjugiert sind. Zusätzliche Bedingungen sind nötig. Insbesondere müssen die Unteralgebren genügend "klein" sein. Es gilt:
Satz: Sei R ein kommutativer Ring mit Pic(R) torsionsfrei. Sei D eine zentrale separable R-Algebra und sei A eine zentrale separable Unteralgebra von D. Jede Unteralgebra X von D, isomorph zu A, ist konjugiert zu A, falls es eine zentrale separable Algebra B und einen treu projektiven B-Modul P gibt, so daß

1) $D \cong A \otimes \mathrm{End}_B(P)$
2) $\text{f-rang}_B P > \dim(\max(R))$
3) $K_0(B)$ hat keine Torsion.

Es werden noch Beispiele und Anwendungen auf Matrizen diskutiert.

H. KUPISCH : Unzerlegbare Moduln symmetrischer Algebren.

R sei ein Ring, $S = \{e_1,\dots,e_n\}$ ein maximales System primitiver Idempotente mit $Re_i \not\cong Re_j$. Eine Folge $m_{12}, m_{32}, m_{34}, m_{54}, \dots$ $\dots, m_{2s+1\,2s}$ mit $m_{ij} \in R$ zusammen mit Idempotenten $e^{(i)} \in S$, $i=1,\dots,2s+1$, heißt ein Zykel in R, wenn gilt:
$m_{ij} = e^{(i)} m_{ij} = m_{ij} e^{(j)}$, $e^{(1)} = e^{(2s+1)}$, $(m_{ij}) \notin (m_{kl})$ falls $(i,j) \neq (k,l)$.

Satz: R sei eine symmetrische Algebra (i.S.v. Brauer-Nakayama) über einem algebraisch abgeschlossenen Körper K. Für jeden unzerlegbaren projektiven Modul L sei $NL = L_1 + L_2$ ($N = \mathrm{rad}R$) mit einreihigen Untermoduln L_1, L_2. Dann sind äquivalent:

(1) R ist von endlichem Modultyp

(2) Es gibt keinen Zykel in R.

Bei endlichem Modultyp läßt sich R mit Hilfe von universellen einreihigen Algebren konstruieren.

Corollar: R sei eine symmetrische Algebra und (zweiseitig) unzerlegbar, c_{ij} seien die Cartan Invarianten von R. Für ein festes Paar i,k sei $c_{ii} > 2$, $c_{kk} > 2$ und $c_{ki} = 0$. Dann ist R von unbeschränktem Modultyp.

R.G. LARSON : Characters of Comodules.

It has been shown recently that finite dimensional Hopf algebras and certain infinite dimensional Hopf algebras contain invariant elements. This permits us to derive an orthogonality relation for elements of the coalgebras associated with the irreducible comodules of a cosemisimple Hopf algebra. From this, an orthogonality relation for the characters of such comodules is derived. These results can be applied to prove that the dimension of a simplecomodule of an involutory Hopf algebra over an algebraically closed field is not divisible by the characteristic of the field. We can also use these techniques to study the structure of finite dimensional semisimple Hopf algebras in detail, getting a refinement of Maschke's Theorem on the semisimplicity of group algebras, and much information on the antipode and the invariant elements of such a Hopf algebra.

H. LENZING : Eine Beziehung zwischen globaler und schwacher globaler Dimension.

Ist A ein assoziativer Ring mit 1 und F ein freier A-Rechtsmodul von unendlichem Rang, so gilt:

$$\text{w.gl.dim } \mathrm{End}_A(F) = \text{gl.dim } A$$

für genügend großen Rang von F. (Rang(F) $\geq$ card(A) genügt.) Dieselben Methoden gestatten den Beweis der Formel

$$\text{w.gl.dim} \prod_\alpha A_\alpha = \sup_\alpha \text{ w.gl.dim } A_\alpha$$

falls $\prod_\alpha A_\alpha$ ein kohärenter Ring ist.

B.J. MÜLLER : Duality Theory.

