MATHEMATISCHES FORSCHUNGSINSTITUT OBERWOLFACH

T a g u n g s b e r i c h t 9/1972

Mathematische Statistik

27.2. bis 5.3.1972

Sowohl in bezug auf die Methoden als auch in den Anwendungen ist die Mathematische Statistik ein sich weiterhin schnell verzweigendes Wissens- und Forschungsgebiet; dies kam ein übriges Mal in den 32 Vorträgen sowie den sich daran anschließenden Diskussionen der heurigen Tagung Mathematische Statistik, die unter der Leitung von Prof.Dr.F.Eicker (Dortmund) stand, zum Ausdruck.
Die Palette der Vortragsthemen reichte von maßtheoretischen Fragen bis zu Gebieten wie Varianzanalyse, Versuchsplanung, Bedienungstheorie, etc., von Grundsatzfragen bis zu numerischen Problemen und konkreten Anwendungen der Mathematischen Statistik.
Die Tagung fand, wie die früheren, im Ausland großes Interesse, was durch die 21 ausländischen Tagungsteilnehmer eindrucksvoll bestätigt wird. Die Vielfalt der vertretenen Interessen führte zu zahlreichen neuen wissenschaftlichen Kontakten und Aspekten, was sich in vielen und langen lebhaften Diskussionen zeigte.

Teilnehmer

Ch.Bandelow, Bochum
V.Baumann, Stuttgart
K.Behnen, Münster
Th.Cacoullos, Athen
L.Corsten, Wageningen
U.Dieter, Karlsruhe
R.Doornbos, Eindhoven
R.M.Dudley, Cambridge
J.Fabius, Leiden
W.Fieger, Karlsruhe
K.R.Gabriel, Jerusalem
F.Hampel, Zürich
B.Harris, Wisconsin
F.Hering, Bonn
J.Krauth, Düsseldorf
H.Klinger, Düsseldorf
O.Krafft, Hamburg
V.Kurotschka, Göttingen
D.Landers, Köln
L. Le Cam, Berkeley
V.Mammitzsch, München
D.Morgenstern, Hannover
G.Neuhaus, Münster
M.F.Neuts, Lafayette
D.Plachky, Düsseldorf
L.Rogge, Köln
H.Rubin, Lafayette
F.H.Ruymgaart, Amsterdam
F.Sarkadi, Budapest
N.Schmitz, Berlin
B.Schorr, Genf
P.K.Sen, Chapel Hill
W.Sendler, Dortmund
H.Störmer, München
G.Tusnady, Budapest
I.Vaduva, Bukarest
I.Vincze, Budapest
W.Vogel, Bonn
R.A.Wijsman, Urbana
H.Witting, Münster
G.Zyskind, Ames

VORTRAGSAUSZÜGE

H. BEHNEN : Unverfälschtheit, Pitman–Effizienz und Konsistenz bei asymptotisch optimalen Rangtests

Im einseitigen Zwei–Stichproben–Fall $H: F_1 \leqslant F_2$, $K: F_1 \gneqq F_2$, $(H_o : F_1 = F_2)$ werden für asymptotisch optimale Rangtests $\{\varphi_{nb}\}$, $n = (n_1, n_2)$, die durch Funktionen $b : (0,1) \to \mathbb{R}_1$ mit $\int_o^1 b\,dx = 0$, $\int_o^1 b^2\,dx = 1$, $\int_o^t b\,dx \leqslant 0 \;\forall t \in (0,1)$ erzeugt werden, folgende Aussagen bewiesen :

(1) b f.ü. monoton $\Leftrightarrow$ $\{\varphi_{nb}\}$ ist asymptot. unverfälscht für alle "zu H_o benachbarten" Alternativfolgen.

(2) b_1, b_2, f.ü. monoton, dann gilt für alle $c > o$:

$$\left.\begin{array}{l} b_1 - c\, b_2 \text{ f.ü. monoton} \\ \text{nicht fallend} \end{array}\right\} \Longleftrightarrow \left\{\begin{array}{l} \text{ARE } (\varphi_{nb_1} = \varphi_{nb_2}) \geqslant c^2 \text{ für alle "zu } H_o \text{ be–} \\ \text{barten" Alternativfolgen.} \end{array}\right.$$

(3) b f.ü. monoton, $F_1' \leqslant F_1$, $F_2 \leqslant F_2'$ impliziert $E_{(F_1, F_2)} \varphi_{nb} \leqslant E_{(F_1', F_2')} \cdot \varphi_{nb}$ $\forall n$, insbesondere also die Unverfälschtheit von φ_{nb} für H gegen K .

(4) b f.ü. streng monoton $\Rightarrow$ $\{\varphi_{nb}\}$ konsistent auf K .

T. CACOULLOS : On minimum variance unbiased estimation for truncated binomial and negative binomial distributions .

Minimum variance unbiased (MVU) estimation is considered for the binomial and negative binomial distributions, both truncated away from zero. The distribution of the sufficient statistic, i.e., the sum of the observations is obtained in terms of certain analogues of the Stirling numbers of the second kind through occupancy models. This is used to provide an approximate (asymptotically unbiased) MVU estimator for the odds ratio p/q in the binomial case and the MVU estimator of p in the negative binomial. Tables are given for the computation of these estimates.

L.C.A. CORSTEN : Multiplicative effects in two–way analysis of variance

Let $\underline{X}$ be a random m x n matrix equal to $\mathcal{E}\,\underline{X} + \underline{E}$ where $\mathcal{E}\,\underline{X}$ is the expectation of $\underline{X}$, and $\underline{E} \sim \sigma\, \underline{\chi}_{m,n}$ where $\underline{\chi}_{m,n}$ consists of independent standard normal variables. For the test that AB' is the null–matrix in the model $\mathcal{E}\,\underline{X} = p\,1_n' + 1_m q' + AB'$, where A is $m \times k$, B is $n \times k$, $k < \min(m,n)$, p an m–vector and q an n–vector, the likelihood ratio method provides an upper critical region for the ratio of the sum of the k largest eigenvalues and the sum of the remaining eigenvalues of $\underline{Z}\,\underline{Z}'$ or $\underline{Z}'\underline{Z}$, where $\underline{Z}$ is the matrix of residuals of $\underline{X}$ obtained by successive subtraction of row and column means in $\underline{X}$. Under H_o these eigenvalues are distributed as eigenvalues of a standard Wishart matrix; the test statistic does not depend on σ^2.

U. DIETER : Erzeugung von Zufallszahlen, die klassischen Verteilungen genügen

Lemma : Genügt x_o der Verteilungsfunktion $F_o(x)$ und x_i $(i \geqslant 1)$ der Verteilungsfunktion $F(x)$, so gilt mit $p_a = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-F(t)}\, dF_o(t)$:

$$P(x_o \leqslant x,\ x_o \geqslant \ldots \geqslant x_{2n} < x_{2n+1}) = \frac{1}{p_a} \int_{-\infty}^{x} e^{-F(t)}\, dF_o(t)\,.$$

Das Lemma läßt sich zur Erzeugung von Zufallszahlen, z.B. Zahlen, die der positiven Normalverteilung genügen, verwenden. Für das Zentrum $0 \leqslant x \leqslant \sqrt{2}$ verwendet man etwa die Folge $u_o^2 \geqslant \ldots \geqslant u_{2n}\ u_{2n+1}$, bei der alle u_i (0,1) – gleich verteilt sind. Für $\sqrt{2K} \leqslant x \leqslant \sqrt{2(K+1)}$, $K = 1,2, \ldots$ hat man u_o^2 nach einer Idee von G.E. Forsythe durch $(u_o(\sqrt{K+1} - \sqrt{K}) + \sqrt{K})^2 - K$ zu ersetzen; $\mp\sqrt{2} \cdot u_o$ ist dann normal verteilt. Durch Änderungen der Teilungsprodukte $\sqrt{K}$ kann man die Methode soweit verbessern, daß man nur wenig mehr als 2 gleichverteilte Zufallszahlen zur Erzeugung einer normalverteilten Zufallszahl braucht. Für die Erzeugung Beta – verteilter Zufallszahlen kann man v. Neumann's Acceptance–Rejectance–Methode verwenden. Die dominierende Verteilung ist eine geeignete Normalverteilung.

R. DOORNBOS : Power of two nonparametric slippage tests

We consider the independent variates $\underline{x}_1, \ldots, \underline{x}_k$ which have, under H_o, the same continous distribution. The test procedure suggested by Doornbos and Prins (1958) is known to be consistent against the alternatives

$$H_j : \begin{cases} P(\underline{x}_j > \underline{x}_i) > 1/2 \quad (j \neq i) \\ \underline{x}_j,\ (j = 1, \ldots, i-1, i+1, \ldots, k) \text{ follow the same distribution,} \\ \text{if we wish to test against slippage to the right and against the} \\ \text{analogous hypotheses in the left-sided situation.} \end{cases}$$

The Mosteller–test (1948) is investigated for consistency against some alternative hypotheses.

