

MATHEMATISCHES FORSCHUNGSINSTITUT OBERWOLFACH

Tagungsbericht 13|1974

Regelungstheorie

24. 3. bis 28. 3. 1974

Die diesjährige Tagung über Regelungstheorie stand unter der Leitung von M. Thoma (Hannover). Es nahmen insgesamt 28 Fachleute, vorwiegend Regelungstechniker und Mathematiker, teil, die etwa zu einem Drittel aus dem Ausland kamen. Die im Vergleich zu früheren Tagungen über diesen Themenkreis etwas geringere Teilnehmerzahl ergab sich dadurch, daß leider einige Herren kurzfristig absagen mußten. Dies hatte allerdings keinen nachteiligen Einfluß auf den Ablauf dieser Tagung, sondern wirkte eher im positiven Sinne, da sich im kleinen Kreis eine größere Bereitschaft zu intensiver Diskussion und zu sehr fruchtbaren Fachgesprächen ergab. Persönlich hatte ich dabei den Eindruck, daß sich der Erfolg der bisherigen Tagungen mit gleicher Themenstellung schon dadurch äußerte, daß mittlerweile anfängliche Verständigungsschwierigkeiten zwischen Mathematikern und Ingenieuren weitgehend ausgeräumt sind.

Das Vortragsprogramm enthielt - wieder gut gegeneinander abgewogen - sowohl Beiträge mit rein theoretischem Charakter als auch Beiträge, die stärker anwendungsorientiert ausgerichtet waren. Zwar war der Themenkreis dieser Tagung von vornherein nicht eingeeengt, dennoch kristallisierten sich, wie aus den Kurzfassungen der insgesamt 20 Vorträge zu entnehmen ist, gewisse Schwerpunkte heraus. Auf der Seite der theoretischen Bei-

träge waren dies folgende Themen: stochastische Filtertheorie, stochastische Stabilität, Differentialspiele, optimale Systeme und Systeme mit verteilten Parametern. Die mehr anwendungsorientierten Beiträge befaßten sich in erster Linie mit Entwurfsverfahren für Regelsysteme. Erstmals wurden bei dieser Tagung auch zwei Beiträge über Probleme der Strukturanalyse nichttechnischer Systeme aus dem physiologischen und soziologischen Bereich aufgenommen. Es ist unverkennbar, daß die Behandlung von Problemstellungen dieser Art mit systemtheoretischen Methoden in immer stärkerem Maße in den Vordergrund des wissenschaftlichen Interesses rückt. Deshalb sollte auch die Programmgestaltung zukünftiger Tagungen über Regelungstheorie Problemstellungen dieser Art gegenüber aufgeschlossen sein.

Während in den 50er und 60er Jahren insbesondere in den USA und der UdSSR eine stürmische Entwicklung der Regelungstheorie mit spektakulären Ideen zu verzeichnen war, scheint sich z.Z. auf diesem Gebiet eine gewisse Phase der Konsolidierung und "Kleinarbeit" eingestellt zu haben. Dies geht konform mit einer stärkeren Hinwendung zu mehr anwendungsorientierten Problemstellungen. In Deutschland, wo bisher die Regelungstheorie leider etwas schwach vertreten war, weil sich nur wenige Mathematiker für dieses Gebiet begeistern konnten, sollte man die augenblickliche Situation nutzen, um den noch immer auf diesem Gebiet unverkennbar bestehenden Vorsprung des Auslandes weiter zu verringern. Dazu müßten allerdings die bestehenden Kontakte zwischen Mathematikern und Ingenieuren noch erweitert und intensiviert werden. Gerade in diesem Sinne kommt der Tagung in Oberwolfach eine entscheidende Bedeutung zu. Sie ist wohl die einzige Veranstaltung auf dem Gebiete der Regelungstheorie, die gleichermaßen von Mathematikern und Ingenieuren besucht wird und die somit zwischen beiden Gruppen einen intensiven Gedankenaustausch ermöglicht. Deshalb war man einhellig der Ansicht, daß es auch in Zukunft unbedingt erforderlich ist, diese Tagung über Regelungstheorie zu veranstalten.