A Morita duality is an additive contravariant equivalence between two categories of R- and S-modules which contain all finitely generated modules and are closed under sub- and factormodules. A ring R possesses a Morita duality iff R_R and the minimal cogenerator U_R are linearly compact. The natural domain of any duality is the family of all linearly compact modules. A commutative ring R with duality possesses one with itself, i.e. R=S . Any Morita duality may be extended to a duality between the categories of all linearly topologize Hausdorff modules (modulo a certain equivalence relation); conversely any such duality (over arbitrary rings R and S) is induced by a Morita duality. Certain questions concerning the inavoidability of imposing the above equivalence relation on topological modules are discussed.

U. OBERST : Linearly compact rings.

A category $\mathfrak{A}$ is a Grothendieck category iff it is dual to the category STC(R) of strict complete topologically coherent R-left modules over some complete topologically coherent and F-linearly compact ring R. The duality is given by $\mathfrak{A}^{op} \longrightarrow STC(R)$: A $\rightsquigarrow$ (A,E), where E is a big injective cogenerator of $\mathfrak{A}$, R= $\mathfrak{A}$(E,E), and the $\mathfrak{A}$(A,E) are equipped with a suitable topology.

The preceding theorem applies to locally finite (Gabriel), locally noetherian (Roos), module and spectral categories. The radical factor ring of R and the spectral category of STC(R) are investigated. Applications to commutative rings R of the type and formal groups over them , and comparisons with classical linearly compact rings are made.

B. PAREIGIS : Kokommutative Hopf-Algebren und dividierte Potenzen.

Sei H eine kokommutative, kozusammenhängende Hopf-Algebra. Eine Folge der Länge n von dividierten Potenzen in H ist eine Folge von Elementen $a^{(i)} \in H$, $i=0,\ldots,n$ mit $\Delta(a^{(i)}) = \sum_{j+k=i} a^{(j)} \otimes a^{(k)}$.
Sei $E_n(k) = \mathrm{End}_{k\text{-Alg}}(k[X]/(X^{n+1}))$. Dann gilt: die Menge der Folgen der Länge n von dividierten Potenzen in H bildet eine Gruppe $DP_n(H)$, auf der $E_n(k)$ durch Gruppenendomorphismen operiert.

Werde H aufgefaßt als linksexakter Funktor von den kommutativen, endlichdimensionalen Algebren in die Gruppen, so definieren wir $L_n(H)(A) := \mathrm{Ker}(H(p) \colon H(A[X]/(X^{n+1})) \longrightarrow H(A))$. $L_n(H)$ ist dann wieder ein linksexakter Funktor von den endlich dimensionalen, kommutativen Algebren in die Gruppen, also darstellbar durch eine kokommutative Hopfalgebra. Weiter ist $L_n(H)(k) = DP_n(H)$. $L_n(H)$ ist genau dann kozusammenhängend, wenn H kohalbeinfach ist.

Sei $\mathfrak{R}_n$ die Kategorie, deren Objekte $E_n(k)$-Gruppen P der Form $P_0 x P_1 x \ldots x P_n$ sind und für die eine weitere Operation R (Restriktion): $P_i \longrightarrow P_{i-1}$ gegeben ist, die mit $E_n(k)$ verträglich ist. Die Morphismen seien $E_n(k)(R)$-Gruppenhomomorphismen, die die Graduierung erhalten. Die $DP_0(H) x \ldots x DP_n(H)$ liegen in $\mathfrak{R}_n$.
<u>Satz:</u> Der Funktor $H \longrightarrow DP_0(H) x \ldots x DP_{p^n-1}(H)$ von den kokommutativen, kozusammenhängenden Hopf-Algebren der Kohöhe $\leq n$ in $\mathfrak{R}_{p^n-1}$ ist voll treu.

L.RÈDEI : Ein Determinantensatz.

Sei (a_{ik}) eine $(n{\times}n)$-Matrix eines kommutativen Ringes. Für $n = rs$, $2|r$ und $s > 1$ wird $\det(a_{ik})$ als Funktion von Determinanten von gewissen $(r{\times}r)$-Teilmatrizen dargestellt.

J.C. ROBSON : Hereditary noetherian prime rings.

The natural noncommutative analogue of a commutative Dedekind domain is shown to be a Dedekind prime (DP) ring. This is a ring in which each left and each right ideal is a progenerator (or, equivalently, an hereditary noetherian prime (HNP) ring which has no idempotent ideals). Many theorems concerning ideals, factor-rings and modules can be established for these rings, and they mirror the commutative theory surprisingly accurately.

