MATHEMATISCHES FORSCHUNGSINSTITUT OBERWOLFACH

Tagungsbericht 11/1974

Mathematische Stochastik

10.3. bis 16.3.1974

Die Tagung stand unter der Leitung von Prof. Dr.V.Baumann (Hohenheim) und Prof. Dr.W.Bühler (Mainz). Die insgesamt 34 Vorträge aus den verschiedenen Teilgebieten der Wahrscheinlichkeitstheorie und Mathematischen Statistik führten zu einem regen Gedankenaustausch zwischen den 51 anwesenden Teilnehmern. Die überwiegende Zahl der Teilnehmer hat es begrüßt, daß die Wahrscheinlichkeitstheorie mit der Mathematischen Statistik in dieser Tagung über Mathematische Stochastik zusammengefaßt wurde.

Teilnehmer

R.Bartoszynski, Warschau
V.Baumann, Hohenheim
D.Bierlein, Regensburg
R.Borges, Gießen
K.Bosch, Braunschweig
W.Bühler, Mainz
H.Daniels, Birmingham
H.Dinges, Frankfurt
H.Drygas, Bonn
A.Dubey, Zürich
D.Dugué, Paris
L.Edler, Mainz
F.Eicker, Dortmund
W.Fieger, Karlsruhe
P.Gänßler, Bochum
D.Gilat, Tel-Aviv
B.Harris, München
W.Hazod, Tübingen
H.Heyer, Tübingen
A.Irle, Münster
G.Kersting, Göttingen
O.Krafft, Hamburg
V.Kurotschka, Göttingen
R.Loynes, Sheffield
H.Luschgy, Münster
V.Mammitzsch, Marburg
D.Müller, Heidelberg
G.Neuhaus, Freiburg
U.Oppel, München
P.Puri, Lafayette
R.Reiß, Köln
P.Révész, Budapest
H.Richter, München
H.Rost, Heidelberg
Y.Rozanow, Laxenburg
M.Rubinovitch, Haifa
K.Schürger, Heidelberg
E.Schumacher, Hohenheim
H.Strasser, Wien
J.Steinebach, Düsseldorf
F.Streit, Bern
W.Thießen, Graz
D.Truax, Amsterdam
W.Urfer, Hohenheim
H.Väliaho, Bonn
R.Vogel, Karlsruhe
W.Vogel, Bonn
J.Wahrendorf, Zürich
H.Walk, Stuttgart
H.Witting, Freiburg
W.van Zwet, Leiden

Vortragsauszüge

R.BARTOSZYNSKI: Mathematical model of rabies.

The model is aimed at describing the development of rabies within an organism. The basic construction is that of the underlying stochastic process $X(t)$ (the size of the virus population at the moment t). The model accounts for certain empirical findings which distinguish rabies from other viral diseases.

D.BIERLEIN: ε-Sattelpunkte und ε-Fixpunkte.

Ausgehend von einem verallgemeinerten Sattelpunktkriterium, wonach ein Spiel (U,V,a) genau dann definit ist, wenn zu jedem $\varepsilon>0$ ein ε-Sattelpunkt (ε-SP) existiert, werden die Bedingungen untersucht, unter denen sich Aussagen in folgenden Richtungen übersetzen lassen:

(1) ε-MM-Strategien $\rightleftarrows$ ε-SP-Komponenten
(2) ε-SP von (U,V,a) $\rightleftarrows$ ε-Fixpunkt von $f: U\times V \to U\times V$

(3) " $\longleftrightarrow$ Fixpunkt von $F(u,v) = U^{\varepsilon}|v \times V^{\varepsilon}|u$
(4) " $\longleftarrow$ ε-Fixpunkt von $F(u,v) = U|v \times V|u$.

Eine Anwendung liefert einen direkten Beweis einer Verallgemeinerung des Satzes von Bohnenblust, Karlin und Shapley (W.Rupp 72). In der umgekehrten Richtung lassen sich durch eine an den Voraussetzungen von Definitheitskriterien orientierten Abschwächung der Voraussetzungen von Fixpunkt-Sätzen leistungsstarke Sätze über die Existenz von ε-Fixpunkten gewinnen, z.B. ε-Fixpunkt-Varianten der Sätze von Schauder (W.Rupp 72) und Kakutani (W.Rupp 74). Die Zusammenhänge (2) und (4) bieten einen Weg, zur numerischen Lösung bestimmter Spiele computergerechte Iterationsverfahren heranzuziehen.

K.BOSCH: Funktionen homogener bzw. inhomogener Markoffscher Ketten.

Der Zustandsraum I einer homogenen endlichen Markoffschen Kette $\{X_n\}$ werde auf eine Menge J abgebildet. Bedingt durch diese Abbildung werden Vektoren eingeführt, deren Skalarprodukte die Pfadwahrscheinlichkeiten der Bildkette $\{Y_n = f(X_n)\}$ ergeben. Damit werden notwendige und hinreichende Bedingungen dafür abgeleitet, daß die Bildkette bei einer fest vorgegebenen Startverteilung der Urbildkette wieder Markoffsch ist. In einem Beispiel wird gezeigt, daß von Burke und Rosenblatt angegebene Bedingungen falsch sind. Ferner wird eine notwendige und hinreichende Bedingung dafür angegeben, daß eine beliebige stochastische Kette Funktion einer endlichen homogenen Markoffschen Kette ist. Schließlich werden diese Bedingungen auf inhomogene Markoffsche Ketten und deren Funktionen übertragen, wobei man die entsprechenden Parameter bei homogenen Ketten durch abzählbar viele ersetzen muß.

H.E.DANIELS: Permutation Expansions.

A permutation expansion is a representation of a set of numbers, which may be a sample of observations, as a series of permutations the leading term of which is the rank order of the numbers themselves. The basic reference is the author's paper "Processes generating permutation expansions", Biometrika 1962, 49, p.139. It is intended to discuss more recent developments and possible applications in statistics.

H.DRYGAS: Konsistenz der Kleinste Quadrate-Schätzungen.

Sei $x_i, i=1,2,\ldots$ eine Folge von reellen 1×k Vektoren und $\varepsilon_1,\varepsilon_2,\ldots$ eine Folge von zufälligen Variablen. Sei $\eta_i = x_i\theta + \varepsilon_i$, $i=1,2,\ldots$ mit $\theta \in R^k$ und $X_n = (x_1', x_2', \ldots, x_n')'$. Es soll untersucht werden, wann die Kleinste Quadrate-Schätzungen $\hat{\theta}_n = X_n^+ Y_n$, $Y_n = (\eta_1, \ldots, \eta_n)'$ eine konsistente Schätzfolge von θ bilden. Es zeigt sich, daß $\lambda_{min}(X_n'X_n) \to \infty$ (wobei $\lambda_{min}(X_n'X_n)$ den kleinsten positiven Eigenwert von $X_n'X_n$ bedeutet) notwendig und hinreichend dafür ist, daß

$p \lim_{n\to\infty} \hat{\theta}_n' l = \theta' l$ für alle schätzbaren Linearfunktionen $\theta' l$. Die benötigten Annahmen sind ziemlich schwach, insbesondere braucht keine Normalität der ε_i angenommen werden. Wenn die ε_i unabhängig sind, so zeigt sich, daß $\frac{1}{n} X_n' X_n \to \Sigma$, wobei Σ positiv-definit hinreichend dafür ist, daß $\hat{\theta}_n \to \theta$ fast sicher gilt.

D.DUGUE: <u>Analyse de variance pour processus stochastiques</u>.

Nous montrérons que les méthodes de Behrens-Fisher peuvent s'appliquer aux processus gaussiens l'on considère certaines variables aléatoires se substituant au χ^2.
Ces variables conduisent à des formes quadratiques indépendantes et leur quotients pour certaines classes de processus est "law-free" comme le Z de Fisher.

P.GÄNSSLER: <u>On Glivenko-Cantelli-Type Theorems</u>.

A survey is given of some known results on Glivenko-Cantelli-type theorems together with an announcement of recent results obtained by W.Stute (Bochum). One of them is the following theorem on the speed of Mean Glivenko-Cantelli convergence:

<u>Theorem.</u> Let $\{f_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ be a sequence of i.i.d. $\mathbb{R}^k$-valued random variables on some p-space $(\Omega, F, \mathbb{P})$ with distribution μ fulfilling the following condition:

$\mu \ll \mu_1 \otimes \mu_2 \otimes \ldots \otimes \mu_k =: \mu'$, with μ_i, $i=1,\ldots,k$, being finite nonatomic measures on $\mathbb{R}$, and $\left\| \frac{d\mu}{d\mu'} \right\|_{\infty;\mu'} =: R < \infty$.

$$\text{Then } \mathbb{E}_{\mathbb{P}}\left(\sup_{C\in\mathfrak{C}_k} |\mu_n^\omega(C) - \mu(C)|\right) \leq M \cdot n^{-\frac{1}{k+2}}$$

$$\text{with } M := 3 + \left[\{2R(1+k\cdot 2^k + k\cdot 2^{2k-1})\}^k + 1\right]^{1/2},$$

where $\mathfrak{C}_k$ denotes the class of all measurable convex subsets of $\mathbb{R}^k$ and where μ_n^ω is the empirical p-measure pertaining to $f_1(\omega), \ldots, f_n(\omega)$.

B.HARRIS: Vertrauensintervalle und Testverfahren für Produkte von Poissonschen Parametern mit Anwendungen in der Zuverlässigkeitstheorie und der Biometrie.

Gegeben seien $X_1,X_2,\ldots,X_k$, unabhängig Poissonsche Zufallsveränderliche mit den Erwartungswerten $\lambda_1,\lambda_2,\ldots,\lambda_k$.
Wir erhalten Vertrauensintervalle und Hypothesentests für $\sigma=\prod_{i=1}^{k}\lambda_i$.
Unter bestimmter Voraussetzung hat man auch approximative Verfahren für statistische Probleme über die Zuverlässigkeit von Systemen mit parallelen Komponenten.
Die betreffenden Verteilungsfunktionen werden verallgemeinerte unvollständige modifizierte Bessel-Verteilungen genannt.
Eigenschaften dieser Verteilungsfunktionen und Verallgemeinerungen des Grundproblems werden auch betrachtet.