The power of both tests has been investigated for $k = 3, 4, 5$ and sample sizes 2, 3, 4, 5 in the following cases :
Shifts of uniform and normal distributions and Lehmann–alternatives.

R.M. DUDLEY : Asymptotic Power of Tests of Fit

Let $I(\tau, P, n, \alpha, \beta)$ be the set of probability measures Q not distinguishable from P by test τ with sample size n, size (level of significance) α and power β, e.g. $\alpha = 1/20$, $\beta = 1/2$. We measure the size of I by probability measures $\mathcal{P}$ on simplices $\Delta_m = \left\{\{\varphi_j\}_{j=1}^{m},\ \varphi_j \geq 0,\ \sum_{j=1}^{m} \varphi_j = 1\right\}$, including normalized Lebesgue measure $\mathcal{P}_m$ and $\mathcal{P}_m^{\mu} = \mathcal{L}\left\{\frac{X_1}{S_m}, \ldots, \frac{X_m}{S_m}\right\}$, X_j independent with distribution μ, $S_m = X_1 + \ldots + X_m$. Choosing m optimally we find, for some constants $c_j > 1$, $\max(\mathcal{P}_m(I(\tau_x)), \mathcal{P}_m^{\mu}(I(\tau_x))) \leq c_1^{-n}$ for the χ^2–test, $\max(\mathcal{P}_m, \mathcal{P}_m^{\mu})(I(\tau)) \leq c_2^{-n/\log n}$ for some binomial tests, and $\mathcal{P}_m^{\mu}(I(\tau_K)) \geq c_3^{-\sqrt{n}}$, where μ is concentrated on $(0, 2\gamma)$ and is unimodal and symmetric about γ.

Gefördert durch DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

K.R. GABRIEL : Singular value decomposition and multivariate statistics

For any matrix Y of rank r, the SVD $Y = \sum_{\alpha=1}^{r} \lambda_\alpha \underline{p}_\alpha \underline{q}_\alpha'$ is obtained by solving $\lambda_1 \geqslant \lambda_2 \geqslant \dots \geqslant \lambda_r > 0$, $\underline{p}_\alpha' Y = \lambda_\alpha \underline{q}_\alpha'$, $Y\underline{q}_\alpha = \lambda_\alpha \underline{p}_\alpha$, $\underline{p}_\alpha' \underline{p}_\epsilon = \underline{q}_\alpha' \underline{q}_\epsilon = \delta_{\alpha,\epsilon}$ $(\epsilon, \alpha = 1, \dots, r)$. The least squares rank approximation to Y is then $Y_{(s)} = \sum_{\alpha=1}^{s} \lambda_\alpha \underline{p}_\alpha \underline{q}_\alpha'$ and its fit is measured by $\| Y - Y_{(s)} \|^2 / \| Y \|^2 = \sum_{\alpha=s+1}^{r} \lambda_\alpha^2 / \sum_{\alpha=1}^{r} \lambda_\alpha^2$. A biplot (Gabriel, Biometrika, 1971) of $Y_{(2)}$ provides approximate planar representation of Y if the fit is good.

For an n unit (rows) m variable (column) matrix of zero column means, the SVD yields principal component analysis. Defining $G = (\underline{p}_1, \underline{p}_2)$ and $H = (\lambda_1 \underline{q}_1, \lambda_2 \underline{q}_2)$ we may biplot the rows $\underline{g}_1, \dots, \underline{g}_n$ and $\underline{h}_1, \dots, \underline{h}_m$ of these matrices. This yields the following graphical approximations :
$\underline{g}_i' \underline{h}_j$ to observation y_{ij} ; $\| \underline{g}_i - \underline{g}_l \|$ to a Mahalanobis-type distance between units i and l ; $\| \underline{h}_j \|$ to $\sqrt{n}$ SD of j-th variable; $\cos(\underline{h}_j, \underline{h}_g)$ to the correlation of variables j and g ; and $\|$ Proj. of $\underline{g}_i - \underline{g}_l$ onto $\underline{h}_j$ $\|$ to the standardized difference of units i and l on the variable j. Other variables can be studied by vector addition on the biplot.

Other applications are to regression, canonical correlation, MANOVA, interaction and contingency tables.

F. HAMPEL : Über robustifizierte Maximum-Likelihood-Schätzungen, und über das Princeton Monte Carlo Projekt

Der Vortrag zerfällt in zwei Teile. Im ersten Teil werden, nach einem Rückblick auf Fisher's klassische Theorie für Schätzungen in strikten parametrischen Modellen, Gründe und Typen der Abweichungen von solchen Modellen genannt. Unter Berücksichtigung der Effekte dieser Abweichungen werden einige zentrale Begriffe der Theorie der robusten Schätzungen (für Umgebungen von strikten parametrischen Modellen) definiert, und ein Optimalitätsproblem ("optimal Huberizing"), dessen Lösungen in gewissem Sinne "zulässige robuste" Schätzungen sind, wird skizziert. Im zweiten Teil wird über eine umfangreiche Monte-Carlo-Studie von robusten Schätzungen eines Lokationsparameters berichtet: über Ziel und Umfang, über Form und Auswertung der

Ergebnisse, über besonders erfolgreiche, pathologische und bekannte Klassen von Schätzfunktionen und über einige numerische Resultate. Schließlich wird angedeutet, daß sich die Fülle der Ergebnisse mit Hilfe der Theorie im ersten Teil des Vortrags durch 2–4 Parameter der Schätzfunktionen übersichtlich ordnen läßt.

B. HARRIS : Mathematische Modelle und mathematische Grundlagen der statistischen Entscheidungstheorie

In dieser Mitteilung werde ich drei Methoden der Optimalität zu definieren versuchen. Einige Folgen dieser Definition werden beobachtet.

Die erste wird von dem Begriff der Approximationstheorie hergeleitet. Beispiele, daß hier eine Verallgemeinerung der gewöhnlichen Entscheidungstheorie besteht, werden gegeben.

Noch allgemeiner kann man die statistische Entscheidungstheorie als eine Minimisierung von Funktionalen formulieren.

Schließlich werden verschiedene Axiomatisierungen der statistischen Entscheidungstheorie beschrieben.

In jedem Fall werden Verbindungen zwischen der statistischen Entscheidungstheorie und der Funktionalanalyse gezeigt.

F. HERING : Eine Extremaleigenschaft von teilweise ausgewogenen Blöcken mit k Verknüpfungsklassen

Ist B die Inzidenzmatrix eines teilweise ausgewogenen Blockes mit k Verknüpfungsklassen, so wird eine Extremaleigenschaft von $B\ B^T$ vorgestellt.

J. KRAUTH : Eine Optimalitätseigenschaft des Zeichentests

Es wird gezeigt, daß eine von Dixon und Mood (JASA 41 (1946)) vorgeschlagene Variante des einseitigen Zeichentests beruhend auf der Statistik $N_+ + \frac{1}{2}\ N_0$ bei bekannten

$p_o = q_o$ (Wahrscheinlichkeiten für das Auftreten von Nullen) ein gleichmäßig bester Test ist, der eine höhere Schärfe als der bedingte Test haben kann. Ferner ist eine von Putter (AMS 26 (1955)) angegebene Variante beruhend auf der Statistik $(2N_+ + N_o - n)/(n - N_o)^{1/2}$ für $p_o = q_o$ ein asymptotisch gleichmäßig bester Test. Die Bedingung $p_o = q_o$ kann noch abgeschwächt werden.

V. KUROTSCHKA : Klassen optimaler unvollständiger Versuchspläne

Ein allgemeines Ergebnis über optimale Versuchsplanung bei allgemeinen Modellen der Varianzanalyse wurde vorgestellt und gezeigt, wie sich daraus in einfacher Weise Klassen optimaler Versuchspläne ableiten lassen. Insbesondere wurde A. Wald's Ergebnis über die D–Optimalität (Effizienz) von lateinischen Quadraten und ihre gleichmäßige Optimalität als eine einfache Folgerung des allgemeinen Ergebnisses dargestellt. Analoge Optimalitätseigenschaften wurden für Versuchspläne, welche Lateinisch–Griechischen und orthogonalen–Lateinischen Quadraten höherer Ordnung, F–Quadraten und orthogonalen F–Quadraten beliebiger Ordnung entsprechen, nachgewiesen.

L. LE CAM : On the information contained in one additional observation

Let Θ be a set. Let $\mathcal{A} \subset \mathcal{B}$ be two σ–fields on a set $\mathcal{X}$ and let $\mathcal{F} := \{Q_\theta, \theta \in \Theta\}$ be a family of probability measures on $\mathcal{B}$. Let P_θ be Q_θ restricted to $\mathcal{A}$.

One possible measure of the difference in information between $\mathcal{A}$ and $\mathcal{B}$ is the number $\bar{\delta} = \inf \sup_\theta \| Q_\theta - Q'_\theta \|$, where the inf is taken over all families Q'_θ, for which $\mathcal{A}$ is sufficient. This is larger than the deficiency δ introduced in Le Cam ,Ann. Math. Stat. (1964).

We are interested in the case where $\mathcal{A}$ refers to the σ–field generated by n independent observations from a measure P_θ and $\mathcal{B}$ refers to $n+k$ such observations. Letting $\mathcal{E}_n$ and $\mathcal{E}_{n+k}$ be the corresponding experiments there are examples where $\delta(\mathcal{E}_n, \mathcal{E}_{n+1}) \geq c > o$ for all n. A class of situations where this does not happen can be obtained by placing dimensionality restrictions on Θ. Let $h(s,t)$ be the Hellinger distance, defined by $h(s,t) = 1/2 \int (\sqrt{d\mu_s} - \sqrt{d\mu_t})^2$. Let C be the largest number of points at distance ϵ which can be fitted in a ball of Θ of radius $2^5 \sqrt{2}\, \epsilon$.

Then $\bar{\delta}(\mathcal{E}_n, \mathcal{E}_{n+k}) \leqslant 9\,(\frac{k}{n}\ \log\,(16\,C^2\,\frac{n}{k}))^{1/2}$. Such inequalities imply that the amount of information obtainable by a sequential experiment which terminates between n and n+k does not exceed the information obtainable from $\mathcal{E}_n$ by more than $\bar{\delta}(\mathcal{E}_n, \mathcal{E}_{n+k})$. Also, if instead of taking n observations one takes a Poisson number N with EN = n and let $\mathcal{P}_n$ be the corresponding experiment, then, $\max\,(\delta(\mathcal{E}_n, \mathcal{P}_n), \delta(\mathcal{P}_n, \mathcal{E}_n)) \leqslant 12\,(\frac{1}{n}\ \log\ n)^{1/4}$ $(\log\ 16\,C^2\,\sqrt{n})^{1/2}$.

D. LANDERS : Grenzwertsatz für bedingte Erwartungwerte

Es seien P_n, $n\in\mathbb{N}$, Wahrscheinlichkeitsmaße auf einer σ–Algebra $\mathfrak{A}$, die in einem geeigneten Sinne gegen ein Maß P_o konvergieren. Es sei $\mathfrak{A}_n \subset \mathfrak{A}$, $n\in\mathbb{N}$, eine Folge von σ–Algebren, die gegen eine σ–Algebra $\mathfrak{A}_o$ auf – bzw. absteigt. Es wird gezeigt,daß für jede gleichmäßig beschränkte Folge von $\mathfrak{A}$–meßbaren Funktionen f_n, $n\in\mathbb{N}$, die P_o f.ü. gegen eine Funktion f_o konvergiert, die Folge von bedingten Erwartungwerten $P_n^{\mathfrak{A}_n} f_n$, $n\in\mathbb{N}$, P_o – f.ü. gegen $P_o^{\mathfrak{A}_o} f_o$ konvergiert. Es wird eine Anwendung dieses Satzes auf die Theorie der Suffizienz gegeben.

V. MAMMITZSCH : Zur Konstruktion optimaler Sequenztests

Sei $\mathfrak{T}$ die Klasse aller zu einem vorgelegten unendlichstufigen Testproblem möglichen Sequenztests (T, s), wobei T die Stopzeit und s die Schadensfunktion bedeute, und sei $k_{\mathfrak{T}} := \{(T, s) \in \mathfrak{T} : T \leqslant k\}$ die Klasse aller k–stufigen Tests, $k < \infty$. Bezeichne ferner r (T, s) den Risikovektor des Tests (T, s). Bei gegebener Matrix $A \geqslant O$ heißt ein Test (T_o, s_o) aus $\mathfrak{T}$ bzw. $k_{\mathfrak{T}}$ A–optimal bezüglich $\mathfrak{T}$ bzw. $k_{\mathfrak{T}}$, wenn für alle(T, s) aus $\mathfrak{T}$ bzw. $k_{\mathfrak{T}}$ gilt : $Ar\,(T_o, s_o)$ ist lexikographisch kleiner als $Ar\,(T, s)$. Zu $k_{\mathfrak{T}}$ lassen sich A–optimale Tests konstruktiv angeben. Es wird gezeigt, daß unter gewissen Bedingungen durch den Grenzübergang $k \to \infty$ für jede einspaltige Matrix $A > O$ optimale Tests (= Bayeslösung)x gefunden werden können, während dies für beliebige Matrizen nicht möglich ist.