In the case of HNP rings many of these theorems fail. But modified versions hold and provide insight into these rings. In particular, an HNP ring which has a finite number of idempotent ideals (and this includes all known examples) is a finite intersection of DP rings. The converse is false in general - but leads to an interesting construction for HNP rings.

The theory described here is in part joint work with David Eisenbud (Chicago).

K.W. ROGGENKAMP : Grothendieck groups of modules over orders.

Let K be a global field, R a Dedekind domain with quotient field K, A a separable finite dimensional K-algebra and Λ an R-order in A. A Λ-lattice M is said to satisfy Eichler's condition, if no simple component of $\mathrm{End}_A(KM)$ is a totally definite quaternion algebra.

Theorem: (Jacobinski 1968) If M satisfies Eichler's condition and if $X \in \underline{\underline{E}}_M = \{Y : Y | M^{(n)},\ n \in N\}$, then

$$M \oplus X \cong N \oplus X \Rightarrow M \cong N .$$

The proof is based on a theorem of Eichler (1937) and an exact sequence in algebraic K-theory.

T.H.M. SMITS : On orders in a cyclic algebra.

Let P be the free product of the complex number field $K=C(\sqrt{-1})$ and the commutative ring $R=C[X]/(X^2-\varrho^2)$, $\varrho \in C$, where C is the rational number field.

Then we may prove the following statements:

1) P is a noetherian prime ring which is not a maximal order in its quotient ring Q(P);
2) Q(P) is a total matrix algebra over its center;
3) Q(P) is a cyclic algebra over a cyclic field and Q(P) is the tensor product of two four dimensional central division algebras;
4) If $\varrho = 0$ the ring P is not hereditary;
5) If $\varrho = 1$ the ring P is isomorphic to a ring of matrices generated over the rationals by the two matrices

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{and} \quad \begin{pmatrix} -1 & X^2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},$$

in which X is an indeterminate.

Litt.: Indag. Math., 31, No.2, 1969, p.145-159.

W. STEPHENSON : Distributive rings and modules.

Rings and modules, whose lattices of left ideals and submodules are distributive, are considered. Certain general identities relating the action of endomorphisms on submodules are given. These results can be used to generalize results of Cohn and Bergman and also to classify noetherian rings satisfying these conditions.

J.R. STROOKER : Satelliten.

P. Gabriel hat vorgeschlagen, Satelliten von additiven Funktoren auf Abelschen Kategorien zu konstruieren mittels Kan-Erweiterungen. Das wird hier durchgeführt, und man bekommt als Nebenprodukt einen raschen Beweis für die Additivität der Funktoren Ext^n. (Ähnliches hat auch H. Brinkmann bemerkt.) Diskutiert wird der Zusammenhang mit einem allgemeineren Satellitenbegriff von D.A. Buchbaum.

M. SWEEDLER : Hopfalgebras and algebraic groups.

A commutative Hopf algebra represents an affine group scheme. We define various properties of commutative Hopf algebras such as being co-semi-simple, pointed, connected separable, etc. and show what this means for the group scheme. We show that co-semi-simple corresponds to the group scheme being reductive. We show that in positive characteristic the reductive group schemes with absolutely connected underlying groups are abelian and "torroidal". This generalizes a similar result by Nagata proved for classical affine algebraic groups. Our result also generalizes a result by Hochschild on reductive p-Lie algebras.

R. WIEGANDT : Contributions to the radical theory.

In the Pac.J.(1968) Armendariz exposed the problem to find a proper class of associative rings which is a radical-semisimple class in the sense of Kuroš-Amitsur. For a natural number $n \geqslant 2$, let K_n denote the class of all rings every element a of which satisfies $a^n=a$. As it has been shown by F. Szász, K_n is a semisimple class. On the other hand, using results of Andrunakievič and Rjabuhin, it turns out that K_n is also a radical class. A semisimple class is a radical class if and only if it is homomorphically closed and its upper radical is hereditary. For the hereditariness of the upper radical, conditions are established.

H.-J. Schneider (München)

Gefördert durch
DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft