MATHEMATISCHES FORSCHUNGSINSTITUT OBERWOLFACH

Tagungsbericht 1/1972

Arbeitstagung Professor Baer

2.1. bis 6.1.1972

Sehr zahlreich waren wieder Schüler und Schülersschüler Reinhold Baers der Einladung des Tagungsleiters H.Salzmann gefolgt. Erfahrungsaustausch und Informationsvermittlung waren in diesem Jahr besonders intensiv, worauf einerseits die 28 Vorträge in den 3 1/2 Tagen, andererseits die Teilnehmerzahl und das breite Themenspektrum (s.u.) hinweisen. Programm und Räumlichkeit waren übervoll ausgelastet.

Schwerpunkte der Vortragsreihe waren naturgemäß Gruppen und Geometrien. Herr R.Wille und Herr M.Aigner berichteten über ihre verbandstheoretischen Ergebnisse, Herr H.Hähl über eine topologische Begriffsbildung, die in Zusammenarbeit mit L.C.Siebenmann in Paris entstanden ist. Aus ihren grundlagentheoretischen Arbeiten referierten Herr W.Felscher und Herr U.Felgner.

Es waren wieder viele junge Mathematiker zu Gast. Unter ihnen sei besonders der Oberprimaner R.Metz aus Bonn erwähnt, der mit Herrn Wille zusammenarbeitet.

Teilnehmer

M.Aigner, Tübingen
B.Amberg, Mainz
J.Assion, Bielefeld
R.Baer, Zürich
B.Baumann, Bielefeld
Th.Bedürftig, Tübingen
H.Bender, Mainz
A.Betten, Nantes
D.Betten, Nantes
V.Blasig, Bielefeld
S.Breitsprecher, Tübingen
Th.Buchanan, Tübingen
J.Cofman, Tübingen
K.Faltings, Kaiserslautern
U.Felgner, Heidelberg
W.Felscher, Tübingen
B.Fischer, Bielefeld
B.Ganter, Darmstadt
R.Göbel, Würzburg
H.-J.Groh, Aachen
H.Hähl, Tübingen
H.-R.Halder, Kaiserslautern
J.Hausen, Houston/USA
H.Heineken, Erlangen

Gefördert durch DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

A.Herzer, Mainz
O.Kegel, London
H.Koch, Tübingen
H.Kurzweil, Tübingen
R.Löwen, Tübingen
R.P.Martineau, Oxford
W.Mehl, Bielefeld
R.Metz, Bonn
H.-M.Meyer, Tübingen
H.Meyn, Erlangen
C.Polley, Tübingen
H.Pommer, Tübingen
S.Prieß, Tübingen
O.Prohaska, Kaiserslautern
H.Salzmann, Tübingen
A.Schleiermacher, London
P.Schmid, Tübingen
R.Schmidt, Kiel
U.Schoenwaelder, Aachen
R.-H.Schulz, Tübingen
M.Seib, Tübingen
B.Stellmacher, Bielefeld
K.Strambach, Kiel
F.-G.Timmesfeld, Cambridge
H.Unkelbach, Mainz
H.Werner, Darmstadt
R.Wille, Darmstadt
J.S.Wilson, Erlangen

Vortragsauszüge

M. AIGNER: Uniforme binäre Geometrien.

Eine (kombinatorische) Geometrie und ihr zugehöriger Verband heißen binär, wenn sie unter Erhaltung der Abhängigkeitsbeziehungen in einen projektiven Raum über GF(2) eingebettet werden können. Folgende Klassifikation wird eingeführt. L heißt m-uniform, wenn es Verbände $K_1,\dots K_m$ gibt, so daß $[x,1] \cong K_i$ für alle $x \in L$ mit $r(x) = r(L) - i$, $i=1,\dots m$. Ist $m = r(L) - 1$, so heißt L streng uniform. $\mathcal{L}(K)$ mit K streng uniform sei die Klasse der binären uniformen mit $[x,1] \cong K$ für alle x mit $r(x) = r(L) - r(K)$. Es bezeichne PG_n, AG_n, O_n, P_n, B_n der Reihe nach die binären projektiven und affinen Geometrien, die Kreise, die Partitionsverbände und die Booleschen Algebren. Satz 1 gibt eine Charakterisierung der Klasse $\mathcal{L}(PG_k)$, Folgerung: $L \in \mathcal{L}(PG_{r(L)-1}) \Longleftrightarrow L \cong PG_n - PG_k$, d.h. verallgemeinerte affine Geometrien. Satz 2: $\mathcal{L}(O_4) = \{O_n : n \geq 4\}$. Satz 3: $\mathcal{L}(P_4) = \{P_n : n \geq 4, K$ (einelementige Erweiterung von $K_{3,3})\}$.
Satz 4: Die einzigen unendlichen Klassen streng uniformer Verbände sind PG_n, AG_n, verallgemeinerte affine Geometrien, zweifach verallgemeinerte affine Geometrien, O_n, P_n, B_n.

B. AMBERG: Über unendliche faktorisierte Gruppen.

Ist die Gruppe $G = AB$ das Produkt zweier abelscher Untergruppen

A und B , so ist G nach einem Satz von Itô metabelsch. Es wurde über einige Resultate über die folgende Fragestellung berichtet: Wann sind die abelschen Faktoren G' und G/G' von G in denselben Klassen abelscher Gruppen enthalten, in denen A und B enthalten sind? Speziell wurden an A und (oder) B folgende Forderungen gestellt: (a) A und B haben endlichen torsionsfreien Rang und endlichen p-Rang für alle Primzahlen p , (b) A und B haben endlichen Rang, (c) A und B sind Max-by-min-Gruppen, (d) A und B sind Min-by-max-Gruppen, (e) A und B sind artinsch (noethersch), (f) A und B sind Torsionsgruppen, (g) A und B haben endlichen torsionsfreien Rang.

J. ASSION: Eine Kennzeichnung der Gruppen PSU(n,3).

Ist G eine endliche Gruppe, die von einer Konjugiertenklasse D von Elementen der Ordnung 3 erzeugt wird, so daß je 2 nicht vertauschbare Elemente von D stets eine zur SL(2,3) isomorphe Gruppe erzeugen, so heiße das Paar (G,D) ein (*)-Paar.

In seiner Diplom-Arbeit (Bielefeld 1970) hat B.Stellmacher diejenigen (*)-Paare (G,D), wobei G' einfach ist, gekennzeichnet, bei denen die Elemente von D in G nicht reell sind.

Satz: Sei (G,D) ein (*)-Paar. Die Elemente von D seien reell in G . Dann ist $G/Z^3(G)$ isomorph zu einer Gruppe PSU(n,3) mit $n \geq 3$.

Dabei ist $Z^3(G)$ das maximale Urbild von $Z(G/\varphi_3(G))$ in G .

Th. BEDÜRFTIG: Polaritäten ebener proj. Ebenen.

H. Salzmann klassifizierte alle ebenen proj. Ebenen mit genau drei-dimensionaler Kollineationsgruppe. Die Polaritäten dieser Ebenen in diesen Klassen wurden bestimmt, bzw. die Unterklassen angegeben, deren Ebenen Polaritäten gestatten. Z.B.: Ebene proj. Ebenen $\mathcal{P}$ über einen Kartesischen Koordinatenbereich $M(k,\varrho,\sigma)$ [s. H. Salzmann: Zur Klassifikation topologischer Ebenen

II, Abh. Math. Sem. Hamburg 27] besitzen Polaritäten genau dann, wenn $\varrho = \sigma$ ist.

H. BENDER: Burnside's $p^\alpha q^\beta$ - Theorem.

Burnsides Satz besagt, daß Gruppen der Ordnung $p^\alpha q^\beta$ (p , q prim) auflösbar sind.
Es wurde ein elementarer Beweis für diesen Satz beschrieben. (Für $q = 2$, für $p \neq 2 \neq q$ hat Goldschmidt einen kurzen charakterfreien Beweis gegeben).
Der Beweis zerfällt in drei Teile:
Sei G ein minimales Gegenbeispiel.

(I) Ist $r = 2$ oder p und $X \neq 1$ eine r-Untergruppe, so ist $F(N_G(X))$ eine r-Gruppe.

(II) Keine elementar abelsche p-Untergruppe der Ordnung p^3 normalisiert eine 2-Untergruppe $\neq 1$.

(III) Es gibt eine Involution Z im Zentrum einer Sylow 2-Untergruppe von G , und eine Sylow p-Untergruppe P von G , so daß $U = \langle P, Z\rangle \neq G$ ist.

Aus (III) erhält man wegen $G = U\, C_G(Z)$ sofort einen Widerspruch.

D. BETTEN: Projektive Darstellung der Moulton-Ebenen.

Die Moulton-Ebenen können charakterisiert werden als 2-dimensionale projektive Ebenen, deren Kollineationsgruppe 4-dimensional ist und genau ein nicht inzidentes Punkt-Geraden-Paar $a \notin W$ festhält. Es wurde eine projektive Darstellung der Moulton-Ebenen auf der reellen projektiven Ebene angegeben, bei der a und W mit dem Nullpunkt und der uneigentlichen Geraden übereinstimmen. Diese Darstellung veranschaulicht die Wirkung der Kollineationsgruppe und zeigt: Die Kollineationsgruppen nicht isomorpher Moulton-Ebenen wirken als Transformationsgruppen verschieden, obwohl sie als topologische Gruppen isomorph sind.

J. COFMAN: Baer-Unterebenen in affinen Ebenen.

Satz: Sei $\mathfrak{A}$ eine affine Ebene mit einer Klasse $\mathcal{K}$ von Baer Unterebenen derart, daß:

1) Je drei nichtkollineare Punkte von $\mathfrak{A}$ in genau einer Unterebene aus $\mathcal{K}$ enthalten sind, und
2) Je zwei Unterebenen aus $\mathcal{K}$ durch zwei verschiedene Punkte X,Y von $\mathfrak{A}$ in allen Punkten ihrer Geraden, die durch X und Y bestimmt sind, übereinstimmen.

Dann ist $\mathfrak{A}$ eine Translationsebene.

(Der Satz wurde zuerst für Ebenen endlicher Ordnung bewiesen.)

U. FELGNER: Zum Problem der Unabhängigkeit des Booleschen Primidealtheorems (BPI) vom Ordnung-Erweiterungstheorem (OE).

Mittels einer neuen forcing-Methode haben wir ein ZF-Modell $\mathfrak{N}$ als Erweiterung eines abzählbaren Standard-Modelles $\mathfrak{M}$ von ZF + V = L konstruiert, indem eine generische Kopie der universellen-homogenen Booleschen Algebra $B = P(\omega)/P_\omega(\omega)$ zu adjungiert wurde. In $\mathfrak{N}$ gilt das Ordnungstheorem von Kinna - Wagner und $\neg$(BPI), und die generische Kopie von B hat eine $\mathfrak{N}$-definierbare Ordnungserweiterung. Wir hoffen durch Erweiterung dieses Argumentes, $\mathfrak{N} \models$ (OE) beweisen zu können. Wenn dies gelingt, dann wäre die Unabhängigkeit des (BPI) von (OE) nachgewiesen.

W. FELSCHER: Modelltheorie als universelle Algebra.

Es wurde beschrieben, wie durch die Einführung Boolesch-wertiger Strukturen das im Thema genannte Programm verwirklicht werden kann. Im Besonderen wurde ein dem Birkhoff'schen analoger Satz für Klassen Boolesch-wertiger Strukturen bewiesen und aus ihm die Charakterisierung axiomatischer Klassen 2-wertiger Strukturen durch ihre Abgeschlossenheit gegen Ultraprodukte und elementare Substrukturen gefolgert. Für weiteres wurde verwiesen auf des Verf. Aufsatz "An algebraic approach to first order logic" in Symposia Mathematica, 5 (1971) 133-148.

B. GANTER: Universelle Algebren mit vorgegebener Automorphismengruppe.

Fragestellung: Welche Eigenschaften einer universellen Algebra $\mathfrak{A} = (A,F)$ lassen sich aus Eigenschaften ihrer Automorphismengruppe schließen?

Ein einfaches Beispiel:

Sei $Y \subseteq X$, $[Y] := \mathrm{Fix}((\mathrm{Aut}\,\mathfrak{A})_Y)$. Dann ist $[Y]$ Unteralgebra von $\mathfrak{A}$. Zu einer vorgegebenen Gruppe G auf einer Menge X lassen sich die "G-verträglichen" n-stelligen Operationen auf X wie folgt charakterisieren: (Dabei ist für $V = (v_1,\dots,v_n)$ $\mathrm{Im}\, v := \{v_1,\dots,v_n\}$.)

Lemma: Sei G eine auf X operierende Permutationsgruppe, V ein Repräsentantensystem der Bahnen von G auf X^n, sei ferner für jedes $v \in V$ $x_v \in [\mathrm{Im}\, v]$. Dann gibt es genau eine G-verträgliche Abbildung $f: X^n \longrightarrow X$ mit $f(v) = x_v$ für alle $v \in V$.

Korollar: Die Zahl $N(G,X,n)$ der n-stelligen G-verträglichen Operationen auf X ist $\prod_{v \in V} |[\mathrm{Im}\, v]|$.

Problem: Für welche Gruppen läßt sich dieser Ausdruck auswerten?

Beispiel: G scharf m-fach transitiv (z.B. $N(M_{24}, 1,\dots,24, 6) = 2^{209} \cdot 3^{106} \cdot 19$).

R. GÖBEL: Bemerkung zur Bildung kartesischer Produkte.

Es gilt der

Satz: Sei E eine faktorenabgeschlossene Klasse von Gruppen. Dann ist äquivalent:

(1) Kartesische Produkte E-perfekter Gruppen sind E-perfekt.

(2) E ist die Klasse aller Gruppen oder besteht nur aus 1.

Eine Gruppe G heißt E-perfekt, wenn G kein von 1 verschiedenes epimorphes Bild in E besitzt. (erscheint in: Journal of Algebra: R.G., M.Richter: Cartesian closed classes of perfect groups.)

Setzt man nur Untergruppenabgeschlossenheit von E voraus, so sind die von E = Klasse aller Gruppen, $E = 1$, $E = Z(\infty)$ erzeugten Klassen E-perfekter Gruppen die einzigen kartesisch abgeschlossenen.

H. HÄHL: Offene reguläre Umgebungen (nach L.C. Siebenmann).

Sei Y ein topologischer Raum, $X \subset Y$. Eine reguläre Umgebung von X ist definiert als die Vereinigung über eine monotone Folge $E_0 \subset E_1 \ldots\ldots \subset E_n \subset E_{n+1} \ldots\ldots$ offener Umgebungen von X derart, daß für alle $n \in \mathbb{N}$ E_n kompressibel gegen X in E_{n+1} ist, d.h. daß für jede Umgebung V von X eine Isotopie $\{h_t \,/\, t \in [0,1]\}$ von Y auf sich (eine "Kompression") existiert mit

- $h_o = id_Y$
- $h_t(y) = y$ für alle $y \in (Y-E_{n+1}) \cup W$ und alle $t \in [0,1]$, wo W eine geeignete, von t unabhängige Umgebung von X ist
- $h_1(E_n) \subset V$.-

Reguläre Umgebungen sind eindeutig in dem Sinne, da für zwei reguläre Umgebungen E und E' von X in Y ein Homöomorphismus g von E auf E' existiert, der eine Umgebung von X punktweise festläßt; g kann dabei isotop zur Inklusion $E \hookrightarrow Y$ vermöge einer Isotopie von E in Y gewählt werden. Falls reguläre Umgebungen existieren, bilden sie eine Umgebungsbasis von X.

Für die Existenz regulärer Umgebungen lassen sich, unter geeigneten topologischen Voraussetzungen über X und Y, lokale Kriterien angeben, die beispielsweise erfüllt sind, wenn X eine lokal flache Untermannigfaltigkeit einer topologischen Mannigfaltigkeit Y ist oder wenn das Paar (Y,X) lokal triangulierbar ist.

Eine Übertragung dieser Ergebnisse in die Kategorie der Faserräume liefert einen kurzen Beweis des Satzes von Kister-Mazur von der Existenz von Bündeln in Mikrobündeln. Die Kompressionen sind hierzu fasererhaltend zu wählen.

H. HEINEKEN: <u>Maximale p-Untergruppen lokal endlicher Gruppen.</u>

Seien A,B zwei lokal endliche p-Gruppen. Dann ist auch $F_q(A,B) = A * B_{(A\circ B)'(A\circ B)^q}$ lokal endlich. Sei $p \neq q$. Ist A eine unendliche Gruppe und $X < B$ eine endliche Gruppe, so existiert eine maximale p-Untergruppe in $F_q(A,B)$, die isomorph zu $A \times X$ ist. Dies zeigt u.a., daß eine maximale p-Untergruppe einer lokal endlichen Gruppe keinen Einfluß auf die Eigenschaften der anderen maximalen p-Untergruppen hat.

A. HERZER: <u>Selbstduale Schließungssätze im $_n$ aus der Konstruktion von Dualitäten.</u>

L sei ein projektiver Raum über K vom Range $n = 3$ +). Eine Dualität δ von L heiße "G-Dualität", falls es in L einen Punkt P und bezüglich δ nicht isotrope N-Gerade G_i, $i = 1,2,\ldots n-1$ gibt mit $\sum_{i=1}^{n-1} G_i = V$ und $\bigcap_{i=1}^{n-1} G_i = P$.

Ist $A_i = G_i^{\delta^{-1}}$, so ist δ vermittels des "D-Gestells" $\vartheta = (G_i, A_i)$ konstruierbar.

Eine G-Dualität, die Polarität ist, ist stets ein Nullsystem. Umgekehrt ist jedes Nullsystem eine G-Dualität. Die besonderen D-Gestelle, die ein Nullsystem definieren, werden N-Gestelle genannt und geometrisch gekennzeichnet.

L ist genau dann pappos'sch, wenn in L eine G-Dualität konstruierbar ist. Die aus G-Dualitäten, und speziell Nullsystemen zu gewinnenden selbstdualen Schließungssätze erweisen sich ebenfalls als äquivalent zum Satz von Pappos und führen damit zu einem neuen Zugang zu 2 Sätzen von K.B.Leisenring.

+) mit größtem Element V.

O.H. KEGEL: Sylow-separierte Ketten in lokal endlichen Gruppen.

Ist p eine Primzahl, so heißt die aufsteigende Kette $\{F_i\}$ von p-Untergruppen der Gruppe G Sylow-separiert (in G), falls es maximale p-Untergruppen P_i derart in G gibt, daß $F_i \subseteq P_i$, aber $F_{i+1} \not\subseteq P_i$. Die Menge $\underset{=}{S}_p(G)$ der Sylow-separierten Ketten von p-Untergruppen von G wird partiell geordnet.

Satz: Für jede Untergruppe U der lokal endlichen Gruppe G gilt der Satz von Sylow für p-Untergruppen von U genau dann, wenn die teilweise geordnete Menge $\underset{=}{S}_p(G)$ die Maximalbedingung erfüllt. Dieser Satz vereinfacht einige Beweise von Asar und von Hartley und deckt den wirklichen Grund für die Gültigkeit einiger Sylowsätze in lokal endlichen Gruppen (von Baer, Wehrfritz, Zalesskii) auf.

H. KOCH: Eine Bemerkung zu einem alten Problem aus der Dimensionstheorie.

Der einfachere Teil eines Problems von Menger (1928) bzw. Wilder (1948) läßt sich wie folgt beantworten:

Bemerkung: Der metrische separable n-dimensionale Raum X genügt der Bedingung:

Jede Untermenge A von X mit nicht leerem topologischen Kern ist dem Raum X gleichdimensional, genau wenn der n-Dimensionsteil dicht in X liegt.

P. MARTINEAU: Fixed point free automorphism groups.

If A is a group of automorphisms of a finite group G, then A is said to act fixed point freely on G if $\{g \,/\, g^\alpha = g \ \forall \alpha \in A\} = 1$. If, in addition, $(|A|, |G|) = 1$, then it has long been conjectured that G is soluble. This conjecture is now proved in the case that A is elementary abelian, or cyclic of order rs, r and s distinct primes.

If, for a fixed A, G is a minimal counter-example to the conjecture, then ideas of Bender together with a factorization theorem of Glauberman can be used to give information about maximal A-invariant $\{p,q\}$ - subgroups of G . In the case that A is elementary abelian, this information is enough to obtain a contradiction. The methods are fairly elementary.

R. METZ: Isomorphismen n-stufiger Geometrien.

Eine Ableitung Γ_P einer n-stufigen Geometrie Γ ist die (n-1)-stufige Geometrie aller Kurven und Flächen von Γ durch den Punkt P von Γ .

Es werden zusammenhängende n-stufige Geometrien definiert, zu denen u.a. alle n-affinen und n-projektiven Geometrien mit mindestens n+2 verschiedenen Punkten auf jeder Kurve gehören.

Der folgende Satz wird bewiesen:
Γ, Γ' seien zwei mindestens dreidimensionale, zusammenhängende n-stufige Geometrien $(n \geq 2)$. φ bildet Γ genau dann isomorph auf Γ' ab, wenn φ mindestens zwei verschiedene Ableitungen von Γ isomorph auf Ableitungen von Γ' abbildet.

H. POMMER: Normalteiler kompakter Liegruppen.

G sei stets eine kompakte Liegruppe, G_o die Einskomponente von G , A(G) die Gruppe aller stetigen Automorphismen von G .
Satz 1: Sei G zusammenhängend, $\dim(Z(G))_o \neq 1$, N ein abgeschlossener Normalteiler von G .
1. Dann und nur dann ist N endlich, wenn der Index $|A(G) : C_{A(G)}(N)|$ endlich ist.
2. Dann und nur dann ist N isomorph zu $\mathbb{R}/\mathbb{Z}$, wenn N minimal ist bzw. der Eigenschaft : $|A(G) : H_{A(G)}(N)|$ ist unendlich.

Für die kompakte Liegruppe H sei $T_H = (Z(H_o))_o$.

Satz 2: Sei G zusammenhängend, $H \trianglelefteq G$ abgeschlossen.
Der Index $|A(G) : N_{A(G)}(H)|$ ist genau dann endlich, wenn $H \trianglelefteq G$ und $T_H = 1$ oder $T_H = T_G$ ist.

A. SCHLEIERMACHER: Frobenius-reguläre Permutationsgruppen.

Sei G eine Permutationsgruppe auf einer endlichen Menge Ω und sei $P \in \Omega$. G heißt Frobenius-regulär, falls folgendes gilt: G_p ist Frobeniusgruppe, operiert auf $n \geq 1$ Bahnen treu in seiner Frobeniusdarstellung und auf den übrigen Bahnen $\neq \{P\}$ regulär. G hat Typ $(1,n+1)$, wenn G_p genau n Frobeniusbahnen besitzt.

Satz: Sei G eine Frobenius-reguläre Permutationsgruppe vom Typ $(1,3)$ auf einer endlichen Menge Ω. Dann ist G auflösbar und hat einen regulären Normalteiler.

P. SCHMID: Über die Fittingsgruppe der Automorphismengruppe endlicher Gruppen.

Sei Π die Menge der Primteiler der Ordnung der Fittingsgruppe $F(G)$ einer Gruppe G, A_Π die Π-, $A_{\Pi'}$ die Π'-Hallgruppe von $F(\mathrm{Aut}G)$. Unter geeigneten Voraussetzungen über G kann A_Π gekennzeichnet werden als die Stabilitätsgruppe einer (und damit jeder) charakteristischen Reihe von G. Zur Bestimmung von $A_{\Pi'}$ leistet der folgende Reduktionssatz gute Dienste, der ein Resultat von Thompson verallgemeinert:

> Jeder Subnormalteiler von $\mathrm{Aut}G$, dessen Ordnung teilerfremd zu der von $F(G)$ ist, wirkt treu auf dem Zentralisator $C_G(F(G))$.

Ein Beispiel: Sei G p-auflösbar (p Primzahl), $O_{p'}(G)=1$, $Z(O_p(G))$ zyklisch. Dann ist $A_p = O_p(\mathrm{Aut}G)$ die Stabilitätsgruppe jeder charakteristischen Reihe von G, und $A_{p'}$ $[= O_{p'}(\mathrm{Aut}G)]$ ist zyklisch von einer Ordnung, die $p-1$ teilt.

R. SCHMIDT: Verbandsisomorphismen auflösbarer Gruppen.

Ist G eine endliche Gruppe, so bezeichnen wir mit $F(G) = F_1(G)$ den maximalen nilpotenten Normalteiler von G und mit $H(G) = H_1(G)$ den minimalen Normalteiler von G mit nilpotenter Faktorgruppe.

Wir definieren $F_{k+1}(G)/F_k(G) = F(G/F_k(G))$ und $H_{k+1}(G) = H(H_k(G))$ für $k \geq 1$.
Der folgende Satz wurde bewiesen.

Satz: Ist σ ein Isomorphismus des Untergruppenverbandes von G auf den einer anderen Gruppe G^σ, so ist $F_k(G)^\sigma = F_k(G^\sigma)$ und $H_k(G)^\sigma = H_k(G^\sigma)$ für $k \geq 2$.
Für $k = 1$ ist der Satz falsch. Es wurde diskutiert, in welchen Gruppen er noch für $k = 1$ gilt.

R.-H. SCHULZ: Zur Geometrie der $PSU(3,2^{2e})$: Eine Klasse von Sperneräumen.

Zu jedem $q = 2^{2t}$, $t \in N$, existieren Blockpläne der Parameter $v = (q^3-q+1)q^2$, $b = (q^3-q+1)(q^3+1)$, $k = q^2$, $r = q^3+1$ und $\lambda = 1$, auf denen $PSU(3,q^2)$ als eine Automorphismengruppe operiert. Die angegebenen Beispiele besitzen einen Parallelismus und sind daher Sperneräume, deren Punkteanzahl keine Primzahlpotenz ist.

M. SEIB: $PSU(3,2^{2e})$ als Kollineationsgruppe einer endlichen projektiven Ebene der Ordnung 2^{3e} ?

Satz: Sei $\mathbb{P}$ eine endliche projektive Ebene der Ordnung q^3, $q = 2^e > 2$, und sei Δ eine zur $PSU(3,q^2)$ isomorphe Kollineationsgruppe von $\mathbb{P}$. Dann gilt:

(1) Δ läßt ein nicht-inzidentes Punkt-Geraden-Paar fest oder

(2) Δ hat eine Punktbahn bestehend aus den Punkten eines Unitals der Ordnung q oder

(3) dual zu (2).

B. STELLMACHER: Endliche Gruppen, die von einer Konjugiertenklasse von Elementen der Ordnung drei erzeugt werden.

Voraussetzung (*): G ist eine endliche Gruppe, die von einer Konjugiertenklasse D von Elementen der Ordnung drei erzeugt

wird. Für zwei nicht vertauschbare Elemente $a,b \in D$ gilt:
$\langle a,b\rangle \cong SL(2.3)$, A_4 oder A_5 .
Alle Erzeugnisse kommen vor. (Falls das nicht der Fall ist, sind die Gruppen G bekannt.)

<u>Bezeichnung:</u> Sei $d \in D$, dann ist

$$D_d = C_D(d) \setminus \{d, d^{-1}\}$$

$$T = \{ Z^*(\langle x,y\rangle)/ \ x,y \in D; \ \langle x,y\rangle \cong SL(2.3)\}$$

$$T_d = \{ t \in T / t \in Z(\langle x,d\rangle) \ ; \ x \in D\}.$$

Der Beweis folgenden Satzes wurde skizziert:

<u>Satz:</u> G genüge der Voraussetzung (*), und G sei einfach. Außerdem gelte $d \notin \langle D_d , T_d\rangle$. Dann gilt:

(I) $G \cong S_p(2n,2)$ für $n \geq 3$ oder $G \cong O^+(2n,2)$ für $n \geq 3$ bzw. 4 .

(II) T ist eine Konjugiertenklasse von $\{3,4\}^+$-Transpositionen; oder $G \cong O^-(6,2)$ und T ist eine Konjugiertenklasse von 3-Transpositionen.

K. STRAMBACH: <u>Allgebraische Geometrien.</u>

Es wurden alle projektiven und affinen Ebenen sowie Möbius- und Laguerregeometrien bestimmt, deren Punktmenge eine quasiprojektive über einem Körper $\mathfrak{k}$ definierte algebraische Varietät ist und deren Blöcke von ebenen algebraischen Kurven gebildet werden.