x) bezüglich $\mathfrak{T}$

G. NEUHAUS : Zur Verteilungskonvergenz gewisser Cramér–von Mises–Statistiken

Seien X_{in}, $i = 1, \ldots, n$, stochastisch unabhängige $\mathbb{R}_k$–wertige Zufallsgrößen mit derselben stetigen Verteilungsfunktion (V.F.) F_n; F_n^e bezeichne die zugehörige em–pirische V.F. . Weiter seien k eine stetige Fkt. auf IR und W_n eine "zufällige" V.F. auf $\mathbb{R}_k$. Es werden Bedingungen an F_n und W_n angegeben, unter denen die Cramér–von Mises–Statistik $T_n = \int_{\mathbb{R}_k} K\,(\sqrt{n}\,(F_n^e - F_o))\, dW_n$ zum Testen von $H : F = F_o$ gegen $K : F \neq F_o$ nach Verteilung für $n \to \infty$ konvergiert. Die Grenz–verteilung ist dieselbe wie die des Integrals $\int_{E_k} K\,(X_o\,(u) + \delta\,(u))\, dW_o$, $E_k = [0,1] \times \ldots \times [0,1]$ wobei X_o ein Gaußscher Prozeß mit Parameterbereich E_k ist, der die "Brownsche Brücke" verallgemeinert, und δ eine Mittelwertverschiebung bedeutet. Analoge Überlegungen sind möglich für Cramér–von Mises–Statistiken zum Testen auf stochastische Unabhängigkeit.

M.F. NEUTS : Queues with fluctuating arrival and service processes

Two queueing models in which the arrival rate and the distribution of the service times vary in relation to the state of an m–state continuous parameter Markov chain, will be discussed.

The focal point of the transient and limiting analysis of both models is the solution of a matrix–system of non–linear integral equations of the type

$$G_{ij}\,(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{\nu=1}^{m} \int_{o}^{x} G_{\nu j}^{(n)}\,(x-u)\; d\,A_{i\nu}\,(n, u)$$

for $x \geqslant 0$; $i, j = 1, \ldots, m$. The functions $A_{i\nu}\,(n, u)$ are expressed in terms of the parameters of the queue. The desired solution matrix $G\,(\cdot)$ should be a (possibly substochastic) semi–Markov matrix.

The existence and uniqueness of the solution may be proved and by judicious use of the properties of positive matrices, the necessary and sufficient condition for equilibrium of the queue can be obtained.

D. PLACHKY : Vergleich einparametrischer Exponentialverteilungen

Es wird das einseitige Testproblem im Zweistichprobenfall beim Vergleich von zwei einparametrischen Exponentialverteilungen (im Spezialfall von z.B. Binomialvertei–

lungen handelt es sich um den exakten Test von Fisher) behandelt und die exponentielle Konvergenzgeschwindigkeit des Fehlers zweiter Art im bedingten und nicht bedingten Fall untersucht. Das sich hieraus ergebene Effizienzmaß liefert einen Hinweis auf die Bedeutung des (asymptotisch) balanzierten Falls.

L. ROGGE : Minimal suffiziente Statistiken und minimal suffiziente σ–Algebren

Es wird die Fragestellung von Bahadur aus dem Jahre 1954 untersucht, ob die Existenz einer minimal suffizienten σ–Algebra die Existenz einer minimal suffizienten Statistik impliziert oder umgekehrt. Gezeigt wird, daß keine dieser beiden Implikationen richtig ist.

H. RUBIN : Robust testing from the decision–theoretic viewpoint

The problem of obtaining practical testing procedures which are robust from the viewpoint of decision theory is discussed. Only in the situation of testing a point null hypothesis with finite demensional alternative, or a one–sided hypothesis, are satisfactory large sample results available. In the more practical problems of an approximate point null hypothesis or the case of infinite demensional alternatives, the situation is unsatisfactory. In addition, problems of moderately large samples arise.

F.H. RUYMGAART : Asymptotic normality of nonparametric tests for independence

Asymptotic normality of linear rank statistics for testing the hypothesis of independence is established both under the null–hypothesis and fixed alternatives. A generalization of a result of Bhuchongkul is obtained with respect to the conditions concerning the orders of magnitude of the score functions and with respect to the smoothness conditions on these functions. In the present case the score functions are allowed to have a finite number of discontinuities of the first kind.

A further generalization to a more general class of rank statistics, containing the linear rank statistics as a special case, is possible without introducing additional difficulties.

An application of the theorem on discontinuous score functions lies in the treatment of ties.

