MATHEMATISCHES FORSCHUNGSINSTITUT OBERWOLFACH

Tagungsbericht 5/1971

Kontinuumsmechanik fester Körper

31.1. bis 6.2.1971

Das Thema der Tagung, die unter der Leitung von W.Günther (Karlsruhe) und H.Lippmann (Braunschweig) stand, war bewußt allgemein gehalten; erwartungsgemäß führte dies dazu, daß wohl alle wichtigen Teilgebiete der Kontinuumsmechanik fester Körper in Vorträgen und Diskussionen zumindest berührt worden sind, und zwar von den unterschiedlichsten Standpunkten aus: Tagungsteilnehmer waren nicht nur Vertreter des Fachgebietes Mechanik (im engeren Sinne), sondern auch Physiker und Ingenieurwissenschaftler. Die Veranstaltung fand, nicht zuletzt aus diesem Grund, so lebhaften Anklang, daß sie in etwa 2 Jahren wiederholt werden soll.

Der Leitung des Forschungsinstituts gebührt besonderen Dank dafür, daß sie einer nur am Rande der Mathematik liegenden Forschungsrichtung die Möglichkeit gegeben hat, ihren derzeitigen Stand, ihre Grundlagen und ihre Ziele in der anregenden Atmosphäre des Lorenzhofs zu diskutieren.

Teilnehmer

J.Bauchert, Karlsruhe
J.Baumgarte, Wolfenbüttel
H.Bednarczyk, Wien
D.Besdo, Rüningen
D.R.Bland, Cranfield (England)
R.Blum, Stuttgart
M.Braun, Schorndorf
O.Bruhns, Bochum
H.Bufler, Stuttgart
H.Buggisch, Darmstadt
M.Dikmen, Ankara
K.Fürst, Darmstadt
M.Goldscheider, Karlsruhe
G.Gudehus, Karlsruhe
W.Günther, Karlsruhe
H.Ismar, Hannover
S.Kessel, Karlsruhe
E.Kröner, Stuttgart
Th.Lehmann, Bochum
H.Leipholz, Waterloo (Kanada)
H.Lippmann, Braunschweig
M.Lung, Hannover
E.Luz, Stuttgart
O.Mahrenholtz, Holtensen
J.Meixner, Aachen
Z.Mróz, Warschau
J.Myszkowski, Berlin
W.Nowacki, Warschau
J.T.Pindera, Waterloo (Kanada)
D.Radenkovic, Paris
R.S.Rivlin, Bethlehem (USA)
W.Schnell, Darmstadt
R.Stojanovič, Belgrad
Stumpf, Darmstadt
C.Teodosiu, Stuttgart
Thermann, Bochum
U.Wegner, Heidelberg
F.Ziegler, Wien

Gefördert durch DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

Vortragsauszüge

J. BAUCHERT / J. LENZ: Elektro- und magnetoelastische Wechselwirkung in festen Körpern

Zur Beschreibung der magneto- bzw. elektroelastischen Wechselwirkungen in festen Körpern wird von einem orientierten elastischen Kontinuum ausgegangen und der Direktor mit dem magnetischen Moment bzw. elektrischen Dipolmoment identifiziert. Für die Herleitung der Feldgleichungen und Randbedingungen wird das Hamiltonsche Variationsprinzip verwendet. Durch Einbeziehung der Direktorenenergie in die kinetische Energie gelingt es, für das Material eine Spindichte zu definieren. Der Spannungstensor setzt sich aus einem mechanischen und einem elektromagnetischen Anteil zusammen. Die im Material auftretenden Momentenspannungen haben ihre Ursache einmal im zweiten Deformationsgradienten und zum anderen im Direktorgradienten. Mit Hilfe von Invarianzbedingungen für die sog. innere Energiedichtefunktion des orientierten hyperelastischen Stoffes kann ermittelt werden, in welcher Form die Energiedichte von den Zustandsvariablen abhängen kann. Durch die spezielle Wahl eines Polynoms für die innere Energiedichte können die bekannten Stoffgesetze reproduziert und Erweiterungen bzw. Verallgemeinerungen für sie angegeben werden.

J. BAUMGARTE: Erhaltungssätze der Feldtheorie bewegter Versetzungen im COSSERAT-Kontinuum

Es besteht eine Analogie zwischen den Feldgleichungen der linearen Versetzungstheorie und den MAXWELLschen Gleichungen des elektromagnetischens Feldes. In der Kontinuumstheorie bewegter Versetzungen wird von den Erhaltungssätzen für die Impuls- und Drehimpuls-Vektoren sowie für die Kraftspannungs- und Momentenspannungs-Tensoren ausgegangen. Aus diesen Bilanzgleichungen leiten sich die dynamischen Grundgleichungen, also die bekannten Bewegungsgleichungen des COSSERAT-Kontinuums ab. Als Gegenstück zu diesen Bewegungsgleichungen ergeben sich analoge Bilanzgleichungen, in denen den Impulsen und Drehimpulsen die Dislokationen und Disklinationen und den Kraft- und Momenten-Spannungen die Dislokations- und Disklinations-Ströme entsprechen.

H. BEDNARCZYK: Integrale Deformationsgeschwindigkeiten

Translation, Rotation, Dehnung, Torsion, u.s.w. haben für einen beliebig deformierten Körper zunächst keinen rechten Sinn. Für Translation und Rotation hat man in den Begriffen Impuls und Drall geeignete Maße zur Hand. Es wird eine Methode angegeben, die es gestattet, auch die Begriffe Dehnung, Torsion, us.w. für einen beliebig deformierten Körper zu definieren. Translation und Rotation reihen sich in die skizzierte Methode zwanglos ein.

D. R. BLAND: The dynamic thermoelastic half-space problem

A constant pressure is applied to the plane boundary of a semi-infinite solid for times $t > 0$. The problem has two independent variables, one space and one time, and the coupled thermoelastic equations are empbyed. Attention is concentrated on behaviour near the 'wave-front' when the coupling constant is small but not zero. The linear case is first solved by Laplace transform. Since transforms are not applicable to non-linear problems, a perturbation procedure is developed for the linear problem and its results compared with the transform solution. The perturbation procedure is then applied to the non-linear problem. The results obtained on shock formation are compared with those from constant profile solutions.

M. BRAUN: <u>Ausbreitung thermoelastischer Schock- und Scherwellen bei Berücksichtigung eines modifizierten Wärmeleitgesetzes</u>

Der Vortrag behandelt die Ausbreitung von Unstetigkeitsflächen beliebiger Gestalt in einem dreidimensionalen thermoelastischen Kontinuum, welches hinsichtlich der Wärmeleitung dem Gesetz von CATTANEO-MAXWELL gehorcht. Aus den Sprungbedingungen für die thermomechanischen Zustandsgrößen erhält man ein homogenes lineares Gleichungssystem, dessen Eigenwerte die möglichen Ausbreitungsgeschwindigkeiten bestimmen. Die Sprungbedingungen für die räumlichen und zeitlichen Ableitungen der Zustandsgrößen ergeben ein inhomogenes lineares Gleichungssystem mit singulärer Koeffizientenmatrix. Damit ein solches Gleichungssystem bestehen kann, muß seine rechte Seite orthogonal zu einem Linkseigenvektor der Koeffizientenmatrix sein. Diese Bedingung liefert für die Intensität der Schock- bzw. Scherwellen eine Differentialgleichung, die in einem Normalparametersystem geschlossen integriert werden kann.

O. BRUHNS: <u>Vergleich einiger elastisch-plastischer Stoffgesetze bei Formänderungsprozessen mit Be- und Entlastung</u>

Zur Beschreibung endlicher elastoplastischer Formänderungen wird ein Stoffgesetz formuliert, das einerseits im Bereich elastischer Formänderungen ein hypoleastisches Werkstoffverhalten wiederspiegelt zum anderen zur Beschreibung elastoplastischer Zustände die Verzerrungsgeschwindigkeiten der elastischen und der plastischen Formänderungsanteile miteinander verknüpft. Paßt man nun dieses Stoffgesetz in der Weise einem einaxialen Zugversuch an, daß man sich nicht - wie üblich - auf ein lineares Verfestigungsverhalten beschränkt und untersucht langsam verlaufende zyklische Formänderungsprozesse, so läßt sich zeigen, daß sich dann mit Hilfe dieses Stoffgesetzes in Versuchen beobachtete Effekte gut beschreiben lassen.

H. BUGGISCH / E. BECKER: Das Maximum-Prinzip und die Variationsprinzipien der Elastostatik

Bedingung für das stabile Gleichgewicht eines thermo-mechanischen Systems ist bekanntlich ein Maximum der Entropie des von der Umgebung vollständig isolierten Systems (J. W. Gibbs). Diese Bedingung läßt sich in aequivalenter Formulierung auch als Minimalprinzip für eine Reihe von "Potentialen" (innere Energie, freie Energie, Enthalpie, freie Enthalpie) angeben. Aus diesen Formulierungen ergeben sich ohne weiteres die Variationsprinzipien der - geometrisch und im Materialgesetz nichtlinearen - Elastostatik (Minimum der "potentiellen Energie", Castigliano). Darüber hinaus erhält man weitere Aussagen, z. B. über die thermische Stabilität und notwendige Bedingungen, die das Material erfüllen muß, damit das System stabil ist. (Vgl. hierzu: B. D. COLEMAN, W. NOLL: Thermostatics of continua. Arch. Rat. Mech. Anal. 4 (1959), 97 - 128 und W. T. KOITER: On the thermodynamic background of elastic stability theory. Problems of hydrodynamics and continuum mechanics. Moskau 1969, Seite 277 - 285). Die Überlegungen sind zwanglos auf komplexere Materialien, z. B. auf solche mit "inneren" Freiheitsgraden (relaxierende Medien, polare Medien) zu erweitern.

M. DIKMEN: Über die Stabilität fester Körper

Nach Einführung einer Definition der Stabilität des Gleichgewichtes, welche von zwei "Entfernungsfunktionen" Gebrauch macht, ist unter dem Namen "Äquivalenz-Problem", die Gültigkeit des Dirichletschen Stabilitätssatzes für mehrdimensionale elastische Körper besprochen. Zu diesem Zweck ist die statische (endliche) Stabilitätsbedingung auf Monotonie-Eigenschaft gegründet und der Osgood'sche Satz auf den dreidimensionalen Fall erweitert.

K. FÜRST: Über das thermoelastische Verhalten von Scheiben, Platten und Schalen

Am Institut für Mechanik der Technischen Hochschule Darmstadt werden theoretische und experimentelle Untersuchungen durchgeführt mit dem Ziel, Verfahren zur Bestimmung der Spannungs- und Verformungszustände von thermisch beanspruchten Bauteilen zu gewinnen. Die dazu notwendigen Grundgleichungen der Thermoelastizität für das dreidimensionale Kontinuum werden auf zwei Arten hergeleitet: 1. Durch Gleichgewichtsbetrachtungen am verformten Element. 2. Mit Hilfe der Energiemethoden. Im Zusammenhang mit der Energiemethode werden die verschiedenen Energiefunktionale diskutiert und ihre Verwendung zur Gewinnung von Näherungsmethoden untersucht. Aus den dreidimensionalen Grundgleichungen werden die Gleichungen für Scheibe, Platte und Schale hergeleitet. Die Anwendung der Energiefunktionale zur Aufstellung eines Näherungsverfahrens wird am Beispiel des Reissner'schen Funktionals gezeigt. Die mit diesem Verfahren erhaltenen Ergebnisse für eine Kragplatte unter Temperaturbelastung werden mit Versuchsergebnissen verglichen. Zum Schluß wird ein Überblick über laufende und geplante Arbeiten gegeben.

M. GOLDSCHEIDER (a) / G. GUDEHUS (b): 3dimensionale Streckung körniger Stoffe, Versuch und Theorie

a): Ein Gerät zur Erzeugung dreidimensionaler Streckungen wird beschrieben: 6 starre, gegeneinander geführte Platten deformieren eine würfelförmige, in Gummi gehüllte Sandprobe drehungsfrei zu beliebigen Quadern. Neben Spannungen und Verformungen werden auch Meßgrößen zur Kontrolle der Inhomogenität registriert. Als Beispiel wird das Ergebnis eines Versuches mit lockerem, trockenen Sand gezeigt.

b): Einige Besonderheiten trockenen Sandes werden im Lichte der Plastizitätstheorie erörtert: Man kann wie bei Metallen zeitunabhängiges einfaches Stoffverhalten annehmen; der elastische Bereich ist jedoch weniger scharf ausgeprägt; die

Elastizitätsgrenze ist zufolge der Trockenreibung ein Kegel im Hauptspannungsraum; die deviatorische Fließregel gilt wie bei Metallen, die plastischen Volumenänderungen erfordern ein spezielle Erfassung; es gibt plastische Ver- und Entfestigung.

E. KRÖNER: Statistische Theorie heterogener elastischer Materialien

Um festzustellen, durch welche Größen der Deformationszustand eines makroskopisch homogen verformten heterogenen Materials zu beschreiben ist, betrachten wir eine ganz im Innern des Körpers gedachte geschlossene Fläche S_i, die später gleichzeitig mit der äußeren Oberfläche S_a nach unendlich rücken soll. Gibt man bei Abwesenheit von Volumenkräften eine Verschiebung $u_i(\underline{r})$ auf S_i vor, so kann man im Prinzip den zugehörigen Spannungs- und Dehnungszustand im ganzen Körper berechnen. Makroskopisch kann man die mikroskopisch fluktuierenden Verschiebungen u_i auf S_i mit Hilfe von Korrelationen der Form

$$\frac{1}{V_i}\int_{S_i} dS_i^{(1)} u_j(1) = \frac{1}{V_i}\int_{V_i} dV\, \partial_i^{(1)} u_j(1) = \overline{\partial_i^{(1)} u_j(1)} \equiv \bar{\varepsilon}_{ij}$$

$$\frac{1}{V_i}\int_{S_i} dS_i^{(1)} u_j(1) s_{klmn}(2) = \frac{1}{V_i}\int_{V_i} dV\, \partial_i^{(1)}\left[u_j(1) s_{klmn}(2)\right] =$$

$$= \overline{\partial_i^{(1)}\left[u_j(1) s_{klmn}(2)\right]} \equiv \bar{\varepsilon}_{ijklmn}$$

usw. beschreiben, wo s_{klmn} der (statistisch verteilte) Tensor der elastischen Koeffizienten ist und die relative Lage der Punkte 1 und 2 konstant gehalten wird ($\underline{r}_2 = \underline{r}_1 + \underline{a}$, $\underline{a}$ = const.). Ähnlich kann man Spannungskorrelationen $\bar{\sigma}_{ij}$, $\bar{\sigma}_{ijklmn}$ usw. bilden, indem man anstelle der Verschiebungen u_i Spannungsfunktionen auf S_i vorgibt. Man erhält auf diese Weise das (lineare) Elastizitätsgesetz für heterogene Stoffe in der Form

$$\bar{\sigma}_{ij} = C_{ijkl}\,\bar{\varepsilon}_{kl} + C_{ijklmnpq}\,\bar{\varepsilon}_{klmnpq} + \dots$$

$$\bar{\sigma}_{ijklmn} = C^{*}_{ijklmnpq}\,\bar{\varepsilon}_{pq} + C^{*}_{ijklmnpqrsuv}\,\bar{\varepsilon}_{pqrsuv} + \dots$$

usw. Die Materialtensoren C und C^{*} können für völlig ungeordnete Stoffe mit den Methoden der Statistik (Korrelationsfunktionen) exakt berechnet werden. Der Beitrag der Glieder höherer Ordnung hängt von der Größe der Modulschwankungen ab. Bei vielkristallinem Kupfer ist es etwa 1/2 %, bei vielkristallinem Lithium etwa 10 %.

