MATHEMATISCHES FORSCHUNGSINSTITUT OBERWOLFACH

Tagungsbericht 12 / 1973

Arbeitstagung über Modulfunktionen

2.4. bis 7.4.1973

Die Frühjahrstagung stand unter der Leitung von H. Helling, Bielefeld. In 17 Vorträgen wurden zum großen Teil klassische Resultate über Modulfunktionen erarbeitet und dargestellt. Das Schwergewicht lag auf der sogenannten Heckeschen Theorie der Modulfunktionen, die einen durch Hecke begründeten Zusammenhang zwischen Modulformen und Dirichletreihen beschreibt. Daneben wurde über Eichlersche Arbeiten (Darstellung von Hecke - Ringen und deren Spur sowie Prinzipien zur Herstellung von Modulformen durch Thetareihen) berichtet. Im einzelnen wurde das folgende Programm abgewickelt:

1. Vortrag, H. Schröter, Bielefeld:
Einführender Vortrag über Begriffe im Zusammenhang mit automorphen Formen zu Fuchsschen Gruppen erster Art mit Spitzen, insbesondere Definition des Begriffes " Divisor einer automorphen Form".

2. Vortrag, T. tom Dieck, Saarbrücken:
Übersetzung bekannter Dimensionsformeln auf kompakten Riemannschen Flächen, die aus dem Satz von Riemann-Roch fließen, in die Sprache der automorphen Formen zu Fuchsschen Gruppen erster Art mit Spitzen. Insbesondere wurden solche Formeln über Räume von ganzen automorphen Formen und von Spitzenformen zu Kongruenzgruppen in der Modulgruppe bereitgestellt.

3. Vortrag, J. Hurrelbrink, Bielefeld:
Darstellung klassischer Eigenschaften klassischer Modulformen; insbesondere wurde über $\eta(z)$, $\Delta(z)$, $j(z)$ referiert: Produktentwicklung von η, Δ, Fourierentwicklung von η, Δ, j, arithmetische Feststellungen (Ganzzahligkeitsaussagen über Fourierkoeffinzienten), Transformationsverhalten der drei Funktionen gegenüber Modulsubstitutionen, insbesondere das Multiplikatorsystem von η, schließlich Eisensteinreihen zur vollen Modulgruppe und die besondere Bedeutung der sogenannten Formen g_2 und g_3.

Gefördert durch DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

4. Vortrag, M. Kneser, Göttingen :
Modulformen zu Kongruenzgruppen der Modulgruppe, insbesondere zu $\Gamma_0(N)$, erhält man in der Gestalt sogenannter Thetareihen zu ganzzahligen definiten quadratischen Formen. Gerade und ungerade Variablenzahl sind dabei unterschiedlich zu behandeln, da die halbe Variablenzahl das Gewicht der konstruierten Modulform wird.

5. Vortrag, F. Lorenz, Münster :
Es wurden Eisensteinreihen studiert, und zwar sofort solche zu Kongruenzgruppen in der Modulgruppe. Die Fourierentwicklungen in den Spitzen solcher Gruppen wurden hergeleitet und insbesondere der Wert in Spitzen berechnet. Im Anschluß daran ergibt sich, daß alle ganzen Formen sich als Summen von Spitzenformen und Eisensteinreihen schreiben lassen.

6. Vortrag, K. Legrady, Hamburg :
Der für jedes Gruppenpaar $G < H$ definierbare Hecke - Ring wurde für die spezielle Situation $G = SL_2(\mathbb{Z})$, $H = GL_2(\mathbb{R})^0$ eingeführt und die Interpretierbarkeit im Rahmen des Ringes der (Isomorphicklassen von) endlichen abelschen Gruppen gegeben. Im weiteren wurde die multiplikative Struktur dieses Ringes näher untersucht.

7. Vortrag, S. Suckow, Mainz :
Die Kenntnis des Hecke - Ringes für $SL_2(\mathbb{Z})$ ermöglicht es, sich eine Kenntnis des Hecke - Ringes für Kongruenzgruppen, insbesondere für Hauptkongruenzgruppen, zu verschaffen. Der Hecke - Ring ist hier, wie auch schon im vorhergehendem Fall, ein Polynomring in abzählbar vielen (algebraisch unabhängigen) Unbestimmten.

8. Vortrag, H. Kraft, Bonn :
Der Hecke - Ring einer Kongruenzgruppe in $SL_2(\mathbb{Z})$ operiert auf den Räumen der Modulformen festen Gewichts, insbesondere auf den Räumen der ganzen und der Spitzenformen, zu dieser Gruppe. Diese Räume lassen in einem genau beschriebenen Sinne eine Zerlegung in invariante Unterräume zu, die durch die Teiler der Stufe der Gruppe und die Charaktere mit dieser Stufe als Erklärungsmodul beschrieben werden.