Teilnehmer

Arnold, L.	Bremen
Bangen, H.J.	Friedrichshafen
Burkhardt, H.	Karlsruhe
Clauß, U.	Stuttgart
Cremer, M.	München
Csáki, F.	Budapest
Delf, V.	Berlin
Gilles, E.D.	Stuttgart
Grabner, F.	Wien
Kappel, F.	Würzburg
Knobloch, H.W.	Würzburg
Kunze, E.	Karlsruhe
Kwakernaak, H.	Enschede
Lückel, J.	Stuttgart
Lunderstädt, R.	Hamburg
Mesch, F.	Karlsruhe
Müller, P.C.	München
Nixdorff, K.	Hamburg
Ray, W.H.	New York
Roxin, E.	Darmstadt
Sagirow, P.	Stuttgart
Schneider, G.	Graz
Schwarz, H.	Hannover
Somló, J.	Budapest
Thoma, M.	Hannover
Troch, Inge	Wien
Willems, J.L.	Gent

Übersichtsvorträge

E. Roxin: Über Kontrollierbarkeit von Kontrollsystemen und Differentialspielen mit Zeitverzögerung

Betrachtet werden Systeme vom Typ

$$\dot{x}(t) = A_0(t)x(t) + A_1(t)x(t-h) + B(t)u(t), \text{ wo } x \in \mathbb{R}^n \text{ und } u \in \mathbb{R}^m.$$

Als Zustand wird $x_t(\theta) = x(t+\theta)$, $\theta \in [-h, 0]$ gedeutet, und zwar im Sobolev Raum $W = W_2^{(1)}([-h, 0], \mathbb{R}^n)$.

Kontrollierbarkeit wird definiert als die Möglichkeit von jeder Anfangsfunktion $x_{t_0} = \varphi$ in W , jede Endfunktion $x_{t_1} = \xi$ in W zu erreichen. Euklidische Kontrollierbarkeit dagegen bezieht sich auf einen gegebenen Endpunkt $x(t_1) \in \mathbb{R}^n$. Notwendige und hinreichende Bedingungen werden gegeben für Kontrollierbarkeit, euklidische Kontrollierbarkeit und Null-Kontrollierbarkeit. Manche dieser Bedingungen (die auf Banks, Jacobs u.a. zurückgehen) können im Rahmen der Pfaff'schen Systeme gedeutet werden.

Für Differentialspiele muß Kontrollierbarkeit als die Möglichkeit verstanden werden, daß ein Spieler auch gegen den Willen des anderen das Spiel beenden kann. Die diesbezüglichen Bedingungen im Falle der Zeitverzögerung, wo nichtlineare Systeme vorkommen, sind nicht näher bekannt.

F. Kappel: Über den Dimensionsdefekt bei Differenzen-Differentialgleichungen

Im Zusammenhang mit Steuerbarkeitsfragen stellte L. Weiss 1967 die Frage, ob für Systeme des Typs

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bx(t-h)$$

die Lösungen zu jedem Zeitpunkt den gesamten \mathbb{R}^n aufspannen. Diese Frage wurde 1971 von V.M. Popov im negativen Sinn beantwortet. Im Vortrage wurde das Popovsche Beispiel gebracht, über die von Popov angegebenen notwendigen und hinreichenden Bedingungen für das Auftreten eines Dimensionsdefektes referiert und schließlich eine Anwendung dieser Resultate auf ein Problem der Kontrolltheorie besprochen.

U. Clauß: Zur Lösung bilinearer diskreter Differentialspiele

Betrachtet werden bilineare mehrstufige Differentialspiele mit linearen Beschränkungen der Steuerungen und Zielkostenfunktion. Für diese Problemklasse wird ein Lösungsverfahren ("Verfahren der Nominalstrategien") vorgeschlagen, das auf iterativer Anwendung der notwendigen Optimalitätsbedingungen beruht. Man erhält im Divergenzfall mehrere Strategienpaare, die zyklisch durchlaufen werden und alle nicht optimal sind; erfahrungsgemäß liegt dann ein singulärer Sattelpunkt vor, der mit Hilfe der gefundenen Strategien bestimmt werden kann. Im Konvergenzfall liefert das Verfahren ein Strategienpaar, das die notwendigen Optimalitätsbedingungen erfüllt; da es sich aber dabei um nur lokal optimale Strategien handeln kann, variiert man die Nominalstrategien, um alle lokalen Sattelpunkte zu finden, und sucht unter ihnen die Lösung des Differentialspiels. Der erforderliche numerische Aufwand kann durch geeignete Maßnahmen in Grenzen gehalten werden.