TH. LEHMANN: <u>Gesetze für elastisch-plastisches Werkstoffverhalten bei endlichen Formänderungen unter Berücksichtigung von Effekten 2. Ordnung</u>

Bei Betrachtung isothermer, endlicher elasto-plastischer Formänderungen besteht das Stoffgesetz aus a) Plastizitätsbedingung (Fließbedingung und Belastungsbed.) b) Verfestigungsregel c) Formänderungsgesetz (stress-strain-relations). Für eine spezielle Plastizitätsbedingung (MELAN-PRAGER-SHIELD-ZIEGLER) wird eine Verfestigungsregel formuliert, die isotrope und anisotrope (kinematische) Verfestigung verbindet. Bei der Formulierung des Formänderungsgesetzes ergeben sich Schwierigkeiten, elastische und plastische Formänderungen additiv zu superponieren. Diese Schwierigkeiten wurden erörtert und mögliche Lösungen gezeigt. Am Beispiel der reinen Scherung und des reinen Schubes wird gezeigt, daß das angegebene Stoffgesetz die Effekte zweiter Ordnung gut wiederzugeben vermag. In einem Ausblick wird darauf hingewiesen, in welcher Weise sich auch Strukturänderungen, die im Laufe plastischer Formänderung auftreten, erfassen lassen.

H. LEIPHOLZ: Methods of the Liapunov Type in Stability of Continuous Systems

Liapunov's stability theorem is adapted to the use for continuous systems. The advantages and disadvantages of Liapunov's Direct Method when applied to conservative and nonconservative continuous systems are discussed.

H. LIPPMANN: Schrankenverfahren der Plastomechanik in der Felsmechanik

Die Frage lautet, welche vertikale Stützkraft der Ausbau einer horizontalen rechteckigen Strecke (Tunnel, Stollen) tief unter der Erde tragen muß, damit das Eindringen von Gestein verhindert wird. Das Gestein befinde sich in feinkörnigem Zustand und lasse sich als plastisches Kontinuum beschreiben, das dem MISESschen Potentialgesetz mit dem COULOMBschen Fließkriterium als Potential genügt. Durch einfaches Erraten eines zulässigen Geschwindigkeitszustandes (merke: Geschwindigkeitsunstetigkeiten dürfen auftreten, beinhalten aber entgegen der üblichen Plastomechanik notwendig auch Sprünge normal zur Diskontinuitätsfläche!) und Anwendung des "Satzes von der oberen Schranke" erhält man jetzt eine untere (!) Schranke der gesuchten Stützkraft, und umgekehrt liefert der "Satz von der unteren Schranke" zusammen mit einem erratenen zulässigen Spannungsfeld hier eine obere (!) Schranke. Geeignete Ansätze mit freien Parametern erlauben eine verbesserte Approximation.

O. MAHRENHOLTZ / M. LUNG: Anwendung von finiten Elementen bei stationären Umformverfahren

Wenn bei (quasi-)stationären Umformvorgängen (Walzen, Ziehen etc.) die (starr-)plastische Umformzone als bekannt vorausgesetzt wird, läßt sich das zugehörige Variationsproblem in einfacher Weise formulieren:

$$\delta \left[\int_V \left(Y \sqrt{\tfrac{2}{3} \lambda_{ik}\lambda_{ik}} - ß\, \delta_{ik}\lambda_{ik} \right) dV - \int_{o_\sigma} \sigma^o_{ik} v_k n_i \, do \right] = 0$$

wobei zulässige Geschwindigkeitsfelder $v_k = v_k^o$ auf o_v genügen müssen. Der Lagrange'sche Multiplikator ß repräsentiert den örtlichen hydrostatischen Druck. Das Geschwindigkeitsfeld wird in Form eines Ansatzes

$$\underline{v} = \underline{N}\,(x_i)\,\underline{u}$$

mit $\underline{u}$ als dem Geschwindigkeitsvektor an den Knoten eines finiten Elementes eingeführt. Dann ergibt sich bei Beschreibung des Fließverhaltens durch die Vergleichsformänderung ein nichtlineares Gleichungssystem, das iterativ gelöst werden kann, wobei sich die Formänderungsfestigkeit Y schrittweise an den Umformzustand anpassen läßt. Am Beispiel des Bandziehens wurde das Verfahren mit der "Elementaren Theorie" verglichen.