W.HAZOD: Über die Stetigkeit symmetrischer Gaußverteilungen.

Der Vortrag behandelt das Problem der Gaußverteilungen auf lokalkompakten Gruppen. Dabei wird folgende, von E.Siebert eingeführte Definition zugrunde gelegt: Ein W-Maß $\mu\in M^1(G)$ heißt Gauß-Maß genau dann, wenn es eine stetige Faltungshalbgruppe $(\mu_t,t\geq 0,\mu_o=\delta_e)$ in $M^1(G)$ gibt, so daß (i) $\mu=\mu_1$, (ii) $\frac{1}{t}(\mu_t(f)-\delta_e(f)) \underset{t\downarrow o}{\rightarrow} 0$ für alle $f\in C_c^+$, die in einer Umgebung von e verschwinden und (iii) wenn μ nicht entartet ist.
Es wird nun die naheliegende Frage behandelt, ob solche Maße stets diffus (stetig) sind. Es zeigt sich, daß diese Frage mit dem gleichen Aufwand in einem allgemeineren Rahmen behandelt werden kann, man erhält nämlich den Satz:

Sei $(\mu_t,t\geq 0,\mu_o=\delta_e)$ eine stetige Halbgruppe von W-Maßen, so daß $\mu_t * \tilde{\mu}_t = \tilde{\mu}_t * \mu_t$ für alle $t>0$. Dann gilt: μ_1 ist genau dann stetig, wenn die Normen der Maße $\{\frac{1}{2t}(\mu_t+\tilde{\mu}_t-2\delta_e)\}$ unbeschränkt sind. Daraus erhält man als Korollar: Symmetrische Gaußmaße sind stetig.

A.IRLE: Kompaktheit von Markovkernen mit Anwendung auf die Existenz von Bayes'schen Entscheidungsverfahren.

Auf dem Raum der Markovkerne mit Werten in den Wahrscheinlichkeitsmaßen auf einem polnischen Raum wird eine schwache Topologie eingeführt, für die unter Benutzung eines Darstellungssatzes eine notwendige und hinreichende Bedingung für Relativkompaktheit angegeben wird; es wird ferner die Äquivalenz von Relativkompaktheit und Folgenkompaktheit gezeigt und es werden spezielle kompakte Mengen angegeben.

Als Anwendung wird in einem allgemeinen sequentiellen Entscheidungsmodell eine Existenzaussage über Bayesverfahren gegeben.

G.KERSTING: Strong Ratio Limit Property und R-Rekurrenz reversibler Markoff Ketten.

Sei $(P_{ik})_{i,k\in E}$ die Übergangsmatrix einer aperiodischen irreduziblen Markoff Kette, $P_{ik}^{(n)}$ die n-fachen Übergangswahrscheinlichkeiten. Man sagt, die MK besitzt die "Strong Ratio Limit Property" (SRLP), falls positive Zahlen π_i, τ_i, γ existieren, so daß gilt

$$\lim_{n} P_{ik}^{(n+m)} \; / \; P_{jl}^{(n)} = \gamma^m (\pi_i \tau_k)/(\pi_j \tau_l).$$

Es ist bekannt (Orey), daß rekurrente, reversible MK die SRLP erfüllen. In dem Vortrag sollen einige Ergebnisse mitgeteilt werden, mit denen es gelingt, transiente, reversible MK zu konstruieren, die die SRLP haben. Die benutzten Methoden sind in der Hauptsache spektral-theoretischer Natur.

V.KUROTSCHKA: Neuere Ergebnisse in der optimalen Versuchsplanung.

Für komplexe Experimente mit K Einflußfaktoren mit je endlich vielen Wirkungsstufen ist das Problem der optimalen Versuchsplanung unter der Annahme von homogener Kovarianz- und homogener Kostenstruktur weitgehend gelöst worden. Insbesondere nimmt der "Satz über vollständige Klassen von Versuchsplänen" eine Schlüsselstellung zur Lösung spezieller Planungsprobleme ein (vgl. Habil.-Schrift 1972). Für gewisse inhomogene Kovarianzstrukturen lassen sich Analoge zu diesem Satz herleiten und Aussagen über optimale Versuchspläne auch unter Einbeziehung verschiedener Kostenstrukturen entwickeln. Einige explizite Ergebnisse über optimale Versuchspläne für einige sowohl vom praktischen Standpunkt interessante als auch für das Verständnis der Probleme aufschlußreiche Beispielsklassen wurden von F.Köster in seiner Diplomarbeit angegeben.

R.M.LOYNES: Some Aspects of Goodness of Fit.

From various points of view one arrives at the need to consider the quantities $F(y_i,\underline{\hat{\theta}})=e_i$ or more generally $F(y_i,\underline{\tilde{\theta}})=S_i$, where y_i are independent and identically distributed with d.f. $F(x,\underline{\theta})$. ($\underline{\theta}_o$ unknown), $\underline{\tilde{\theta}}$ being any estimator of $\underline{\theta}_o$ and $\underline{\hat{\theta}}$ the Maximum Likelihood Estimator. Various authors, most recently Durbin (Ann.Stat.1973), have shown that in general the empirical process based on S_i, and in particular that based on e_i, has a different limit to that in the known $\underline{\theta}$ case; thus tests of Kolmogorov-Smirnov type are no longer non-parametric. Under the same conditions as Durbin, however, if one chooses $\underline{\tilde{\theta}}=\underline{\hat{\theta}} + n^{-\frac{1}{2}} H\underline{Z}$, where H is square with $HH' = \theta^{-1}(\underline{\theta}_o)$ with $\theta(\underline{\theta}_o)$ the information matrix, and $\underline{Z}$ is a vector of independent N(O,1) variables, then the empirical process of S_i converges (under θ_o, the NH) to tied-down Wiener-process in distribution. Thus, at the cost of introducing a random vector $\underline{Z}$, one can again find asymptotically distribution free tests.

H.LUSCHGY: Anmerkung zu einem Konvergenzsatz für bedingte Erwartungswerte.

G.A.Hunt und S.D.Chatterjl geben den folgenden Konvergenzsatz an: Sei $(X,\mathfrak{F},P)$ ein Wahrscheinlichkeitsraum, T eine geordnete nach links filtrierende Menge, $(\mathfrak{F}_t)_T$ eine absteigende Familie von Unter-σ-Algebren von $\mathfrak{F}$ und $f\in L_1(P)$. Dann gilt

$$E(f\,|\,\mathfrak{F}_t) \underset{L_1(P)}{\rightarrow} E(f\,|\bigcap_T \mathfrak{F}_t).$$

Es wird gezeigt, daß diese Aussage nicht gilt, wenn die σ-Algebren $\mathfrak{F}_t$ nicht die meßbaren P-Nullmengen enthalten und im Zusammenhang damit, daß der Durchschnitt einer absteigenden filtrierenden Familie paarweise suffiziente σ-Algebren i.A. nicht paarweise suffizient ist. Dies widerlegt ein entsprechendes Resultat von J.L.Petit und Mitautoren.

V.MAMMITZSCH: <u>Sequenztests bei kontinuierlicher Zeit</u>.

Vorgelegt seien die W.-Maße $P_1,\dots,P_n$ auf $\mathcal{F}$, die aufsteigende Folge von σ-Körpern $\mathcal{F}_t \subset \mathcal{F}$ und die Schadensbereiche $S(\omega,t)$ ($t\in[0,\infty]$). Dann besteht ein Sequenztest (T,s) aus einer Stopzeit T der Familie $(\mathcal{F}_t)$ und einer Schadensfunktion s, d.h. einer $\mathcal{F}_T$-meßbaren Abb.$s:\Omega\to \overline{\mathbb{R}}^n$ mit $s(\omega)\in S(\omega,T(\omega))$ für alle $\omega\in\Omega$. $(\mathcal{F}_t)$ genüge den in der Martingaltheorie üblichen Rechtsstetigkeits- und Vollständigkeitsbedingungen. $S(\omega,t)$ sei vorn abgeschlossen und wachse in geeigneter Weise mit t gegen Unendlich; die zugehörige Stützfunktion sei progressiv meßbar. Zuerst wird die Schadensfunktion eines Bayes-Tests bestimmt. Unter einer zusätzlichen Stetigkeitsvoraussetzung findet man die entsprechenden Stopzeiten zunächst für die bei k abgebrochenen Tests und daraus durch den Übergang $k\to\infty$ auch für den allgemeinen Fall.

G.NEUHAUS: <u>Asymptotische Schärfeeigenschaften des Cramér-von Mises-Anpassungstests unter benachbarten Alternativen</u>.

Es seien $U_1^n,\dots,U_n^n$ k-dimens., identisch verteilte Zufallsvektoren mit der Verteilung $L(U_j^n) = P_n$. Um auf der Basis der beobachteten Werte zu entscheiden, ob P_n zu einer vorgegebenen Klasse $\mathcal{P}=\{P_\theta,\theta\in\Theta\}$ von W-Maßen auf $\mathbb{R}_k$ gehört (die Nullhypothese H_o) oder nicht (die Alternative K), läßt sich die Cramér-von Mises-Statistik $C_n = \int[\sqrt{n}(F_n^e-F(\cdot,\hat{\theta}_n))]^2\, d\,P_{\theta_n}$ verwenden. Dabei ist F_n^e die empirische VF von $U_1^n,\dots,U_n^n$, $F(\cdot,\theta)$ die VF von P_θ und $\hat{\theta}_n = \hat{\theta}_n(U_1^n,\dots,U_n^n)$ eine Schätzfunktion für den unter H_o vorliegenden Parameter θ.

Unter geeigneten Regularitätsvoraussetzungen an $\mathcal{P}$ und $\hat{\theta}_n$ läßt sich das Limesverhalten der Verteilung von C_n sowohl unter H_o als auch unter zu H_o benachbarten Alternativen beschreiben. Dabei wird $Z_n = \sqrt{n}(F_n^e - F(\cdot,\hat{\theta}_n))$ als Zufallsvariable mit Werten im Hilbertraum $L_2 = L_2(\mathbb{R}_k, P_\theta)$ aufgefaßt. Die Folge $Z_n, n\geq 1$, konvergiert in L_2 schwach und zwar unter H_o gegen einen Gauß'schen Prozeß X und unter benachbarten Alternativen gegen $X+y$ mit $y\in L_2$. Damit stellt sich die Limesschärfe des zugehörigen CvM-Tests in der Form $Pr(\{||X+y||^2 \geq c(\alpha)\}) = \beta(y)$ dar, wobei $|| \; ||$ die Norm in L_2 und $c(\alpha)$ das α-Fraktil der Verteilung von $||X||^2$ ist, $o<\alpha<1$. Die Limesschärfe $\beta(y)$ läßt sich in Abhängigkeit von der Translation y untersuchen. Die Ergebnisse werden verwendet, um den Begriff der "asymptotischen lokalen Effizienz" des CvM-Tests einzuführen und zu diskutieren.

U.OPPEL: <u>Bemerkungen zum Satz von iterierten Logarithmus für empirische Verteilungsfunktionen</u>.

The following theorem on the convergence of empirical distribution functions was proposed by V.Strasser, proved by H.Finkelstein (AMS 1971) and generalized by H.Richter (manus.math.1973 u.1974) and M.Wichura (Ann.Prob. 1973).

Let (a_n) be a sequence of k-dimensional random variables on $(\Omega,\mathfrak{A},p)$ which are i.i.d. according to the d.f.F. Let be F_n the empirical distribution function of $(a_1,\dots,a_n)$ and

$G_n := \dfrac{n(F_n - F)}{\sqrt{2n\log\log n}}$. Furthermore let be $E(\mathbb{R}^k)$ the space of bounded and real valued functions on $\mathbb{R}^k$ with the topology of uniform convergence, K_F^* the set of Baire functions on $\mathbb{R}^k$ with $\int_{\mathbb{R}^k} f dF = o$

$\int_{\mathbb{R}^k} f^2 dF \leq 1$ and let be K_F the set of functions $n(x) := \int_{\{y\leq x\}} f(y)dF(y)$ with $f\in K_F^*$. Then we have the <u>Theorem</u> (H.Richter): Let Ω_o be the set of $\omega\in\Omega$ for which the sequence $G(\omega) := (G_n(\omega_j\cdot) : n\geq 3)$ has the following properties:

Gefördert durch DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

i) $G(\omega)$ is conditionally compact in $E(\mathbb{R}^k)$.
ii) K_F is the set of limit points of $G(\omega)$.

$\Longrightarrow \Omega_o \in \mathcal{A}$ and $p(\Omega_o) = 1$.

Corollary: $\phi := \sup_{x \in \mathbb{R}^k} \sqrt{F(x)(1-F(x))}$ and $\Omega_1 := \{\limsup_{n\to\infty} \sup_{x\in\mathbb{R}^n} \frac{n|F_n - F|}{\sqrt{2n\log\log n}} = \phi\}$

$\Longrightarrow p(\Omega_1) = 1$.

($k=1$ and F continuous: Smirnov 1939; Chung 1949; $k \in \mathbb{N}$ and F continuous: Kiefer 1961).

P.S.PURI: A Linear Birth and Death Process under the Influence of another Process.

Let $\{X_1(t), X_2(t), t\geq 0\}$ be a bivariate birth and death (Markov) process taking nonnegative integer values, such that the process $\{X_2(t), t\geq 0\}$ may influence the growth of the process $\{X_1(t), t\geq 0\}$, while the process $X_2(\cdot)$ itself grows without any influence whatsoever of the first process. The process $X_2(\cdot)$ is taken to be a simple linear birth and death process with λ_2 and μ_2 as its birth and death rates respectively. The process $X_1(\cdot)$ is also assumed to be a linear birth and death process but with its birth and death rates depending on $X_2(\cdot)$ in the following manner:
$\lambda(t) = \lambda_1(\theta + X_2(t))$; $\mu(t) = \mu_1(\theta + X_2(t))$. Here λ_i, μ_i and θ are all nonnegative constants. A somewhat more general process was also considered by Becker (1970, J.App.Prob.7, 544-546). His approach, although interesting, did not lead to the joint probability generating function G of $X_1(t)$ and $X_2(t)$ in a closed form. In the present case, by studying the process $X_1(\cdot)$, first conditionally given a realization of the process $\{X_2(t), t\geq 0\}$ and then by unconditioning it later on by taking expectation over the process $\{X_2(t), t\geq 0\}$, we obtain explicit solution for G in closed form. This approach involves the use of some earlier results of the author on integral of birth and death processes. Again, it is shown that a proper limit distribution of $X_1(t)$ always exists as $t\to\infty$, expect only when both $\lambda_1 > \mu_1$ and $\lambda_2 > \mu_2$. Also, certain problems concerning moments of the process, regression of $X_1(t)$ on $X_2(t)$; time to extinction, and the duration of the interaction between the two processes, etc., are studied in some detail.

R.-D.REISS: Asymptotische Entwicklungen für Quantile.

Sei g_n die Lebesgue-Dichte der durch das Produktmaß P^n und das (zentrierte und normierte) Stichproben p-Quantil induzierten Verteilung P_n. Falls die Verteilungsfunktion von P (s+1)-mal in einer Umgebung des p-Quantils von P differenzierbar ist, existieren Polynome $Q_{\alpha_n,i}$, so daß

$$(1)\quad |g_n(x) - \theta(x)(1 + \sum_{i=1}^{s-1} n^{-i/2} Q_{\alpha_n,i}(x))| \leq C_s \exp(-x^2/4)n^{-s/2}$$

für alle $x\epsilon(-t_n,t_n)$ (wobei $t_n = o(n^{1/2})$ ist, und θ ist die Dichte der Standard-Normalverteilung).

Mit Hilfe von (1) werden asymptotische Entwicklungen für (a) die Momente von P_n, (b) P_n, (c) die Verteilungsfunktion von P_n, (d) das $(1-\alpha)$-Quantil von P_n und eine asymptotische Gram-Charlier-Entwicklung für g_n hergeleitet.

P.REVESZ: A new method to prove the invariance principle of Strassen's type.

A quite elementary proof of the strong invariance principle for i.i.d.r.v.'s and for empirical distribution functions (Kiefer's theorem) will be presented, what gives in some cases a better rate of convergence then the known ones.

H.ROST: Construction of different stopping times.

Let P be a Markov kernel on some space E with potential kernel $G = \sum_{n>o} P^n$ and μ,ν measures on E with σ-finite potential $\mu G,\nu G$ such that $\mu G \geq \nu G$ holds. It is well known that there exists a stopping time T to a process defined by P (say (X_n)) such that $\nu = \mu P_T$. Here we give two examples of constructing those times (by defining in a suitable way the measures $\mu_n, \langle\mu_n,f\rangle = E^{\mu}(f\circ X_n;T>n)$). We prove that one stopping time has maximal momenta of order p,p>1, among all times T with $\mu P_T = \nu$, whereas the other has minimal momenta of order p. Connections to results of Rost and Skorokhod are established.

Yu.A.ROZANOV: On Some Problems of Innovation Processes Theory.

In a linear theory of random processes we deal with a family of subspaces H_t (ξ), $t_o \leq t \leq T$, in some Hilbert space H of random variables η, $E|\eta|^2<\infty$, with the inner product $<\eta_1,\eta_2> = E\eta_1\eta_2$ of $\eta_1,\eta_2 \in H$. Usually H_t (ξ) is the closed linear manifold generated by values ξ_j (s); $t_o \leq s \geq t$ $(j=1,\ldots,n)$ of a multivariate process $\xi(s) = \{\xi_j(s)\}_{\overline{j=1,n}}, t_o \leq s \leq T$. The main part of this theory concerns prediction, filtering and trend estimation which are based, in explicit or implicit form, on using an innovation process $X(t) = \{X_k(t)\}_{\overline{k=1,N}}$, a random process with orthogonal increments such that

$$H_t(x) = H_t(\xi) \;;\quad t_o \leq t \leq T.$$

The main problems are on a type of the space-function $H_t(x)$; $t_o \leq t \leq T$.

M.RUBINOVITCH: Some Stochastic Models for Data Storage Problems.

Data multiplexers are components which are widely used in data communication networks. A Multiplexer usually consists of a data storage facility called a buffer, several input lines leading to it and one line leading out. Stochastic models for such multiplexers were discussed by M.Rubinovitch (chapter 13 in Mathematical Programs for Activity Analysis by P.Van Moeseke, N.Holland, 1974, and J. Stochastic Processes Appl. Vol.1, No.4, 1973) and by J.W.Cohen (J. Stochastic Processes Appl., Vol.2, No.1, 1974). In these models, it is assumed that the traffic on an input line is determined by an alternating renewal process $\{X_n,Y_n;n\geq 1\}$, where X_n are lengths of intervals during which the input lines are idle, while Y_n are lengths of intervals during which the line is active and transmits data into the buffer at a constant unit rate. It is assumed that $X_n(n\geq 1)$ follow an exponential distribution while $Y_n(n\geq 1)$ follow an arbitrary distribution. In the papers already cited, results concerning the distribution functions of active periods on the output line, other first passage times, the content of the buffer, the maximum content of the buffer during an active period, and related stochastic processes were derived. These, as well as new results will be presented and some open problems will be discussed.

K.SCHÜRGER: On the Evolution of Random Graphs over Expanding Square Lattices.

Zwei Typen zufälliger Graphen werden definiert; Begriffe der Schwellenfunktion. Existenz von Schwellenfunktionen, sowie einige Grenzwertsätze werden hergeleitet. Methoden sind diejenigen, die von Erdös-Rényi entwickelt wurden ("On the evolution of random graphs").

J.STEINEBACH: Wahrscheinlichkeiten großer Abweichungen bei Zufallsgrößen mit momenterzeugenden Funktionen.

In Verallgemeinerung der Ergebnisse von Sievers (Ann.Math. Stat., 40(1969) und Plachky (Ann.Math.Statist., 42(1971) über Wahrscheinlichkeiten großer Abweichungen bei reellen Zufallsgrößen W_n mit momenterzeugenden Funktionen $m_n(t)$ wird unter abgeschwächten Voraussetzungen die Beziehung

$$\lim_{n\to\infty} [P(W_n>k_n a_n)]^{1/k_n} = \exp[c_o(h) - ha]$$

hergeleitet, wobei $c_o(h) = \lim_{n\to\infty}[\psi_n(h)/k_n]$, $\psi_n(h) = \ln m_n(h)$, $\lim_{n\to\infty} a_n=a=c_o'(h) = \lim_{n\to\infty}[\psi_n'(h)/k_n]$ und $\{k_n\}$ eine Folge positiver reeller Zahlen ist mit $\lim_{n\to\infty} k_n^{-1} = 0$. Es werden Beispiele angegeben und diskutiert.

H.STRASSER: Konvergenzsätze für Prognosen von stochastischen Prozessen.

Es sei $(\Omega,\mathcal{A},P)$ ein W-Raum und T ein separabler, metrischer Raum. Eine $\mathcal{A}$-meßbare Abbildung $Y:\Omega\to T$ soll durch $\mathcal{A}_n$-meßbare Abbildungen $\phi_n:\Omega\to T$ möglichst gut approximiert werden, wobei $\mathcal{A}_n$ Teil-σ-Algebren von $\mathcal{A}$ bezeichnen. Für den Fall $\mathcal{A}_n\uparrow\mathcal{A}_\infty$ wird untersucht, unter welchen Voraussetzungen $\phi_n\to\phi_\infty$ und ähnliche Aussagen richtig sind. Die Resultate lassen sich sowohl auf Prognoseoperatoren von stochastischen Prozessen anwenden als auch auf die Theorie der Konsistenz von Schätzfolgen.

F. STREIT: Statistische Rückschlüsse bei mehrdimensionalen stochastischen Modellen ohne Rangbeschränkungen.

Mehrdimensionale statistische Verfahren werden in der Fachliteratur meist unter der Voraussetzung hergeleitet, daß sämtliche in Betracht gezogenen Verteilungen nicht singulär sind. In diesem Vortrag wird gezeigt, wie man bei Verzicht auf diese Einschränkung statistische Rückschlußverfahren konstruieren kann. Eine Verallgemeinerung der Likelihoodfunktion, die sogenannte ε-Likelihoodfunktion wird eingeführt. Sie bringt die Abhängigkeit der Trägermenge der Verteilung und des der Messung entsprechenden Wertes der Dichtefunktion, welche auf der Trägermenge definiert ist und als existent vorausgesetzt wird, vom Parameter(vektor) zum Ausdruck. Mit Hilfe dieses Konzepts kann beispielsweise die Methode der Likelihood-Quotienten-Tests auf Modelle mit singulären Verteilungen übertragen werden. Dies wird anhand eines speziellen Prüfverfahrens für normalverteilte Grundgesamtheiten illustriert. Bei diesem und analogen Problemen erhält man eine der maßgebenden Testgrößen aus der Prüfgröße im nichtsingulären Fall durch formales Ersetzen einer inversen Matrix durch eine g-inverse Matrix. Diese beiden Statistiken weisen unter den durch die Testverfahren implizierten Randbedingungen Verteilungen vom selben Typus auf. Im Gegensatz dazu führt das Studium der Wahrscheinlichkeitsgesetze dieser Zufallsgrößen bei Verzicht auf die Randbedingungen zu Verteilungen, die sich in der Regel wesentlich voneinander unterscheiden.

W. THIESSEN: Eine Verallgemeinerung des Neyman-Pearson Lemma.

Ein randomisierter Test heißt UMP-Test für das Testen der Hypothese H_1 gegen die Alternative H_2 zum Signifikanzniveau h, wenn er eine Lösung der linearen Optimierungsaufgaben (+)

$$\sup \{ (\int_S \phi dP_2)_{P_2 \in H_2} \mid 0 \leq \phi \leq 1, \ (\int_S \phi dP_1)_{P_1 \in H_1} \leq (h(P))_{P_1 \in H_1} \} \text{ ist.}$$

Aufgabe (+) wird aufgefaßt als ein lineares Programm mit einem Operator als Zielfunktion. Für solche Programme läßt sich unter der Voraussetzung, daß der Kegel Q^* schwach-abgeschlossen ist, ein Sattelpunktsatz beweisen (für Slater-reguläre Aufgaben folgt:

Q^* schwach-abgeschlossen). Mit dem Sattelpunktsatz gelingt eine Verallgemeinerung des Neyman-Pearson Lemma auf unendliche Mengen H_1 und H_2 von σ-additiven, beschränkten oder additiven, beschränkten Mengenfunktionen.

D.R.TRUAX: Large Deviations Theory in Exponential Families.

Consider repeated independent sampling from one member of an exponential family of distributions. The probability that the sample mean of n such observations falls in some set S_n is by definition, a "large deviations", "small deviations", or "medium deviations" problem depending on the location of the set S_n relative to the expectation of the distribution.

We present a theorem which allows the accurate approximation of all such probabilities under a wide variety of circumstances. These approximations are shown to yield simple and numerically accurate expressions for the small sample power functions of hypothesis tests in the exponential family. Various large sample properties of exponential families are given, many of which are seen to be extensions and refinements of familiar large deviation results.

The method is to replace the given exponential family by a suitably modified normal translation family, which is shown to approximate the original family uniformly well over any bounded subset of the parameter space. The simple and tractable nature of the normal translation family then provides the results.

H.VÄLIAHO: Stepwise Regression Analysis.

A stepwise method for computing weighted regression models is proposed. The method is stepwise with respect to both observations and variables: one observation or independent variable at a time can be added to the model or removed from it. These steps can be performed in any order. Restricted regression analysis will also be considered. Exact and approximate linear restrictions between the regression coefficients can be added or removed one at a time. As a rule, the recursion formulae are derived by means of the so-called pivotal operation, which constitutes a corner-stone of the method. A flexible computer program has been coded along the lines indicated above.

J.WAHRENDORF: Zufallsüberdeckungen im $\mathbb{R}^n$.

Es wird eine notwendige und hinreichende Bedingung an die Verteilung der Kantenlängen n-dimensionaler offener achsenparalleler Würfel gegeben, damit abzählbar viele, der Lage nach gleichmäßig verteilte, mit Wahrscheinlichkeit 1 den ganzen $\mathbb{R}^n$ überdecken. (Ebenso für die Verteilung der Radien entsprechender Kugeln). Ferner wird in Abhängigkeit von der Kantenlängenverteilung eine Abschätzung gegeben für die Wahrscheinlichkeit, daß der n-dimensionale Einheitswürfel durch eine endliche Anzahl solcher Würfel mit beschränkter Kantenlänge überdeckt wird.

H.WALK: Ein Invarianzprinzip zum Inspektionsparadoxon.

Es sei (T_k) eine Folge von unabhängigen identisch verteilten nichtnegativen Zufallsvariablen mit einer direkt R-integrierbaren Dichtefunktion und $ET_k<\infty$. Von dem zugehörigen Erneuerungsprozeß (= Teilsummenfolge) werden - mit $n\in\mathbb{N}$ - nur die Erneuerungen registriert, die in die Menge $\bigcup_{j=o}^{\infty} [j,j+\frac{1}{n}]$ fallen (nichtrandomisierte Verdünnung). Man setzt nun die Invervalle $[j,j+\frac{1}{n}]$ ohne Lücke auf $\mathbb{R}_+$ nebeneinander und definiert dann einen zu den registrierten Erneuerungen gehörigen Zählprozeß Z^n mit Indexbereich $\mathbb{R}_+$. Zugrundegelegt wird der mit der J_1-Topologie von Skorokhod-Stone versehene lineare Raum $D[0,\infty)$. Dann konvergiert (Z^n) nach Verteilung gegen den Poisson-Prozeß mit Parameter $\lambda:=\frac{1}{ET_1}$.
Es wird ein das Supremum-Funktional betreffendes Korollar mit Anwendung angegeben.
Nachtrag: Statt der Existenz einer direkt R-interierbaren Dichtefunktion von T_k genügt es vorauszusetzen, daß T_k eine stetige Verteilungsfunktion mit absolut stetiger Komponente besitzt.

H.WITTING: Neuere Ergebnisse aus der Theorie der Rangtests.

Im Anschluß an verschiedene Arbeiten von K.Behnen wird gezeigt, daß die Verwendung nichtparametrischer Alternativen (verallgemeinerter Lehmann-Alternativen) neben der Verwendung der Theorie benachbarter Verteilungen (contiguity) eine einfache asymptotische Behandlung der Theorie der Rangtests gestattet. Dies gilt insbesondere auch für die Behandlung von Bindungen. So läßt sich z.B. die Putter-Bühler-Aussage über die Effizienz des midrank tests im Vergleich zum randomised rank test beim Wilcoxon Test auf allgemeine b-Tests verallgemeinern. Jedoch ist der averaged scores test nicht "gleichmäßig" optimal. Bei der Theorie von K.Behnen wird nur vorausgesetzt, daß die zugrundeliegende Verteilung keine Einpunktverteilung ist.

W.R.VAN ZWET: Linear Combination of Uniform Order Statistics.

For N=1,2,..., let $U_{1:N}<U_{2:N}<\ldots<U_{N:N}$ be order statistics of a sample of size N from a uniform distribution on (0,1) and let $a_{1,N},\ldots,a_{N,N}$ be real numbers. Define $b_{j,N}=\sum_{i=j}^{N} a_{i,N}$, $j=1,2,\ldots,N$ and $b_{N+1,N}=0$. Let ϕ be the characteristic function of $\sum_{j=1}^{N} a_{j,N}U_{j:N}$. It is shown that ϕ has a representation

$$\phi(t) = \frac{N!e^{\lambda}}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\prod_{j=1}^{N+1}\frac{1}{\lambda-i(s+b_j t)}\,ds \quad \text{for every } \lambda>0.$$

From this representation one easily obtains an asymptotic expansion to $O(N^{-1})$ for the distribution function of $\Sigma\, a_{j,N}\, U_{j:N}$ under the sole condition that $N\sum_{1}^{N} b_{jN}^{4} / \{\sum_{1}^{N+1}(b_{jN}-\bar{b}_N)^2\}^2$ is bounded. ($\bar{b}_N = \frac{1}{N+1}\sum_{j=1}^{N+1} b_{j,N}$). Also this representation yields an immediate proof of a result of Hecker that $\Sigma\, a_{j,N}\, U_{j:N}$ is asymptotically normal iff $\max_j |b_{j,N}| / \{\Sigma(b_{jN}-\bar{b}_N)^2\}^{1/2} \to 0$.

W.Urfer (Hohenheim)