9. Vortrag, W.-D. Geyer, Erlangen:

Die Darstellungen des Hecke-Ringes auf Räumen von Modulformen legen deren Spurbestimmung nahe. Dazu wird auf dem Raum der automorphen Formen festen Gewichts (zu einer beliebigen Fuchsschen Gruppe) ohne Residuen eine symplektische Geometrie erklärt, deren Radikal von den Ableitungen anderer Formen ausgemacht wird. Im Quotientenraum erzeugen dann die Spitzenformen einen maximalen total isotropen Teil.

10. Vortrag, H.Joris, Göttingen:

Durch Zuhilfenahme einer Basis eines zum Raum der Spitzenformen bezüglich der symplektischen Form komplementären Raumes läßt sich die Eichler-Selbergsche Spurformel durch Auswertung eines Integrales längs des Randes eines Fundamentalbereiches der Gruppe gewinnen. Die Berechnung dieses Integrales bedeutet die Bestimmung der Fixpunkte des als Korrespondenz interpretierten Hecke-Operators und die Berechnung gewisser Residuen dort.

11. Vortrag, F. Schwarz, Saarbrücken:

Dieser Vortrag galt als Vorbereitung für den folgenden. Es wurde über die Zahlentheorie rationaler Quaternionenalgebren referiert, wie sie in einer Arbeit von Eichler dargestellt ist.

12. Vortrag, K. Kiyek, Saarbrücken:

Für gewisse Kongruenzgruppen in der Modulgruppe werden alle Modulformen durch Thetareihen erzeugt. Dieser Satz von Eichler resultiert aus der Gleichheit der Spuren der Darstellung des Hecke-Ringes auf Räumen von Modulformen einerseits und solchen von Thetareihen andererseits.

13. Vortrag, R. Berndt, Hamburg:

Modulformen, insbesondere Eisensteinreihen und Spitzenformen, werden Dirichlet-Reihen zugeordnet, die in näher angebbaren Halbebenen konvergieren.

14. Vortrag, H. Abels, Bielefeld:

In Räumen von Spitzenformen, hier speziell zu Kongruenzgruppen, läßt sich eine Hilbert-Raum-Struktur erklären (Petersonsches Skalarprodukt)

15. Vortrag, G. Köhler, Freiburg:

Die Eigenschaft, Eigenfunktion unter allen Hecke-Operatoren zu sein, bedeutet für die einer Spitzenform zugeordnete Dirichlet-Reihe die Entwickelbarkeit in ein Eulerprodukt mit (linearen oder) quadratischen Faktoren.

16. Vortrag, R.-D. Kulle, Göttingen:

Dieser und der folgende Vortrag waren dem Satz von Weil gewidmet, der den klassischen Satz von Hecke über die Funktionalgleichung von Modulformen (zur Stufe 1) zugeordneten Dirichletreihen auf beliebige Stufe überträgt: Ist f Modulform zur Stufe N und zeigt f ein gewisses Transformationsverhalten gegenüber einer gewissen nicht in der Modulgruppe gelegenen Substitution, so besitzt die zugeordnete Dirichletreihe eine Funktionalgleichung des erwarteten Typs.

17. Vortrag, H. Lange, Göttingen:

Die Umkehrung des im 16. Vortrag beschriebenen Sachverhaltes ist richtig, falls eine Funktionalgleichung (und Regularitätsbedingungen) für hinreichend viele Dirichletreihen vorausgesetzt werden, die aus der Modulform, von der man ausgegangen ist, durch Anfügen von Charakterwerten an die Fourierkoeffizienten entstehen.

H. Helling (Bielefeld)

Teilnehmer

H. Abels, Bielefeld
A.G. van Asch, Utrecht
H. Bauermeister, Freiburg
H. Behr, Bielefeld
R. Berndt, Hamburg
F. van der Blij, Utrecht
Th. Bröcker, Regensburg
Frl. R. Carlsson, Hamburg
T. tom Dieck, Saarbrücken
E.J. Ditters, Nijmegen
H. Eckert, Bonn
W.-D. Geyer, Erlangen
E. Gottschling, Mainz
H. Helling, Bielefeld
G.-J. Hoevers, Utrecht
J. Hurrelbrink, Bielefeld
H. Joris, Göttingen
K. Kiyek, Saarbrücken
G. Köhler, Freiburg
J. Köhn, Erlangen
K. Königsberger, Würzburg
M. Kneser, Göttingen
H. Kraft, Bonn
R.-D. Kulle, Göttingen
H. Lange, Göttingen
K. Legrady, Hamburg
M. Lindner, Saarbrücken
F. Lorenz, Münster
J. Mennicke, Bielefeld
H. Neunhöfer, Heidelberg
H. Pfeuffer, Mainz
D. Poguntke, Bielefeld
A. Prestel, Bonn
K.G. Recke, Göttingen
U. Rehmann, Bielefeld
H. Reiter, Mainz
H. Schröter, Bielefeld
F. Schwarz, Saarbrücken
S. Suckow, Mainz