Z. MRÓZ: <u>On the description of workhardening of metals</u>

In order to describe behaviour of metals in the plastic range for complex loading histories, in particular for cyclic loading, simple models of isotropic or kinematic workhardening are not applicable and composite models should be applied. Two approaches to this problem are discussed: I/material is treated as homogeneous and its state is defined by numerous scalar and tensor parameters, ii/inhomogeneity of the material is accounted for by regarding the macro-element as a composition of uniform subelements. Besides the yield condition, some additional equalities are to be satisfied by the state parameters; they define regions of irreversible changes of these parameters. Comperative numerical results are presented for the case of plane state of stress.

J. MYSZKOWSKI: Systematische Darstellung der Kinematik der virtuellen Verschiebungen und des dynamischen Prinzips in der Mechanik der Kontinua

Das dynamische Prinzip (Prinzip von d'Alembert in der Lagrangeschen Fassung) gewinnt man normalerweise aus dem Prinzip der virtuellen Verschiebungen unter Benutzung des d'Alembertschen Prinzips (über verlorene Kräfte). Dabei spielen die eingeprägten Kräfte eine wesentliche Rolle. Im Vortrag wird ein Versuch unternommen, das dynamische Prinzip anders zu formulieren. Als Stütze dient hier die Bilanz der mechanischen Energie

$$dA_a = \int_{(m)} dm\, \underline{b} \cdot d\underline{r} + dA_i \tag{1}$$

mit der Arbeit dA_a der äußeren Kräfte und der Arbeit dA_i der inneren Kräfte. Nach der Einführung der virtuellen Verschiebungen $\delta\underline{r}$ wird dann in Analogie zu (1) das dynamische Prinzip

$$\delta A_a = \int_{(m)} dm\, \underline{b} \cdot \delta\underline{r} + \delta A_i \tag{2}$$

mit der virtuellen Arbeit δA_a der äußeren Kräfte und der virtuellen Arbeit δA_i der inneren Kräfte als Axiom direkt postuliert. Hierbei kann auf die Unterscheidung zwischen den eingeprägten und Reaktionskräften verzichtet werden.

W. NOWACKI: Dynamic Problems of Thermoelasticity

The paper will deal with wave equations of coupled thermoelasticity and their solutions in infinite elastic space. Some singular solutions of those equations and the displacement and temperature field produced by the operation of concentrated forces and the source of heat will be presented. The paper will bring to notice the integral theorems of compressed thermoelasticity analogical to those by Simiglione, Kirchhoff and Weber in classical elastokinetics. Conditions of radiation will also be discussed.

J. T. PINDERA: On some open problems in visco-elasticity

The limitations of classical phenomenological approach to visco-elasticity of material bodies are discussed, using as example the viscoelastic response of some high polymers, glass and particular colloid suspension. The presented thermoviscoelastic relations between some closely interrelated quantities, as stress, strain, dielectric tensor components and spectral birefringence, which characterise the time - and temperature - dependent response, show that certain regulareties exist which cannot be described adequately, in a consistent manner, by classical constitutive equations. The character of coupling between mechanical and optical (electrical) viscoelastic response depends strongly on the spectral frequency of radiation. The normalised spectral birefringence which appears to be closely related to the fundamental parameters of the viscoelastic response of some solid and liquid bodies seems to charcterise the partial effects of visco-elastic response, when the strain characterises the overall response. Such relationships can be used as a foundation for a more comprehensive mathematical model of viscoelastic response, in terms of a "system response".

D. RADENKOVIC: On the variational theorems for Cosserat-surfaces

The variational principles can be based on the remarkable work of SEWELL. However it seems interesting to add to this basis a dual min-max formulation of the problem, usefull in the theoretical discussions of numerical methods. On the other hand it is easily seen that the problems of plates and shells can be properly dealt with only if from the start a shell is considered as a R^2 Cosserat medium imbeded in the R^3 Euclidien space. Here the work of GREEN, NAGHDI and al. is fundamental. For practical applications it can prove useful to simplify the general problem and to discuss in more detail the obtained expressions for the elementary work and the corresponding energy functionals. (The present work is not completed. Only a general frame is given and some problems are brought up).

R. S. RIVLIN: Some Comments on the Theory of Non-Linear Elastic and Viscoelastic Continuum Mechanics

Various aspects of non-linear continuum mechanical theory as it has been developed and publicized in the last twenty-five years will be discussed critically. These topics will include the thermomechanics of continua and certain aspects of the formulation of constitutive equations.

R. STOJANOVITCH: The problem of formulation of a general theory of solids with the non-symmetric stress tensor

The communication deals with the formulation of a general mathematical model for media with the non-symmetric stress tensor. In the first part of the paper is given an extension of the Rivlin-Green principle of invariance of the energy balance equation. This extension represents a method for the derivation of the complete system of equations of motion for media with directors. The second part is concerned with the derivation of the basic system of equations for media with microstructure. The obtained equations are of the sufficiently general form to include different models of continua with directors as special cases.

STUMPF: Kriechen beim Spritzgußreifen

Um die vom Fahrzeug kommenden Beanspruchungen aufnehmen zu können, hat der herkömmlich gefertigte Reifen im wesentlichen von Wulst zu Wulst reichende gekreuzt angeordnete Fäden. Aus fertigungstechnischen Gründen können beim Spritzgußreifen nur kurze Fasern verwendet werden, so daß wir eine Gummimatrix mit orientiert eingebetteten Stapelfasern erhalten. Bisherige Versuche mit solcherart gefertigten Reifen scheiterten daran, daß der Reifenumfang während des Betriebes immer größer wurde, also ein Kriechvorgang stattfand. Es soll nun versucht werden, das Kriechen in erträglichen Grenzen zu halten. Hierzu sollen einerseits die Beziehungen zwischen Spannungszustand, Zeit und Verzerrungszustand bei nichteinfachem rheologischem Stoffverhalten theoretisch untersucht und andererseits Verformungsuntersuchungen an Modellen und Reifen durchgeführt werden.

F. ZIEGLER: Das Wellenfeld im Inneren eines elastisch gebetteten Zylinders (und seine Kaustik)

Das Nahfeld der Spannungswellen, in und um einen gebetteten elastischen kreiszylindrischen Einschluß, den eine ebene achsparallele Spannungsfront trifft, wird mit Hilfe strahlenoptischer Methoden dargestellt. Das konvergente Strahlenfeld, das durch Reflexion des primären Wellenzuges an der Schattenseite der Materialtrennfläche entsteht, besitzt eine Einhüllende mit Umkehrpunkt, d. h. eine Kaustik mit einer Spitze auf der Symmetrieachse. Die strahlenoptische Näherung darf nur bis zu einer dünnen Randschicht (boundary-layer) um die Kaustik angewendet werden. Sie liefert unendliche Spannung an der Kaustik. Wie R. N. Buchal und J. B. Keller sowie D. Ludwig vom Courant Institute New York gezeigt haben, ist eine asymptotische Entwicklung auch innerhalb dieser Randschicht möglich und liefert stark vergrößerte aber endliche Amplituden an der Kaustik. Gleichzeitig wird die Lösung in das Schattengebiet der Kaustik längs imaginärer Strahlen (durch Beugung) fortgesetzt. Es zeigt sich eine mit der Entfernung von der Kaustik exponentiell abklingende Spannungsamplitude.

C. TEODOSIU: Dislocation Models for the Elastic-Plastic Deformation of Single Crystals

By assuming that the material behaves perfectly elastic under unloading a unique load-free state may be associated to every loaded state. The deformation gradient may be then represented as a product between the elastic and plastic distortions.

The usual equations of hyperelasticity for the elastic range are supplemented by yield conditions for all glide systems which comprise the scalar dislocation densities as independent variables and by kinematic equations relating the rate of the plastic distortion with the scalar dislocation densities and their rates.
It is shown that the theory so obtained generalizes the theoretical and experimental results on f.c.c. and hexagonal metal single crystals based on dislocation models.

W. Günther (Karlsruhe)