MATHEMATISCHES FORSCHUNGSINSTITUT OBERWOLFACH

T a g u n g s b e r i c h t 1/1974

Arbeitstagung Professor Baer

1. 1. bis 5. 1. 1974

In der ersten Januarwoche 1974 kamen auf Einladung von H. Salzmann zahlreiche Angehörige der Schule R. Baers in Oberwolfach zusammen. Die Tagung hat sich bewährt als Mittel zur Pflege des Kontaktes und zur Überwindung räumlicher und fachlicher Distanz. Wie stets wurden auch diesmal die gebotenen Möglichkeiten durch eine reiche Folge von Vorträgen mit angeschlossenen regen Diskussionen sowie durch intensive Gespräche in kleinerem Kreis in vollem Umfang genutzt. Die Spannweite des Programms umfaßte die Themen endliche Gruppen, lokalkompakte Gruppen, Transformationsgruppen, endliche und topologische Geometrien, Verbandstheorie, Logik, angeordnete Körper, Kombinatorik und Schaltalgebra.

Teilnemer

M.Aigner, Berlin
R.Baer, Zürich
B.Baumann, Bielefeld
Th.Bedürftig, Paderborn
D.Betten, Tübingen
A.Beutelspacher, Mainz
Th.Buchanan, Tübingen
J.Cofman, Mainz
J.Dugundji, Tübingen
K.Faltings, Kaiserslautern
U.Felgner, Heidelberg
B.Fischer, Bielefeld
R.Göbel, Würzburg
H.Hähl, Tübingen
H.R.Halder, München
H.Heineken, Würzburg
G.Hölz, Tübingen
H.-J.Hüper, München
O.H.Kegel, London
H.Kurzweil, Erlangen

Gefördert durch
DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

H.Lenz, Berlin
R.Löwen, Tübingen
H.Lüneburg, Kaiserslautern
H.Mäurer, Darmstadt
H.-M.Meyer, Innsbruck
O.Mutzbauer, Erlangen
P.Plaumann, Kaiserslautern
S.Prieß, München
O.Prohaska, Kaiserslautern
K.Roggenkamp, Bielefeld
H.Salzmann, Tübingen
P.Schmid, Tübingen
R.Schmidt, Kiel
U.Schoenwaelder, Aachen
R.-H.Schulz, Tübingen
M.Stadelmann, Würzburg
B.Stellmacher, Bielefeld
K.Strambach, Erlangen
F.Timmesfeld, Bielefeld
R.Wille, Darmstadt
J.S.Wilson, Cambridge

Vortragsauszüge

M.AIGNER: Ein Satz von Sperner

Sei L endliche Ordnung mit Rangfunktion r, $r(L) = n$, W_k die k-te Niveauzahl. Es bedeuten:
(S): $s = \max \{ |A| \; ; A \text{ Antikette} \} = \max_k W_k$
(U): $\{ W_k \}$ ist unimodal
(K): zwischen zwei benachbarten Niveaus existieren volle Korrespondenzen
(SZ): es existiert symmetrische Kettenzerlegung.
Es gilt: (SZ) $\Rightarrow$ (U) $\wedge$ (K) $\Rightarrow$ (S).
((S) für die Boolesche Algebra ist Sperners Satz.)
Es wird über einige Resultate über diese Eigenschaften referiert.

B.BAUMANN: Endliche nichtauflösbare Gruppen mit einer nilpotenten maximalen Untergruppe

Eine bekannte Vermutung besagt, daß eine nilpotente maximale Untergruppe einer endlichen einfachen Gruppe eine Diedergruppe von Zweierpotenzordnung ist. Diese Vermutung folgt aus dem folgenden Satz.

Satz. Sei G eine endliche nichtauflösbare Gruppe mit einer nilpotenten maximalen Untergruppe. Dann ist $O^2(G/F(G))$ ein direktes Produkt von einfachen Gruppen, deren 2-Sylowgruppen Diedergruppen sind.

Hierbei bezeichnet $O^2(X)$ den kleinsten Normalteiler, dessen Faktorgruppe eine 2-Gruppe ist, und $F(X)$ den größten nilpotenten Normalteiler einer Gruppe X.

Ein Überblick über den Beweis dieses Satzes wurde gegeben.

D.BETTEN: Die komplex-hyperbolische Ebene

Sei $(P,\underline{L})$ eine 4-dimensionale projektive Ebene und Γ ihre Kollineationsgruppe, dann ist bekannt, daß für $\dim \Gamma \geq 9$ die Ebene desarguessch ist. Im Fall $\dim \Gamma = 8$ kennt man alle nicht desarguesschen Translationsebenen, und zwar gibt es genau eine einparametrige Schar und zwei Einzelebenen mit dieser Eigenschaft. Nach Salzmann, Math.Z. 130, 235-247 (1973), ist jede 4-dimensionale projektive Ebene mit 8-dimensionaler Kollineationsgruppe entweder isomorph oder dual zu einer Translationsebene, oder die Ebene besitzt die nicht kompakte unitäre Gruppe $G = PSU(2,1)$ als Kollineationsgruppe.

Es wurde bewiesen, daß jede 4-dimensionale projektive Ebene, welche die Gruppe G als Kollineationsgruppe zuläßt, desarguessch ist, und daß ferner die Wirkung von G auf dem Punktraum isomorph zur Standardwirkung ist. (Math.Z. 132, 249-259 (1973)).

J.COFMAN: Über einen Satz von Prohaska

Sei Π eine ableitbare projektive Ebene und sei Π_o eine, zu einer Ableitungsmenge von Π gehörige Baer-Unterebene von Π. Nach einem Satz von Prohaska ist Π_o desarguessch, wenn Π endlich ist. - Es wird gezeigt, daß Π_o als Hyperebene in einen 3-dimensionalen affinen Raum $\mathfrak{A}$ einbettbar ist. Daraus folgt, daß die Behauptung des Satzes von Prohaska auch für Ebenen unendlicher Ordnung richtig ist. Außerdem ist die Gruppe Γ sämtlicher Baer Kollineationen von Π, die Π_o punktweise festlassen, eine Untergruppe der Gruppe Σ_{1,Π_o} der Perspektivitäten von $\mathfrak{A}$ mit Achse Π_o und Zentren auf einer uneigentlichen Geraden l von $\mathfrak{A}$, wobei $l \notin \Pi_o$.

U.FELGNER: Abzählbarkeit und Wohlordenbarkeit

Wir betrachten die folgenden beiden Axiome der Mengenlehre:

(UA): Die Union einer abzählbaren Menge von abzählbaren Mengen ist abzählbar.

(UW): Die Union einer wohlgeordneten Menge wohlordenbarer Mengen ist wohlordenbar.

Beide Axiome sind unmittelbare Konsequenzen des Auswahlaxiomes AC. Sei ZF die Zermelo-Fraenkelsche Mengenlehre ohne AC.
Es gilt: ZF + $\aleph_1$ ist regulär $\vdash$ UW $\Rightarrow$ UA. Wir beweisen den folgenden Satz: In ZF allein ist die Implikation UW $\Rightarrow$ UA nicht beweisbar.

B.FISCHER: Bemerkungen über einige sporadische Gruppen

Es gibt möglicherweise einfache Gruppen folgender Ordnungen

$G_1 : 2^{41}\, 3^{13}\, 5^6\, 7^2\, 11\cdot 13\cdot 17\cdot 19\cdot 23\cdot 31\cdot 47$

$G_2 : 2^{15}\, 3^{10}\, 5^3\, 7^2\, 13\cdot 19\cdot 31$

$G_3 : 2^{14}\, 3^6\, 5^6\, 7\cdot 11\cdot 19$

$G_4 : 2^{46}\, 3^{20}\, 5^9\, 7^6\, 11\cdot 13^3\, 17\cdot 19\cdot 23\cdot 29\cdot 31\cdot 41\cdot 47\cdot 59\cdot 71$

Die Gruppen G_2, G_3 wären in G_1 enthalten, G_4 enthielte eine Involution d mit $\mathfrak{C}_{G_4}(d)/\langle d\rangle \simeq G_1$. Die Ordnung von Produkten von Elementen aus d^{G_4} ist höchstens 6. Die Ordnungen von G_2, G_3, G_4 wurden von Conway, Harada und Thompson bestimmt.

R.GÖBEL: Schlanke und vollschlanke Gruppen

Eine Gruppe G heiße vollschlank, wenn sie der folgenden Bedingung genügt: Ist $\mathfrak{M}$ eine abzählbare Menge von Gruppen mit $\mathrm{Hom}(X,G) = 0$ für alle $X \in \mathfrak{M}$, so gilt auch für das cartesische Produkt $\mathfrak{C}(\mathfrak{M})$, daß $\mathrm{Hom}(\mathfrak{C}(\mathfrak{M}),G) = 0$. Vollschlanke Gruppen können auf folgende Weise charakterisiert werden:

SATZ: Eine Gruppe G ist genau dann vollschlank, wenn ihre abelschen Untergruppen torsionsfrei, reduziert und nicht zu den Gruppen p-adischer Zahlen isomorph sind.

Aus dem Satz folgt, daß eine abelsche Gruppe genau dann (im Loś-schen Sinne; s. L.Fuchs "Abelian Groups" II) schlank ist, wenn sie vollschlank ist und keine zum cartesischen Produkt von abzählbar unendlich vielen unendlich zyklischen Gruppen isomorphe Untergruppe enthält.

Vollschlanke Gruppen werden benötigt, um diejenigen Gruppenklassen $\mathfrak{n}$ zu charakterisieren, deren zugehörige Klasse $\mathfrak{n}$-perfekter Gruppen (= alle Gruppen G ohne von 1 verschiedene epimorphe Bilder in $\mathfrak{n}$) unter der Bildung cartesischer Produkte abgeschlossen ist: Für eine untergruppenabgeschlossene Klasse $\mathfrak{n}$ von Gruppen sind äquivalent:

(1) Cartesische Produkte $\mathfrak{n}$-perfekter Gruppen sind $\mathfrak{n}$-perfekt.

(2) $\mathfrak{n}$ ist die Klasse aller Gruppen oder $\mathfrak{n}$-Gruppen sind vollschlank.

H.HÄHL: Projektive Ebenen mit großer Kollineationsgruppe über reellen vierdimensionalen Divisionsalgebren

Der Beweis des folgenden Satzes und einiger Varianten wurde in Spezialfällen diskutiert:

Satz. Sei Σ eine zusammenhängende abgeschlossene Untergruppe der Kollineationsgruppe einer nicht desarguesschen topologischen Translationsebene positiver Dimension; Σ halte ferner zwei Geraden durch den eigentlichen Punkt O fest und enthalte sämtliche affine Streckungen mit positivem reellem Faktor bezüglich O als Zentrum.

Dann besitzt Σ eine größte kompakte Untergruppe; und diese erzeugt zusammen mit den genannten Streckungen und eventuell einer weiteren Einparameteruntergruppe ganz Σ .

Als Anwendung wurde angedeutet, wie sich mit diesem Satz als zentralem Hilfsmittel bis auf Isotopie alle vier-dimensionalen reellen (nicht notwendig assoziativen) Divisionsalgebren angeben lassen, die eine projektive Ebene mit einer Kollineationsgruppe der Dimension oberhalb 17 koordinatisieren. Außer der Ebene über den Quaternionen gibt es drei einparametrige Scharen solcher Ebenen mit 18-dimensionaler Kollineationsgruppe sowie fünf Familien mit 17-dimensionaler Kollineationsgruppe; zu letzteren gehören die Ebenen über der einparametrigen Schar von Divisionsalgebren mit größtmöglicher (dreidimensionaler) Automorphismengruppe sowie die Ebenen über den Divisionsalgebren von REES (Proc. Cambridge Philos. Soc. 46, 1-18).

H.-R.HALDER: Zum SEGRE'schen Problem $I_{r,q}$

Eine k-elementige Teilmenge K des r-dimensionalen projektiven Raumes $S_{r,q}$ heißt k-Kurve, wenn alle Teilmengen L von K mit der Mächtigkeit $|L| \leq r + 1$ linear unabhängig sind.

SEGRE'sches Problem $I_{r,q}$: Man bestimme

$$m_{r,q} = \max \{k \mid \exists \text{ k-Kurve in } S_{r,q}\}$$

Satz: Für q ungerade, $q \geq 5$ und
$r = 1,2,3,4,\ q-4,\ q-3,\ q-2$ gilt:

$$m_{r,q} = q + 1$$

Für beliebiges q und $r = q + v - 1$ mit $v \geq 0$ gilt:

$$m_{r,q} = q + v + 1$$

Für die Dimensionen 1,2,3,4 stehen diese Ergebnisse bei QUIST und SEGRE.

Die Behauptung folgt mit den folgenden Lemmata.

Lemma 1: $m_{r,q} \leq m_{r-1,q} + 1$

Lemma 2: In $S_{r-1,q}$ existiert genau dann eine (r+s)-Kurve, wenn in $S_{s-1,q}$ eine (r+s)-Kurve existiert.

H.HEINEKEN: Automorphismengruppen nilpotenter Gruppen der Klasse zwei

Sei Aut G die Automorphismengruppe der Gruppe G und $\mathrm{Aut}_c G$ die Gruppe der zentralen Automorphismen. Der Vortrag behandelte folgenden Satz: Zu jeder endlichen Gruppe K und jeder ungeraden Primzahl p gibt es eine p-Gruppe G der Klasse 2 mit $\mathrm{Aut}\, G/\mathrm{Aut}_c G \simeq K$, ebenso gibt es eine torsionsfreie Gruppe G dieser Art. Als Hilfsmittel dient ein Graph, der K als Automorphismengruppe besitzt und der übersetzt wird zu Gruppenrelationen. Bei torsionsfreien Gruppen G sind auch unendliche Gruppen K erreichbarer Mächtigkeit möglich.

G.HÖLZ: Einbettung einer Möbiusebene gerader Ordnung in einen dreidimensionalen projektiven Raum gleicher Ordnung.

Es wurde die Einbettung einer Möbiusebene $\mathbb{M}$ gerader Ordnung q mit desarguesschen Ableitungsebenen (Resultat von DEMBOWSKI 1964) in einen 3-dim. projektiven Raum mittels folgender Inzidenzstruktur $\mathbb{P}$ konstruiert. Punkte von $\mathbb{P}$ sind die Berührbüschel (P,k) von $\mathbb{M}$, Blöcke sind ebenfalls diese Berührbüschel, Bez. $[Q,1]$. $(P,k)\ I\ [Q,1]$ genau dann, wenn $P = Q$ oder $(P,k) \cap (Q,1) = \emptyset$. Bei der Konstruktion werden die Punkte von $\mathbb{M}$ den Geraden einer Kongruenz in $\mathbb{P}$ zugeordnet. Man erhält so auf kombinatorische Weise das Resultat von DEMBOWSKI - THAS, daß jeder Möbiusebene gerader Ordnung eine Translationsebene zugeordnet ist.

H.-J.HÜPER: Über die Vervollständigung angeordneter Körper

Sei K ein reell-abgeschlossener Körper und T die Gruppe seiner archimedischen Klassen. Es wird ein eigentlicher B-Schnitt definiert, der eine Verallgemeinerung eines eigentlichen dedekindschen Schnittes (Baer: Math.Ann. 188 (1970)) ist. Durch "Vervollständigung" dieser B-Schnitte wird ein reell-abgeschlossener, die Ordnung von K fortsetzender Erweiterungskörper E von K konstruiert, für den gilt: E hat ebenfalls T als Wertegruppe und enthält zu jeder pseudokonvergenten Folge in K (bzgl. der natürlichen Bewertung) einen Pseudolimes. Mit Hilfe dieser Art von Erweiterung kann man schließlich einen die Ordnung von K fortsetzenden Erweiterungskörper F von K erhalten, der zum Körper der formalen Potenzreihen $H(\mathbb{R},T)$ O-isomorph ist.

O.H.KEGEL: Lokal endliche Gruppen mit Min-2

Die Gruppe G erfüllt die Minimalbedingung für 2-Untergruppen (Min-2), falls jede absteigende Kette von 2-Untergruppen stationär wird.

Die folgenden zwei Sätze, die zum Teil von A.O.ASAR stammen, wurden mit Beweis diskutiert.

SATZ 1: Sei G eine lokal endliche Gruppe mit Min-2 und V eine maximal radizible 2-Untergruppe von G mit $N = \underline{N}_G V$. Ist $N \neq G$ und gilt $\underline{C}_G v \subseteq N$ für jede Involution $v \in V$, dann ist V lokal zyklisch.

SATZ 2: Sei G eine lokal endliche Gruppe mit Min-2 und V eine maximal radizible 2-Untergruppe von G mit $N = \underline{N}_G V$. Ist $N \neq G$ und gilt $\underline{C}_G i \subseteq N$ für jede Involution i von G mit unendlichem Zentralisator $\underline{C}_V i$, so gilt eine der beiden Aussagen:

A : $G/\underline{Q}G$ ist eine unendliche lokal zyklische, lokal dihedrale, oder lokal quaternionale 2-Gruppe.

B : $G/\underline{Q}G$ hat einen einzigen minimalen Normalteiler $M/\underline{Q}G$, G/M ist eine lokal zyklische 2'-Gruppe, und $M/\underline{Q}G \cong PSL(2,K)$ für einen quadratisch abgeschlossenen, lokal endlichen Körper K ungerader Charakteristik.

R.LÖWEN: Liegruppencharakter von Kollineationsgruppen vierdimensionaler Salzmann-Ebenen

Die Gruppe aller stetigen Kollineationen einer vierdimensionalen Salzmann-Ebene ist lokalkompakt und endlichdimensional. Es wird bewiesen, daß ihre Zusammenhangskomponente eine Liegruppe ist:

Die Standgruppen sind Liegruppen, denn sie entstehen durch Erweiterung aus Gruppen, die effektiv auf Flächen wirken. Der Versuch, den Satz auf diese Information zurückzuführen, führt auf die Frage, ob jede Wirkung des torsionsfreien Solenoids $\mathbb{Q}^*$ auf $\mathbb{R}^4$ einen Fixpunkt habe. Die Antwort ist positiv; ein Beweis wird völlig analog dem Beweis für das p-adische Solenoid (Bredon, Raymond und Williams 1961) geführt.

H.LÜNEBURG: Kobinatorische Interpretation der Zahlen $\prod_{i=1}^{n-1}(2i-1)$

Es sei M eine n-Menge und $P(M)$ ihre Potenzmenge. Ist b_n die Anzahl der $K \subseteq P(M)$ mit den Eigenschaften (0) $\emptyset \notin K$. (1) $M \in K$. (2) Sind $X,Y \in K$ und ist $X \cap Y \neq \emptyset$, so ist $X \subseteq Y$ oder $Y \subseteq X$. (3) Sind $X,Y \in K$, ist $X \subseteq Y$ und ist $a \in Y \setminus X$, so gibt es ein $Z \in K$ mit $a \in Z \subseteq Y$ und $X \cap Z = \emptyset$. (4) Sind $X_1,X_2,X_3,Y \in K$, sind die X_i paarweise disjunkt und gilt $X_i \subseteq Y$, so gibt es ein $Z \in K$ und eine Permutation $s \in S_3$ mit $X_{1s} \cup X_{2s} \subseteq Z \subseteq Y$ und $X_{3s} \cap Z = \emptyset$. (5) Ist $X \in K$ und ist $|X| \geqslant 2$, so gibt es ein $Y \in K$ mit $Y \subset X$.

So ist $b_n = \prod_{i=1}^{n-1}(2i-1)$.

H.MÄURER: Zwei charakteristische Eigenschaften hermitescher Quadriken

Es wurde über ein gemeinsam mit K.J.Dienst bewiesenes Resultat berichtet: Ist H eine Punktmenge in einem projektiven Raum von Char $\neq 2$ und ist jeder aus wenigstens 2 Punkten bestehende ebene Schnitt das Nullstellengebilde einer hermiteschen Form, so ist H selbst Nullstellengebilde einer hermiteschen Form oder aber ein Unterraum.

O.MUTZBAUER: Torsionsfreie abelsche Gruppen des Ranges 2

Torsionsfreie abelsche Gruppen des Ranges 2 sind Erweiterung einer freiabelschen Gruppe gleichen Ranges mit einer Torsionsgruppe F :

$$0 \to Z \oplus Z \to G \to F \to 0 \quad \text{(exakt)} .$$

Für ein Paar unabhängiger Elemente u,v von G führt eine Strukturbetrachtung des Faktors $G/\langle u,v\rangle \cong F$ auf neue Invarianten dieser Gruppen. Diese Invarianten gestatten eine relativ mühelose Klassifizierung bzgl. Isomorphie. Als Anwendung werden die Invarianten vollständig zerlegbarer Gruppen bestimmt.

O.PROHASKA: Über einen Satz von Foulser

In seiner Arbeit "Subplanes of partial spreads in translation planes", Bull.Lond.Math.Soc. 4 (1972) beweist D.Foulser einen Satz, der sich wie folgt umformulieren läßt:

Satz (Foulser): Sei $\mathcal{S}$ partial spread eines endlichen projektiven Raumes $\mathcal{P}$ und $\mathcal{T}$ die Menge der Transversalen von $\mathcal{S}$.

Ist $|\mathcal{T}| \geq 3$, so liegen $\mathcal{S}$ und $\mathcal{T}$ in einem Unterraum (im Sinne von Unterverband) von $\mathcal{P}$, in dem $\mathcal{T}$ Regelschar ist.

Dabei heißt ein Element T von $\mathcal{P}$ Transversale von $\mathcal{S}$, falls jeder Punkt von T auf einem Unterraum $S \in \mathcal{S}$ mit $2 \cdot \operatorname{Rang}(S \cap T) = \operatorname{Rang} S$ liegt und jedes Element von $\mathcal{S}$ mit T einen Punkt gemeinsam hat.

In dieser Formulierung läßt sich die Kollineationsgruppe von $\mathcal{P}$, die $\mathcal{S}$ auf sich abbildet, einfach bestimmen.

K.W.ROGGENKAMP: Einige Bemerkungen zum Isomorphieproblem bei endlichen Gruppen

Eine endliche Gruppe $\bar{G}$ heißt $\mathcal{X}$-Gruppe, falls für jeden Automorphismus φ von $\mathbb{Z}\bar{G}$ gilt $\bar{g}\varphi = a\bar{g}^{\rho}a^{-1}$ für eine Einheit a von $\mathbb{Q}\bar{G}$ und einen Isomorphismus ρ von $\bar{G}$. Beispiele von $\mathcal{X}$-Gruppen sind abelsche Gruppen, nilpotente Gruppen der Klasse 2 und Frobeniusgruppen mit abelschem Kern und $\mathcal{X}$-Komplement.
Satz: Sei G eine endliche Gruppe mit abelschem Normalteiler N und G/N eine $\mathcal{X}$-Gruppe. Falls $\mathbb{Z}G \simeq \mathbb{Z}H$ so ist $G \simeq H$.

H.SALZMANN: Homogene lokal kompakte Ebenen

Ist Δ eine geradentransitive Automorphismengruppe einer lokal kompakten, zusammenhängenden topologischen projektiven oder affinen Ebene $\mathbb{E}$ endlicher Dimension, so ist Δ fahnentransitiv, und $\mathbb{E}$ ist eine desarguessche Ebene über einem der 3 klassischen Körper einer eine Moufang-Ebene über den Oktaven.

R.SCHMIDT: Endliche Gruppen mit mudolarem Untergruppenverband

Es wurde eine Verschärfung des Iwasawaschen Satzes über endliche p-Gruppen mit modularem Untergruppenverband behandelt.

U.SCHOENWAELDER: Ein Fusionsproblem

Es sei T eine Sylow-2-Untergruppe der einfachen Gruppe M_{24} und G eine endliche Gruppe mit einer zu $T/Z(T)$ isomorphen Sylow-2-Untergruppe S. Dann ist S bekanntlich ein semidirektes Produkt eines elementarabelschen Normalteilers E der Ordnung 2^6 mit einer Diedergruppe der Ordnung 2^3 ; $S'' = 1$. Es wird gezeigt, daß Elemente von S genau dann in G konjugiert sind, wenn sie in $\langle N_G(E), C_G(Z(S))\rangle$ konjugiert sind.

Der Beweis benutzt eine von R.Solomon [J. Alg. 24 (1973)] angegebene Konjugationsfamilie, welche sich bei alleiniger Kenntnis der Sylow-2-Untergruppe gut nach oben abschätzen läßt.

M.STADELMANN: Gruppen mit vielen Subnormalteilern vom Defekt 2

Es werden u.a. p-Gruppen $(p > 3)$ mit der Eigenschaft S_2^z, daß jede zyklische Untergruppe subnormal vom Defekt 2 ist, untersucht. Sind solche Gruppen durch 2 Elemente erzeugbar, so gilt für sie die von HOBBY (Canad.J.Math. 20 (1968)) unter der Voraussetzung, daß alle Normalisatoren von Untergruppen Normalteiler sind, bewiesene Strukturaussage.

Satz: Sei $p > 3$. Eine durch 3 Elemente erzeugbare p-Gruppe G hat die Eigenschaft S_2^z genau dann, wenn gilt:

Es existieren x,y,z aus einer Eindeutigkeitsbasis von G und $s,t,r \in \mathbb{N}$, $k,l,m \in \mathbb{Z}$ mit $(k,p) = (l,p) = (m,p) = 1$ derart, daß

$$\begin{aligned}
&G = \langle x,y,z \rangle ; \quad G_4 = 1 ; \\
&x^{(2)} \circ y = x^{kp^s} , \quad y^{(2)} \circ x = y^{-kp^s} ; \\
&x^{(2)} \circ z = x^{lp^t} , \quad z^{(2)} \circ x = z^{-lp^t} ; \\
&y^{(2)} \circ z = y^{mp^r} , \quad z^{(2)} \circ y = z^{-mp^r} \\
&(xyz)^{(2)} \circ x = (xyz)^{-kp^s - lp^t} ; \\
&(xyz)^{(2)} \circ y = (xyz)^{kp^s - mp^r} ; \\
&(xyz)^{(2)} \circ z = (xyz)^{lp^t + mp^r} .
\end{aligned}$$

B.STELLMACHER: Einige Zentralisatorprobleme

Der Beweis des folgenden Satzes wurde angedeutet:

Sei G eine endliche Gruppe, t eine Involution aus G und $t \in C_t \trianglelefteq C_G(t)$ mit

(a) $C_t/Z(C_t) \cong A_n$, $n \geq 4$, $U(4,2)$, $Sp(6,2)$, $O^+(8,2)$, HJ, $G_2(4)$, Sz oder Co_1,

(b) $C_G(C_t) = Z(C_t) \leq C_t'$.

Dann gilt einer der folgenden Fälle:

(1) t fusioniert zu keiner Involution aus $C_G(+) \setminus Z(C_t)$,

(2) $C_G(+) \cap O^2(G) \cong A_8$ oder A_{11},

(3) $C_G(+)/\langle t\rangle \cong \Sigma_4$, Σ_5 oder $PGL(2,9)$,

(4) $C_G(+)/\langle t\rangle \cong Sp(6,2)$.

K.STRAMBACH: Eine Bemerkung zur Nilpotenz lokalkompakter Gruppen

Sei G eine lokalkompakte Gruppe, deren Faktorgruppe nach der Zusammenhangskomponente kompakt ist. Ist G endlichdimensional und jede echte (abgeschlossene) Untergruppe von G nilpotent, so ist G nilpotent.

F.TIMMESFELD: Schwach abgeschlossene elementare abelsche 2-Gruppen

Der Beweis des folgenden Satzes wurde diskutiert:

Sei T eine elementar abelsche 2-Gruppe, die schwach abgeschlossen ist im Zentralisator einer jeden ihrer Involutionen bezüglich G.

Sei $\bar{G} = \langle T^G \rangle$. Dann ist

(a) $\bar{G} = O_{2,2',2}(\bar{G})$ oder

(b) $\bar{G}/O_2(\bar{G})$ ist isomorph zu einer der folgenden Gruppen $L_n(q)$, $Sz(q)$, $U_3(q)$, $q = 2^m$, A_6, A_7, A_8, A_9, M_{22}, M_{23}, M_{24} oder He.

R.WILLE: Zur Synthese mehrpoliger Netzwerke

Es wird eine Algebraisierung von Schaltnetzwerken angegeben mit dem Ziel, jedes Schaltbild als algebraischer Term darstellen zu können. Anhand eines Beispiels werden im Rahmen der Algebraisierung Syntheseprobleme diskutiert.

J.S.WILSON: On simple locally finite groups

Some results were described concerning simple locally finite groups whose p-subgroups, for some prime p, are known to satisfy some special condition. In particular, the following were mentioned:

Theorem 1 (Variation on a theme of G.Higman) If G is a simple locally finite group with at least two conjugacy classes of elements of order 3, and if $C_G(x)$ is finite for each x of order 3, then G is finite.

Theorem 2 If G is a simple locally finite group having p-elements whose p-subgroups are all soluble or are all of finite exponent, for some prime p, then G is absolutely simple.

Theorem 3 If G is as in Theorem 2 and if G involves only finitely many (isomorphism classes of) counterexamples to Schreier's conjecture for finite simple groups, then Aut G/Inn G has all of its finite subgroups p-soluble.

An indication was given of some applications of Theorems 2 and 3 for the study of arbitrary (not necessarily simple) locally finite groups whose p-subgroups are all soluble or all of finite exponent.

Rainer Löwen (Tübingen)