F.G. TIMMESFELD: <u>Charakteristik-2-Gruppen.</u>

Eine Konjugiertenklasse D von Involutionen, die die endliche Gruppe G erzeugt, heißt Konjugiertenklasse von Wurzelinvolutionen, falls:

(i) Für alle $d,e \in D$ ist $o(de) = 2,4$ oder ungerade

(ii) Ist $o(de) = 4$, so ist $(de)^2 \in D$.

D ist degeneriert, falls keine $d,e \in D$ ex. mit $o(de) = 4$.
Im andern Falle ist D nicht degeneriert.
Alle im wesentlichen einfachen Gruppen, die von einer Konjugiertenklasse von degenerierten Wurzelinvolutionen erzeugt sind, sind bekannt.
Es wurde der minimale Fall zur Kennzeichnung der Gruppen, die von einer Konjugiertenklasse von nichtdegenerierten Wurzelinvolutionen erzeugt sind, behandelt.

H. WERNER: Über Gruppoide, die sich durch Vektorräume über endlichen Körpern darstellen lassen.

Satz: Sei $(G,\cdot)$ ein Gruppoid, das den Gleichungen $x\cdot x = x$,
$(..((x_0x_1)x_2)...x_{k-1})x_k = (..((x_kx_1)x_2)...x_{k-1})x_0$ und
$\underbrace{(..((xy)y)..)y}_{n\text{-mal}} = x$ ($n,k \in \mathbb{N}$, $k > 1$) genügt, so ist $(G,\cdot)$

ein voller idempotenter Redukt eines treuen R-Moduls, dabei ist R ein assoziativer Ring mit Eins, der von einem Element $a \in R$ erzeugt wird, das den Gleichungen $a^n = 1$ und $a^k = 1-a$ genügt.

Zusatz: Die in diesem Satz angegebene Entsprechung zwischen Gruppoiden und treuen R-Moduln ist ein Isomorphismus.

Problem: Welche Ringe werden von einem Element a erzeugt, das den Gleichungen $a^n = 1$ und $a^k = 1-a$ genügt, d.h. welche Ringe sind homomorphe Bilder von $\mathbb{Z}[X]/_{(X^n-1,X^k+X-1)}$.

Satz: $\mathbb{Z}[X]/_{(X^n-1,X^k+X-1)}$ ist genau dann unendlich, wenn $n \equiv 0\ (6)$ und $k \equiv 5\ (6)$ ist.

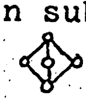
Beispiele: F endlicher Körper $\neq GF(2)$ · $\mathbb{Z}/_{(m)}$ für ungerade m.
$\mathbb{Z}/_{(2m)}$ ist kein solcher Ring.

R. WILLE: Zum Wortproblem modularer Verbände.

Die folgenden beiden Sätze liefern Lösungen des Wortproblems über gewissen partiellen Verbänden in modularen Verbänden:

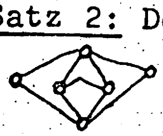
Satz 1: $FM(n_1+...+n_m)$ sei der frei modulare Verband über Ketten N_i mit $|N_i| = n_i$ für $1 \leq i \leq m$ (o.B.d.A. $n_1 \leq n_2 \leq ... \leq n_m$).
Folgende Aussagen sind äquivalent:

(1) $FM(n_1+...+n_m)$ ist endlich.

(2) $FM)n_1+...+n_m)$ ist ein subdirektes Produkt von Verbänden isomorph zu  oder  .

(3) $m \leq 2$ oder $m = 3$, $n_1 = n_2 = 1$.

Satz 2: Der modulare Verband, der frei von dem partiellen Verband



erzeugt wird, ist isomorph zu dem Unterraumverband von $\mathbb{R}^\omega$, der von $\langle e_{2i} / i \in \mathbb{Z}\rangle$, $\langle e_{2i}+e_{2i+1} / i \in \mathbb{Z}\rangle$, $\langle e_{2i-1}+e_{2i} / i \in \mathbb{Z}\rangle$ und $\langle e_{2i+1} / i \in \mathbb{Z}\rangle$ erzeugt wird; dabei ist $(e_i / i \in \mathbb{Z})$ eine Basis von $\mathbb{R}^\omega$.

(Satz 2 findet sich in: A.Day, Chr. Herrmann, R.Wille: On modular lattices with four generators.)

Th. Bedürftig (Tübingen)