G. Vossius: Systemtheoretische Problemfälle der Physiologie

Nachdem sich die systemtheoretische Beschreibungsweise physiologischer Prozesse, in anschaulicher Weise z.B. als Blockschaltbilder, eingeführt hat, stößt die quantitative Analyse und ihre Ausdeutung oft noch auf Schwierigkeiten. Einige prinzipielle Schwierigkeiten, für deren Lösung eine systemtheoretische Methodik wünschenswert wäre, wurden hier besprochen:

Die oft große Variabilität der für einen Prozeß relevanten Rezeptoren in ihrer Wertigkeit,
die Identifikation bzw. quantitative Festlegung des Sollwertes, die aktuelle Erfassung des Funktionszustandes eines Systems (im Verbund mit seinen Verkoppelungen), insbesondere bei den oft vorliegenden Nichtlinearitäten, Hilfe bei der Aufdeckung der Funktionsstruktur, da die Beschreibung des Gesamtübertragungsverhaltens oft nicht ausreichend zum Verständnis der physiologischen Vorgänge ist, Analyse von Systemen mit nichttrivialen Nichtlinearitäten: adaptive, lernende, selbstorganisierende Systeme, insbesondere Analyse der Fähigkeit des ZNS zur Realisierung bestimmter Funk-

tionskonzepte bzw. Regeleigenschaften,
die Wertigkeit höherer Informationsverarbeitung in Rückfüh-
rungen.

Benötigt werden hierfür u.a. besonders eine Entwicklung der Sig-
nal- (meßwert)analyse neben einer Anpassung der Testmethoden an
der Erfordernisse der Physiologie.

E.D. Gilles: Zur Strukturanalyse soziologischer Systeme

Dieser Beitrag behandelte ein soziologisches System, das aus
einer großen Anzahl gleichartiger Individuen besteht, die sich in
einem geometrischen Raum Ω befinden. Jedem Individuum (j) wird
ein Verhaltenszustand $\underline{a}^{(j)}$ zugeordnet, der sich aus einer großen
Anzahl n elementarer zweiwertiger Verhaltensmerkmale $a_1^{(j)}$ zusam-
mensetzt. Neben seinem Verhaltenszustand soll jedes Individuum
auch einen Erfahrungsspeicher besitzen, dessen Inhalt durch einen
weiteren Satz von Zustandsvariablen beschrieben wird.

Durch eine statistische Mittelung über die Komponenten des Ver-
haltenszustands werden zunächst makroskopische individuelle Ver-
haltenskoordinaten eingeführt. Eine weitere Mittelung über die
Gesamtheit aller Individuen liefert Variablen zur Beschreibung
des globalen makroskopischen Verhaltenszustands. Eine sehr wich-
tige Zustandsfunktion des gesamten Systems stellt die Entropie
dar. Sie ist ein Maß für den Ordnungsgrad des soziologischen Sy-
stems.

Auf der Grundlage der statistischen Beschreibung des globalen
Verhaltenszustands werden verschiedene Arten von Strukturierungs-
prozessen soziologischer Systeme diskutiert und mathematisch for-
muliert. Zu diesen Prozessen gehören Anpassungs-, Differenzie-
rungs- und Lernvorgänge.

H. Kwakernaak: Martingale und ihre Anwendung in der stochastischen Regelungs- und Filtertheorie

Martingale und stochastische Integrale sind höchstaktuelle Teil-
subjekte der Theorie stochastischer Prozesse. Sie ermöglichen es,

nichtlineare Probleme, in denen "weißes Rauschen" vorkommt, streng und ohne Risiko von Fehlern zu lösen. Es wird eine vereinfachte Darstellung der hierfür gebrachten Theorie der Martingale gegeben. Die Brauchbarkeit der Theorie wird erläutert durch Anwendung auf ein stochastisches Regelungsproblem und ein stochastisches Filterproblem, beide mit nicht-GAUSSschem weißem Rauschen.

W.H. Ray: Filtering in Systems Governed by Coupled Ordinary and Partial Differential Equations

A nonlinear filter is derived for systems described by coupled ordinary and partial differential equations with both volume and boundary disturbances and measurement errors. Measurements are assumed to be carried out at a discrete number of spatial positions in the distributed portion of the system. The filter is derived for the cases in which the data are available continuously in time and at discrete sampling instants. The formal derivation proceeds by redefinition of the smoothing problem as a deterministic optimal control problem. The discrete-time form of the filter is obtained by a novel approach applicable to any system for which the continuous-time form of the filter is available. Both versions of the filter are applied to an ingot heating problem of some interest in steel-making. The numerical results show that the filter is rapidly convergent and extremely robust, even in the presence of substantial system and measurement errors and with poor initial conditions.

H. Burkhardt: Ein Beitrag zur Lösung optimaler Steuer- und Regelprobleme mit Hilfe der Walshtransformation

Der Beitrag befaßt sich mit der Möglichkeit, optimale Regelungsprobleme mit Hilfe der Walshtransformation zu lösen. Es handelt sich um ein direktes Lösungsverfahren, welches auch als verallgemeinerter Ritz-Ansatz bezeichnet werden kann.

Gelöst wird ein Problem mit allgemeinem zeitvarianten quadratischen Gütekriterium und einem linearen zeitinvarianten Differen-

tialgleichungssystem als Nebenbedingung.

Es wird gezeigt, daß sich bei der Realisierung der hier gefundenen Lösungsalgorithmen auf einem digitalen Prozeßrechner Vorteile gegenüber bisher bekannten Verfahren ergeben. Im Vergleich zur indirekten Lösung über die Matrix-Riccati-Differentialgleichung erhält man ähnlich den diskreten Methoden für eine größere Klasse von Problemen noch sinnvolle Lösungen und besseres numerisches Verhalten. Anhand durchgerechneter Beispiele sollen die Ergebnisse verdeutlicht und insbesondere auf den Unterschied zur direkten diskreten Lösung eingegangen werden.

P.C. Müller und J. Lückel: Entwurf von Regelsystemen gemäß minimalem Störbarkeitsmaß

Zur Beurteilung von linearen zeitinvarianten Regelsystemen wird in Analogie zu Steuer- und Beobachtbarkeitsmaßen ein Störbarkeitsmaß eingeführt, das sich als modaler Amplitudenfrequenzgang interpretieren läßt. Damit läßt sich das Entwurfsproblem auf ein Parameteroptimierungsproblem zurückführen, dessen Aufgabe es ist, den Einfluß der Störungen auf den geschlossenen Regelkreis möglichst klein zu halten. Neben den theoretischen Betrachtungen werden praktische Beispiele aus dem Gebiet der Fahrzeugschwingungen behandelt, welche die Wirksamkeit dieses neuen Entwurfsverfahrens zeigen.

E. Kunze: Die Tragweite der Darstellung im Frequenzbereich beim Entwurf adaptiver Regler

Der Entwurf adaptiver Regelungsverfahren nach deterministischen Gesichtspunkten kann im wesentlichen auf drei Wegen erfolgen: 1. über die direkte Methode von Lyapunov, 2. über die Hyperstabilität von Popov und 3. mit Hilfe eines Gradientenverfahrens. Gefragt sind Entwürfe geringen Aufwandes.

Das dritte Verfahren, dessen Stabilität allerdings nicht a priori gesichert ist, beruht auf der Verwendung von Empfindlichkeitsfunktionen. Bei ihrer Herleitung aus der Differentialgleichung

setzt man voraus, daß die adaptiven Parameter quasizeitinvariant sind. Dehnt man diese Voraussetzung auf die übrigen Systemparameter aus, so läßt sich der Entwurf ganz im Frequenzbereich durchführen. Dadurch lassen sich Realisierungen von geringem Aufwand erzielen. Es wird gezeigt, wie darüber hinausgehende Vereinfachungen sowie der Einfluß von in die Regelstrecke eingreifenden Störsignalen abgeschätzt werden können.

J. Somló: Rechnergestützte Regelungssysteme

/On the Computer Aided Design of Control Systems/

Der Vortrag gibt einen Überblick über rechnergestützte Regelungssysteme. Moderne und klassische Ansichten werden hierbei im Zusammenhang mit linearem Systementwurf miteinander verglichen und ein Überblick wird über das diesbezügliche Anwendungsgebiet geboten.

Auch werden die - im Forschungsinstitut für Rechentechnik und Automatisierung der Ungarischen Akademie der Wissenschaften - entwickelten Rechnerprogramme für lineare und nichtlineare Regelungssysteme erörtert.

J. Willems: Stability of Stochastic Systems with State- and Control-Dependent Noise

It is the purpose of this talk to discuss the development of criteria for feedback stabilizability of stochastic linear systems involving state-dependent and/or control-dependent noise. The system considered is described by the Itô equation

$$(1) \quad dx = (Ax+Bu)dt + \sum_{i=1}^k F_i x \, d\beta_i + \sum_{i=1}^l G_i u \, d\gamma_i$$

where β_i and γ_i are Wiener processes. The problem is to derive criteria which guarantee the existence of a feedback control

$$u = Kx$$

such that the null solution of (1) is stable in the mean square. This also implies that the least squares optimal control problem has a solution.

L. Arnold: Stabilität linearer stochastischer Differentialgleichungen

Es wird eine stochastische Differentialgleichung der Form

$$\dot{x}_t = A(t, \omega) x_t, \quad t \geq 0, \quad x_0 = c, \quad x \in \mathbb{R}^n,$$

betrachtet, und es soll die asymptotische Stabilität mit Wahrscheinlichkeit 1 (d.h. $x_t \rightarrow 0$ m.W. 1, $t \rightarrow \infty$, alle Anfangswerte) der Ruhelage $x_t \equiv 0$ bewiesen werden. Dabei ist $A(t, \omega)$ ein matrixwertiger stochastischer Prozeß, der a) stationär und b) ergodisch ist und c) stetige Realisierungen hat. Setzt man $v(x) = x'Px$, P pos.def., und $V_t = v(x_t)$, so gilt

$$\frac{\dot{V}_t}{V_t} = \frac{x_t'(A(t)'P + PA(t))x_t}{x_t'Px_t} = Q(t).$$

Infante (1967) und Kozin haben aus der Abschätzung

$$R = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T Q(t) dt \leq E \lambda_{\max}(PAP^{-1} + A')$$

durch geschickte Wahl von P hinreichende Kriterien ($E \lambda_{\max} < 0$) für asymptotische Stabilität mit Wahrscheinlichkeit 1 erhalten. Hier wird nun R selbst berechnet, und zwar für $n = 2$, woraus das notwendige und hinreichende Kriterium $R < 0$ (bei $R = 0$ keine Entscheidung) folgt.

V. Rasvan: Frequency domain stability criteria for distributed parameter control systems

The equations of some control systems for hydraulic and steam turbines, containing water or steam pipes, and also the equations of some electrical circuits containing lossless transmission lines, lead to an initial-boundary value problem for hyperbolic partial-differential equations.

To this problem a differential-difference system of neutral type is associated. Using this system existence, uniqueness and stability of the solution for the initial-boundary value problem are studied.

Finally, a frequency domain stability criterion for the absolute stability of this class of distributed parameter control and electrical systems is obtained.

H.W. Knobloch: Das Maximumprinzip für Probleme mit Zustandsbeschränkung

Gegenstand des Vortrages sind Kontrollprobleme, die durch Daten folgender Art charakterisiert sind:

- 1) eine Dgl. $\dot{x} = f(t, x; u)$,
- 2) einen Kontrollbereich U ,
- 3) Anfangs- und Endmannigfaltigkeit M_0, M_1 ,
- 4) eine Einschränkung der Form $\gamma(t, x) \leq 0$ für die Zustandsvariable.

Betrachtet werden nun Lösungen $(u(t), x(t))$, die zwei zusätzlichen Bedingungen genügen, von denen die eine durch die verwendete Methode - Approximation der erreichbaren Menge - bedingt und für die Anwendung einschränkend ist. Auf der anderen Seite führen gerade diese Bedingungen auf eine besonders einfache Form der notwendigen Bedingungen, denen die Lösung $(u(t), x(t))$ zu genügen hat, wenn sie hinsichtlich eines Zielfunktional optimal ist. Zwei einfache Beispiele werden diskutiert.

R. Lunderstädt: Notwendige Optimalitätsbedingungen für Systeme mit veränderlicher Totzeit

Für Systeme mit konstanten Totzeiten sind notwendige Optimalitätsbedingungen sowohl für Systeme mit unbeschränkten (Variationsrechnung) als auch mit beschränkten (Maximumprinzip) Steuerungen bekannt.

Im angekündigten Vortrag werden Systeme mit variablen Totzeiten behandelt. Die Totzeiten können sowohl zeit- als auch zustands- und steuerabhängig sein. Außerdem sind zeitlich konstante Parameter zulässig. Für derartige Systeme werden unter der Voraussetzung unbeschränkter Steuerungen notwendige Optimalitätsbedingungen hergeleitet. Die Herleitung erfolgt mit Hilfe der klassi-

schen Variationsrechnung in der Formulierung nach Hamilton.
Die theoretischen Ergebnisse werden an einem Beispiel erläutert.

V. Delf: Approximation von optimalen Steuerfunktionen unter Nebenbedingungen

Ein lineares zeitinvariantes dynamisches System mit quadratischem Gütekriterium und Beschränkungen in den Steuergrößen und Zustandsgrößen wird nach dem RITZ-Verfahren diskretisiert. Mit Hilfe eines Verfahrens der quadratischen Programmierung läßt sich dann die optimale Steuerfunktion approximieren. Die Konvergenz und die numerische Stabilität der Diskretisierung werden diskutiert und an Hand eines Beispiels erläutert.

P. Csáki: Einige Bemerkungen über modale Transformationen

Transformation von Phasen-variabler Form zur Jordanischen kanonischen Form.

Methoden zu der Inversion von VANDERMONDESCHEN Matrizen, wenn mehrfache Eigenwerte vorhanden sind.

Kritik der einzelnen Methoden.

Die Einheit der verschiedenen Methoden.

Einführung von vertauschbaren Matrizen zur Lösung der Transformationsaufgabe.

Schlußbemerkungen.

M. Cremer: Synthese einer Gesamtübertragungsmatrix durch Rückführung des Streckenausganges

Es wird ein Syntheseverfahren beschrieben, in dem für ein lineares zeitinvariantes Mehrgrößensystem mit gleicher Anzahl von Ausgangs- und Eingangsgrößen ein Regler so bestimmt wird, daß der Gesamtkreis eine vorgegebene Übertragungsmatrix erhält. Hierbei wird angenommen, daß nur der Ausgangsvektor der Regelstrecke gemessen und rückgeführt werden kann.

Der Regler wird in seiner Struktur als ein dynamisches System angesetzt, dessen Zustand nicht unabhängig vom Streckenzustand gesteuert werden kann, und ist hierin einem Beobachter-System ähnlich. Ordnung und Parameter des Reglers werden aber nicht im Hinblick auf die Schätzung nichtmeßbarer Zustandsgrößen bestimmt (dies wäre nur ein Zwischenschritt für die eigentliche Synthese), sondern mit dem direkten Ziel, dem Gesamtkreis das gewünschte Übertragungsverhalten zu geben. Die Ordnung des Reglers ist daher oftmals auch niedriger als die eines Beobachters.

Die Klasse der zulässigen Gesamtübertragungsmatrizen wird spezifiziert. Es wird gezeigt, wie sich im Synthesevorgang Spezifikationen hinsichtlich des Stellgrößenaufwands und hinsichtlich der Empfindlichkeit des Kreises gegen innere und äußere Störungen berücksichtigen lassen.

H. Schwarz: Die Ho-Kalman-Realisierung und ihre praktischen Anwendungsmöglichkeiten

Nach einer knappen Einführung der Systemdarstellung linearer zeitinvarianter kontinuierlicher dynamischer Systeme durch Zustandsmodelle, Gewichtsfunktionen und Übertragungsfunktionen wird auf die Systemdarstellung durch Markov-Parameter eingegangen. Ein damit zusammenhängender Realisierungsalgorithmus von Ho und Kalman wird besprochen.

Die praktischen Anwendungsmöglichkeiten für die Systemidentifikation, insbesondere auch bei adaptiven Regelsystemen wird diskutiert.

E. D. Gilles (Stuttgart)

11