K. SARKADI : Fisher's inequality on balanced incomplete block design

The author gives a new simple proof for the well-known inequality of Fisher for balanced incomplete block designs (the number of blocks is not less than that of the treatments).

Also, a generalization is given which contains Bose's inequality for resolvable balanced incomplete block design as special case.

N. SCHMITZ : Bemerkungen zur Kompaktheit der Testfunktionen

Zum einen wird am Beispiel der Maximin-Tests zum Niveau $\alpha(\vartheta)$ angezeigt, daß man etliche Existenzaussagen über optimale Entscheidungsfunktionen bei dominierten Klassen von Wahrscheinlichkeitsverteilungen ohne den „Umweg" über die schwache Folgenkompaktheit der Menge Φ der Testfunktionen mit Hilfe des Satzes von Alaoglu direkt beweisen kann. Zum anderen wird angemerkt, daß es bei etlichen statistischen Problemen nicht genügt, daß für eine abzählbare Indexmenge I Φ^I sowohl S^*-kompakt als auch S^*-folgenkompakt ist, da man die Grenzfunktionen i.a. nicht mehr als Testfunktionen interpretieren kann; man benötigt dann Zusatzbedingungen, die sich z.B. bei Bayes-Verfahren aus gleichmäßigen Beschränktheitseigenschaften ergeben.

B. SCHORR : Lokale Schätzung von Regressionsfunktionen

Seien $G \subset \mathbb{R}_n$ ein Gebiet und $x \epsilon G$. Dann wird die Familie von Zufallsvektoren $(Y(x), Z(x))$ mit Y eindimensional und Z k-dimensional betrachtet. Es wird angenommen, daß für $x \epsilon G$ die gemeinsame Verteilung von $(Y(x), Z(x))$ unbekannt, die Verteilung von $Z(x)$ aber bekannt ist. Für festes $x=a \epsilon G$ wird angenommen, daß eine Zufallsstichprobe $(Y_j(a), Z_j(a))$ vom Umfang N vorliegt. Unter diesen Voraussetzungen und einigen Regularitätsbedingungen bzgl. der auftretenden Verteilungen werden erwartungstreue, konsistente und asymptotisch normalverteilte Schätzfunktionen für die partiellen Ableitungen von $m(x) = E\{Y(x)\}$ für $x = a$ bis zu einer festen Ordnung p angegeben und diskutiert.

P.K. SEN : Weak Convergence of Certain Non–Linear Statistics with Applications to Nonparametric Inference

As extensions of the Donsker Theorem on the weak convergence of sample partial sums to a process of Brownian motion, the following results are considered :

(i) Weak convergence of the sequences of von Mises' differentiable statistical functions and Hoeffding's U–statistics to Wiener precesses;

(ii) weak convergence of sample quantiles and extreme values to Gaussian and and Markov processes, and

(iii) the invariance principle for one sample rank order statistics.

Some applications of these results in problems of nonparametric inference are also considered.

W. SENDLER : Über zweite Momente einer bestimmten Klasse von Zufalls–determinanten

Sei $A_n = (a_{ik})_{i,k=1}^{n}$ eine $n \times n$ – Matrix von unabhängig voneinander, identisch verteilten Zufallsvariablen a_{ik}. Es wird eine Formel für das zweite Moment der Verteilung von det A_n ausgerechnet, wobei über die Verteilung von a_{ik} nur die Existenz ihres ersten und zweiten Moments benötigt wird.

Weiter wird gezeigt, daß sich bei geeigneter Normierung der a_{ik} das zweite Moment $E[(\det A_n)^2]$ asymptotisch (für $n \to \infty$) so verhält wie $E[(\det B_n)^2]$, wo $B_n = (b_{ik})_{i,k=1}^{n}$ eine $n \times n$ – Matrix unabhängig voneinander, identisch verteilter Zufallsvariabler ist, mit der Eigenschaft :

$E(b_{ik}) = 0$

$E(b_{ik}^2) = \mathrm{var}(a_{ik})$.

H. STÖRMER : Über einen Einflußtest

Auf den verschiedenen Anwendungsgebieten der Mathematischen Statistik findet man häufig folgende Situation vor:

Es sei $P(a \mid A)$ die bedingte Wahrscheinlichkeit, daß ein Objekt mit einer vorgegebenen Eigenschaft A auch eine andere Eigenschaft a besitzt. Entsprechend sei $P(a|\bar{A})$ definiert. (Beispiel: a bezeichne das Eintreten von Lungenkrebs, A die Eigenschaft Raucher.) Gesucht ist der Quotient $\alpha = P(a|A)/P(a|\bar{A})$ als ein Maß für den Einfluß der Eigenschaft A auf das Eintreten von a. Dabei liege eine Stichprobe aus der Grundgesamtheit vor mit dem Umfang N_1, und von den N_1 Objekten mögen n_1 die Eigenschaft A haben. Weiter liege eine Stichprobe von N_2 Objekten mit der Eigenschaft a vor, von denen n_2 auch die Eigenschaft A haben. Es werden asymptotische Formeln für Vertrauensbereiche für α angegeben.

G. TUSNADY : On Stochastic Approximation

In the last years in our institute we began to investigate the method of stochastic approximation. In this lecture I should like to speak about the results of my colleagues.

Assume the distribution of the random variables $y(x)$ depends on the parameter x, the expectation

$$E\, y(x) = M(x)$$

is an increasing function, and the differences $y(x) - M(x)$ are uniformly bounded, i.e., there is a constant L such that

$$P(|y(x) - M(x)| < L) = 1 .$$

Define T by $M(T) = a$, where a is a given number, and the sequence x_n by

$$x_{n+1} = x_n - \frac{1}{n}(y(x_n) - a),$$

where x_0 is arbitrary.

Theorem 1. (J. Komlós and P. Révész) Assume that

$$|M(x) - a| < c\,|x-T| + d ,$$

and

$$\lim_{x \to \infty} M(x) = M(\infty) > L ,$$

then $$P(|x_n - T| > \beta) \leqslant \exp(-kn)$$

for any $\beta > 0$ ($k=k(\beta)$ is a positive constant).

Theorem 2. (P. Major) Assume that $M'(T) > \frac{1}{2}$, and x_n tends to T with probability 1, then there exists a constant K such that

$$P\left(\overline{\lim_{n=\infty}} \sqrt{\frac{n}{\log\log n}} \cdot |x_n - T| < K \right) = 1 .$$

I. VADUVA : On Computer Generation of Random Vectors

Generation of normal random vectors is presented. The problem of generating random vectors with log–normal components or both normal and log–normal components is also studied. Because of inaccuracy of uniform random number generators a χ^2–test of goodness of fit for multivariate normality is considered, for testing quality of sampled values.

I. VINCZE : Einige nichtparametrische Fragen

Der Vortrag beschäftigt sich mit drei verschiedenen Fragen:

1. Über asymptotische nichtparametrische Schätzung der Quantile; lokale (asymptotische) Schätzung der Dichtefunktion (einige Resultate mit Z.W. Birnbaum).
2. Eine Verfeinerung des χ^2–Testes (mit E. Csáki)
3. Über die Abschätzung des Ausdruckes $M\left[\left(\frac{f'(x)}{f(x)}\right)^2\right]$. (mit E. Csáki);

R.A. WIJSMAN : Exponentially bounded stopping time of invariant sequential probability ratio tests

Es handelt sich um Sequential–Tests zusammengesetzter Hypothesen, welche einfach gemacht werden können durch Einschränkung auf invariante Tests. Es sei N der zufällige Umfang der Stichprobe. Wir sagen „ N ist exponentialbeschränkt" wenn es $c > 0$ und $0 \leqslant \rho < 1$ gibt, so, daß $P(N > n) < c\,\rho^n$, $n = 1, 2, \ldots$ Das Problem ist zu untersuchen, für welche Wahrscheinlichkeitsverteilungen P der zufällige Umfang N exponentialbeschränkt ist. Eine vollständige Lösung dieses Problems wird nur für ein einziges Beispiel erhalten. Für andere Beispiele (z.B. Sequential–t–Test) werden Teilresultate beschrieben.

G. ZYSKIND : Integrative Apects of Randomization and Linear Model Theories

Experiments with a finite number of experimental units are considered in which the association of treatments with the experimental material is achieved in some random manner. Models are exhibited which follow as a consequence of the experimental structure and of the physical act of randomization. Differences with more standard models are then explored and illustrated for the case of some standard experimental designs such as the randomized blocks, Latin square and split–plot designs. The ensuing covariance matrices are noted as well as the fact that in these cases these matrices are singular and that here the simple least squares estimators (s.l.s.e.'s) are also best linear unbiased estimators (b.l.u.e.'s). General conditions for s.l.s.e.'s to be also b.l.u.e.'s are then exhibited as well as the construction of General Normal Equations whose solutions lead to b.l.u.e.'s even in the case when the covariance matrix of the observation is singular.

W. Sendler (Dortmund)

Gefördert durch
DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft