

Tagungsbericht 2/1975

Math. Forschungsinstitut  
Oberwolfach  
E 20/10430

Kontinuumsmechanik fester Körper  
5.1. bis 11.1.1975

Die Tagung wurde von W. Günther und H. Lippmann (beide Karlsruhe) geleitet. Leider konnten mehrere angemeldete Fachkollegen wegen Erkrankung (P. Germain, J. Hult) nicht teilnehmen oder mußten kurzfristig absagen (H. Leipholz, P.P. Teodorescu).

Durch das Thema "Kontinuumsmechanik fester Körper" wurde ein weiterer Bereich der Mechanik erfaßt. Die Mannigfaltigkeit der vorgetragenen Themen ließ aber erkennen, daß der vorgegebene Rahmen ausgefüllt wurde und alle wichtigen Teilgebiete der Festkörpermechanik zumindest berührt wurden. Die physikalischen Grundlagen wurden erörtert, phänomenologische Theorien klassischer und verallgemeinerter Kontinua kritischen Betrachtungen unterzogen. Berichte über numerische Verfahren und Experimente gestatteten einen Einblick in die Anwendungen in der Technik.

Verschiedene mechanische Stoffeigenschaften, wie elastisches, viskoelastisches, plastisches Verhalten u.s.w., wurden in den theoretischen Überlegungen berücksichtigt, um eine bessere Darstellung tatsächlicher Vorgänge zu erreichen. Wechselwirkungen zwischen Mechanik und Thermodynamik bzw. Elektrodynamik wurden in die Untersuchungen einbezogen.

Die Vielfalt der vorgetragenen Themen sowie die Diskussionen unter den Teilnehmern zeigten, daß in der Kontinuumsmechanik fester Körper die Entwicklung der physikalischen Grundlagen und der phänomenologischen Theorien noch lange nicht abgeschlossen ist. Die Tagung dürfte den Teilnehmern, die sich umfassend über den Stand der Forschung in der Festkörpermechanik informieren konnten, neue Denkansätze vermittelt haben.

Neben dem täglichen Vortragsprogramm und während einer Wanderung nach Sankt Roman wurden die Fachgespräche weitergeführt. Alte Bekanntschaften wurden aufgefrischt und neue angeknüpft.

Alle Teilnehmer stimmten dem Vorschlag zu, sich nach zwei Jahren wieder in Oberwolfach zu treffen und über weitere Entwicklungen in der Kontinuumsmechanik zu berichten.

Teilnehmer

Abblas, J.B., Eindhoven	Koiter, W.T., Delft
Anthony, K.-H., Stuttgart	Kröner, E., Stuttgart
Baumgarte, J., Braunschweig	Kuhn, G., München
Becker, M., Karlsruhe	Langner, R., Karlsruhe
Bednarczyk, H., Stuttgart	Lenz, J., Karlsruhe
Besdo, D., Braunschweig	Lippmann, H., Karlsruhe
Bloch, P., Karlsruhe	Luz, E., Stuttgart
Boehler, J.-P., Grenoble	Mahrenholtz, O., Hannover
de Loer, R., Hannover	Malmberg, Th., Karlsruhe
Brinkmann, G., Stuttgart	Mannl, V., Karlsruhe
Bruhns, O., Bochum	Meixner, J., Aachen
Brunin, O., Stockholm	Mittal, R.K., Bochum
Bürger, W., Darmstadt	Najar, J., Warschau
Bufler, H., Stuttgart	Nowacki, W., Warschau
Dikmen, M., Ankara	Olesiak, Z., Warschau
Eggers, H., Braunschweig	Olszak, W., Udine
Fichera, G., Roma	Panagiotopoulos, P., Aachen
Futterer, A., Karlsruhe	Rieder, G., Aachen
Gamer, U., Wien	Sawczuk, A., Warschau
Ghosh, W., Calcutta	Schroeder, F., Hannover
Günther, W., Karlsruhe	Schwed, H., Karlsruhe
Herrmann, K., Karlsruhe	Thermann, K., Bochum
Hjalmars, S., Stockholm	Wesołowski, Z., Warschau
Hjalmars-Fischer, I., Stockholm	Weinitsche, H.-J., Berlin
Kessel, S., Dortmund	Winzen, W., Karlsruhe
Klie, W., Hannover	Zorski, H., Warschau

Vortragsauszüge

Alblas, J.B.

Relaxation Phenomena in Electro-Magnetic-Elasticity

A short review is given of the balance and constitutive equations in the theory of the interactions of electro-magnetic and elastic fields. Part of the constitutive equations is derived from thermodynamic potentials. In the classical theory these potentials are functions of the instantaneous values of the independent parameters.

The theory is extended to the class of materials for which the thermodynamic potentials are functionals, defined in the domain of the histories of the parameters. This class of materials exhibits relaxation and retardation phenomena. After a general formulation for elastic materials with electro-magnetic relaxation, the theory is confined to linear relaxation, in which the functionals are quadratic. In the last section the special case of piezo-electric retardation is discussed.

Anthony, K.-H.

Feldtheorie physikalischer Linienstrukturen

Für geordnete physikalische Linienstrukturen wurde eine dreidimensionale, nichtlineare, lokale und statische Feldtheorie entwickelt, mit deren Hilfe beliebige Deformationszustände des Systems beschrieben werden können. Die Theorie ist insbesondere dazu geeignet, Eigenspannungszustände des geordneten Linienbündels zu behandeln, die z.B. von den Strukturfehlern "Versetzung" und "Disklination" herrühren.

Im Vortrag kommen folgende Dinge zur Sprache:

1. Grundlegende Ideen der Theorie.
2. Realisation der Theorie im magnetischen Flußliniengitter von Supraleitern.
3. Quantitative Beschreibung der Magnetisierungseigenschaften von Supraleitern mit Hilfe von Eigenspannungszuständen des Systems "Flußlinienbündel im Atomgitter".
4. Realisation der Theorie im Schmelzbündel der Hochpolymere.
5. Deutung von mechanischen Eigenschaften des Schmelzbündels mit Hilfe von Eigenspannungszuständen des Systems.

Bloch, P.

Die Erweiterung des Hamilton-Prinzips auf dissipative Systeme

Die Erweiterung wird am Beispiel Ton diskutiert. Der physikalische Inhalt der Normalitätsbedingung wird untersucht und ein Vorschlag zur allgemeinen Betrachtungsweise elasto-plastischer Systeme wird angedeutet.

Boehler, J.-P.

Déformation plastique des milieux anisotropes

La loi la plus générale reliant des tenseurs symétriques du second ordre est précisée pour un milieu orthotrope de révolution. Partant de la forme linéaire de cette loi, l'hypothèse de l'écoulement plastique est introduite par la condition d'homogénéité de degré zéro par rapport au temps, ce qui permet de préciser la forme du critère d'écoulement.

Un exemple de résolution de problème aux limites est donné.

L'application à l'essai triaxial permet de tracer les courbes de résistance en fonction des coefficients d'anisotropie et de la pression interstitielle.

Cette loi générale prévoit, sous un état de contrainte isotrope, une déformation irréversible à déviateur non nul, résultat confirmé par des expériences sur une roche anisotrope.

de Boer, R.

Über die Existenz der Lösungen von Randwertproblemen in der Viskoplastizitätstheorie

Der Nachweis der Existenz der Lösungen eines Randwertproblems in der Kontinuumsmechanik ist bekanntlich sehr schwierig zu führen. Mathematisch fundierte Beweise gibt es nur in der klassischen linearen Elastizitätstheorie. Eine mehr oder weniger heuristische Beweisführung ist von Koiter für elastisch-plastische Kontinua unter Anwendung des Dirichletschen Prinzips durchgeführt worden. Dieses Prinzip beruht auf der Annahme, daß die Existenz einer unteren Grenze für ein Funktional äquivalent ist der Existenz eines Minimums. Auf der Grundlage dieses Prinzips kann gezeigt werden, daß das Randwertproblem elastisch-plastischer Kontinua eine Lösung besitzt.

Die Überlegungen von Koiter werden auf viskoplastisches Werkstoffverhalten übertragen. Die für viskoplastische Kontinua entwickelten Extremalprinzipie führen zu einer Ungleichung, die als Minimumproblem angesehen wird. Das Minimumproblem läßt sich darstellen als ein Funktional der kinematisch zulässigen Verzerrungsgeschwindigkeit und das statisch zulässigen Spannungsfeldes. Aus dem Minimumproblem läßt sich unter bestimmten Annahmen die Existenz der Lösungen nachweisen.

Brinkmann, G.

Rheologische Stoffgesetze in einheitlicher dreidimensionaler Darstellung

Aus bestehenden mikroskopischen Theorien wird eine makroskopische phänomenologische Hypothese gefolgert, aus der durch Spezialisierungen die bekannten viskoelastischen, viskoplastischen und plastischen Stoffgesetze hergeleitet werden können.

Wird mit Hilfe verallgemeinerter Cayleigh-Hamilton-Gesetze die Hypothese tensoriell nichtlinear formuliert, so erhält man bei den oben erwähnten Spezialisierungen bekannte und neue tensoriell nichtlineare Stoffgesetze. Besonders hingewiesen wird auf die Formulierung des tensoriell nichtlinearen plastischen Stoffgesetzes, sowie die zugehörigen energetischen Überlegungen.

Bruhns, O.

Verzweigungslasten inelastischer Schalen

Ausgehend von einem allgemeinen Variationsprinzip, das sich auf das Problem endlicher Deformationen elastoplastischer Körper anwenden läßt, werden Aussagen über Verzweigungslasten elastoplastischer Schalentragwerke getroffen. Am Beispiel der rotationssymmetrisch belasteten Kreiszyinderschale wird das genannte Verfahren erläutert.

Bruhin, O.

Equivalent Polar Media in Thermomechanics

A review is given of the properties of equivalent polar media, previously introduced by Bruhin and Hjalmar, and defined by the possibility of making simultaneous additions to the stress and couple stress tensors as well as to the power flow density, which additions leaves invariant the field equations for momentum, angular momentum and energy, as well as the entropy inequality, when written in terms of the macro and micro deformation fields. It is now shown that in the thermoelastic case the caloric equations of state, derived from the entropy inequality, for given free energy  $\Psi$  uniquely determine all field equations, which means that  $\Psi$  defines the equivalence class. The remaining constitutive freedom consists in the choice of that part of the couple stress which works with the Cauchy spin. This choice uniquely determines the member of the equivalence class, including the localization of stress, couple stress and power flow.

Dikmen, M.

Einige Bemerkungen über den Begriff "fester Körper" in der Biomechanik

Es werden diejenigen Eigenschaften der biologischen festen Körper mathematisch-mechanisch besprochen, welche den Unterschied mit den sonstigen festen Körpern machen.

Eggers, H.

Formulierung der Stoffgesetze über die Variationsprinzipie für elastisch-plastische Kontinua

Für den elastischen Körper lautet das Funktional von Reissner, formuliert für die Inkremente ( $\hat{\cdot}$ )

$$\dot{J}_R = \int_V [\hat{\epsilon}^{ij} \epsilon_{ij} - \frac{1}{2} E_{ijkl} \hat{\epsilon}^{ij} \hat{\epsilon}^{kl} - \hat{f}^i \cdot \hat{v}_i] dV - \int_{F_G} \hat{p}^i \cdot \hat{v}_i dF = \text{stat.} \quad (1)$$

Es wird im plastischen Bereich um das totale Differential ( $\hat{\cdot}$ ) der homogenen Fließbedingung

$$F = (J_{ijkl} \cdot \hat{\epsilon}^{ij} \cdot \hat{\epsilon}^{kl} / \hat{\epsilon}^2)^m - 1 = 0 \quad (2)$$

nach der Methode von Lagrange eingeschränkt. Ersetzt man den Lagrange-Faktor über die Gleichheit der Dissipationsarbeit durch die Inkremente der einachsigen Vergleichsspannung  $\hat{\epsilon}$ , entsteht

$$\dot{J}_m = \dot{J}_R - \int_{VP} \frac{1}{m \cdot A \cdot \hat{\epsilon}^{m-2}} [(J_{ijkl} \cdot \hat{\epsilon}^{ij} \cdot \hat{\epsilon}^{kl} / \hat{\epsilon}^2)^m - \frac{2-m}{2} \cdot \hat{\epsilon}^m] dV = \text{stat.} \quad (3)$$

Die Variation von (3) nach  $\hat{\epsilon}^{ij}$  liefert direkt die konstitutiven Gleichungen von Prandtl/Reuß (m=1) oder von Popov (m=2). Der Lagrange-Faktor entspricht dem skalaren Faktor in der Prager'schen Normalenregel.

Die Erweiterung des Funktionals um skalare, i.a. mechanisch sinnvolle Nebenbedingungen bietet die Möglichkeit, Stoffgesetze widerspruchsfrei zu formulieren. Führt man z.B. aufbereitete Meßergebnisse als Nebenbedingungen in das Funktional ein, ergibt die Variation nach  $\hat{\epsilon}^{ij}$  direkt die diesen Nebenbedingungen zugeordneten Stoffgesetze, die nur die gemessenen Konstanten und Funktionen enthalten.

Fichera, G.

Unilateral Problems in Continuum Mechanics

Problems in Continuum Mechanics, when unilateral constraints are considered, lead to the following general problem in a Hilbert space H. Let



$B(u, v)$  a bounded bilinear form defined in  $H \times H$  and  $F$  a bounded linear functional defined in  $H$ . Let  $V$  be a closed convex set of  $H$ . Find a vector  $u \in V$  such that

$$B(u, v - u) \geq F(v - u) \quad \forall v \in V.$$

General theorems concerning this "abstract unilateral problem" are given. Applications to Continuum Mechanics are considered.

Gamer, U.

#### SH-Wellen im Halbraum mit Inhomogenität

Untersucht wird die Wechselwirkung zwischen Halbraum und Halbzylinder bei Erregung durch eine ebene harmonische SH-Welle. Beide Materialien werden als elastisch, homogen und isotrop angenommen. Der Halbzylinder kann im Grenzfall starr sein oder fehlen.

Numerische Ergebnisse werden gegeben für die Schwingungsamplituden an der Oberfläche von Halbraum und Einschluß für verschiedene Einfallswinkel sowie für den Spannungsverlauf an der Oberfläche einer Rille mit Halbkreisquerschnitt.

Die letzteren Ergebnisse lassen sich übertragen auf den Fall der Rille im Halbraum mit festgehaltener Oberfläche. Der Zusammenhang wird gezeigt für eine allgemeinere Erregung.

Herrmann, K.

#### Zur Kohäsionsfestigkeit spröder Festkörper

Die GRIFFITHSche Spröbruchtheorie wird zur mathematischen Behandlung des spröden Eigenspannungsbruches in einem thermoelastischen Zweiphasenmedium eingesetzt. Es werden analytische und numerische Ergebnisse für den Spannungsintensitätsfaktor in der Umgebung der Rißspitze sowie für die Oberflächenenergie der neu gebildeten Oberfläche angegeben bei einer Rißbildung unter dem Einfluß eines wohldefinierten makroskopischen Eigenspannungsfeldes, dessen Quellen durch Flächeninkompatibilitäten in der Diskontinuitätsfläche darstellbar sind. Die Nahfeldlösung des Problems kann durch Superposition zweier Spannungszustände erhalten werden, von denen der eine aus der geschlossenen angebbaren Lösung des zugehörigen Randwertproblems für den ungerissenen Festkörper folgt, während der zweite auf ein gemischtes Randwertproblem führt, das mittels der Methoden der komplexen Analysis und der Integralgleichungen gelöst werden kann.

Hjalmar, S.

Mechanics of a Polar Composite of Magnetized Grains in an Elastic Matrix

---

A composite of small grains with parallel magnetic dipoles in an unpolar, elastic matrix is modelled as a continuous polar medium with three macro-translational and three microrotational degrees of freedom. An external homogeneous magnetic field, parallel to the original dipole direction, exerts torques on the dipoles, when they are rotated. In the continuum model these torques can be interpreted as a body couple. It is argued that in this case the stress couple and the time derivative of the internal angular momentum are negligible. It is pointed out that the formal elimination of the antisymmetric part of the stress tensor from Cauchy's first law by means of the equation for angular momentum does not lead to an ordinary Navier equation with a known, modified body force. In fact, this modified force will not be a function of the space only, but will also depend on the state of deformation. It is shown, however, that the rotational coordinates can be eliminated, giving Cauchy's first law as field equations for the macrodeformation only. The composite can thus be formally considered as a polar medium with an anisotropic constraint. The equations are finally applied to the torsion of a tube, the result offering a possibility to determine the polar constitutive constant.

Koiter, W.T.

A Basic Open Problem in the Theory of Elastic Stability

---

Thermodynamics has provided a secure foundation for the energy criterion of stability of equilibrium for an elastic structure under conservative (static) external loads. A positive definite potential energy functional in the space of displacement fields with a sufficiently small  $L_2$ -norm has been established as a sufficient condition for stability. In the conventional application of this criterion the requirement on the potential energy functional is weakened to the requirement of a weak proper relative minimum in the equilibrium configuration. From a practical point of view the results achieved by means of this weakened requirement are entirely satisfactory. The basic open question is, however, under what restrictions on the initial disturbances (or otherwise) a weak minimum of the potential energy does indeed ensure stability in a strict mathematical sense. This basic question has only been resolved for simple structures such as bars, plates and shallow shells, but a satisfactory answer is elusive in the three-dimensional theory.



Kröner, E.

Einiges über die Mechanik verallgemeinerter  
Kontinua

---

Jedes in der Praxis verwendete Material weist in mikroskopischen Bereichen Elemente der Unordnung auf. Sind diese in Zahl und Bedeutung so geringfügig, daß ihre makroskopischen Auswirkungen unerheblich erscheinen, so sagen wir, der Aufbau des Materials sei geordnet, andernfalls ungeordnet. Als Beispiel für geordneten Aufbau seien Kristalle und geordnete "Composites" genannt. Ungeordnet aufgebaut sind vielkristalline Aggregate, feste Mischungen und ungeordnete "Composites".

Die (verallgemeinerten) kontinuumsmechanischen oder, spezieller, elastizitätstheoretischen Gleichungen beider Typen von Werkstoffen haben eine grundsätzlich verschiedene Struktur. Insbesondere ordnet sich die Kontinuumsmechanik ungeordneter Werkstoffe nicht der sogenannten multipolaren oder mikromorphen Kontinuumsmechanik unter. Man zeigt dies am einfachsten durch den Nachweis, daß man den oben definierten ungeordneten Werkstoffen keine Konstitutivgleichungen der Form zuordnen kann, wie sie in den genannten Theorien gefordert wird. Es gibt allerdings wichtige Sonderfälle von Materialien und Beanspruchungen, in denen der Unterschied in den Konstitutivgleichungen geordneter und ungeordneter Medien vernachlässigbar ist.

Kuhn, G.

Behandlung elastischer Rißprobleme mittels  
Integraltransformation und WIENER-HOPF-Technik

---

Nach einigen ausführenden Bemerkungen zur linear-elastischen Bruchmechanik aus makroskopischer, kontinuumsmechanischer Sicht, wird auf Rißprobleme eingegangen, die in ihrer Formulierung mittels Integraltransformationen (zweiseitige komplexe FOURIER-Transformation und MELLIN-Transformation) auf eine WIENER-HOPF-Integralgleichung führen.

Am Beispiel des elastischen Plattenstreifens mit halbseitigem Riß in der Mittelebene, werden folgende, als "quasi-statisch" apostrophierte dynamische Rißprobleme behandelt:

- 1) Der längs seiner Achse mit konstanter Geschwindigkeit  $c$  fortschreitende Riß.
- 2) Der mit der Erregerfrequenz  $\omega$  periodisch erregte Rißstreifen im eingeschwungenen Zustand.

Die Faktorisierung der jeweiligen Integralgleichung erfolgt approximativ nach KOITER.

Neben einer exakten Bestimmung der dynamischen Spannungsintensitätsfaktoren, werden analytische Näherungsausdrücke für die Rißaufweitung und den Spannungsverlauf  $\sigma_{yy}(x,0)$  vor dem Riß, in Abhängigkeit von der Rißausbreitungsgeschwindigkeit  $c$  bzw. der Erregerfrequenz  $\omega$ , angegeben. Die vollständige Auswertung des dynamischen Spannungszustandes im Inneren des Streifens erfolgt durch numerische Rücktransformation und wird in Form von Diagrammen angegeben.

Mannl, V.

Das ebene anisotrope plastische Kontinuum und zugeordnete Fließflächen

---

Für ebene anisotrope plastische Kontinua werden das Stoffgesetz und die statischen und kinematischen Grundgleichungen definiert. Es wird untersucht, unter welchen Bedingungen das derart definierte ebene anisotrope plastische Kontinuum eine sinnvolle Spezialisierung des 3-dimensionalen plastischen Kontinuums ist.

Für ebenen Spannungszustand und ebenen Formänderungszustand werden die Eigenschaften möglicher Fließflächen anisotroper Werkstoffe angegeben.

Aus den Grundgleichungen und dem anisotropen Stoffgesetz werden die charakteristischen Gleichungen des Spannungsproblems und des kinematischen Problems hergeleitet und gedeutet.

Als Anwendungsbeispiel wird das Tiefziehen anisotroper Bleche behandelt.

Meixner, J.

Zur physikalischen Interpretation rationaler Theorien

---

In Rationalen Theorien werden Bezeichnungen eingeführt, die primitive Größen darstellen, aber mit ihren Buchstaben auf physikalische Größen anspielen. An einem Beispiel, der rationalen Thermodynamik von I. Müller mit ihren speziellen Materialgleichungen, wird gezeigt, daß darin eine gewisse Gefahr liegt. So ist seine Größe  $\mathcal{V}$ , die er als Maß dafür bezeichnet, "wie warm ein Teilchen ist", besser als innere Variable zu interpretieren, während seine "universell coldness Funktion"  $\wedge(\mathcal{V}, \mathcal{V})$  sich dann als nichts anderes als die reziproke Nichtgleichgewichtstemperatur (= Translationstemperatur der Moleküle) herausstellt. Für diese Vorstellung werden mehrere Argumente gegeben.

Mittal, R.K.

Flexure of a Thin Elastic Ring due to a  
Dynamic Concentrated Load

The problem of a thin elastic ring subjected to a time dependent concentrated load in its plane is considered and simplified expressions are derived for the deflection and bending moment under the point of application of the load. The analysis is based on an infinite series of modes of free vibrations of a circular ring. It is shown that for the calculation of deflection and bending moment, closed form expressions can be obtained when one replaces the series by integrals. These expressions reduce to the corresponding expressions of a straight beam when the ring radius becomes infinite. Finally the results are given for two cases:

- (a) the load is a rectangular pulse
- (b) the load is a half sine - pulse.

Najar, J.

Collision of Perfectly Plastic Streams

A closed form solution to a problem of symmetric collision of two streams of rigid perfectly plastic materials is constructed, which is based on an analysis of two complementary non-linear two-point boundary value problems for a non-linear ordinary second order equation. The problem is a dynamic plasticity analogue for the classical hydrodynamic problem of collision of two incompressible streams. The problem of the uniqueness of the solution is investigated, as well as the transition to the purely hydrodynamic case. The results show the difficulties which arise in dynamic plasticity problems.

Nowacki, W.

Dynamische Probleme der Thermodiffusion in  
festen Körpern

In der Arbeit wird das System partieller Differentialgleichungen der Thermodiffusion im festen Körper untersucht. Dieses System besteht aus Verschiebungsgleichungen der Elastizitätstheorie, aus der verallgemeinerten Wärmeleitungsgleichung sowie aus der Gleichung für das chemische Potential. Durch Einsetzen elastischer Potentiale wird das System der Thermodiffusionsgleichungen auf einfache Wellengleichungen gebracht. Ferner wird eine Repräsentation der Verschie-

bungen, der Temperatur und des chemischen Potentials durch einen verallgemeinerten Galerkinischen Vektor und zwei skalare Funktionen dargestellt. Schließlich wurde der Satz von der Gegenseitigkeit der Arbeiten entwickelt und die Folgerungen diskutiert, die sich aus ihm ergeben.

Olesiak, Z.

Weber-Orr Integral Transforms and Its Applications in the Theory of Elasticity

The Weber-Orr integral transform is here generalized to its extended form. The properties of the introduced transform are established and discussed. The applications of the transform refer to the pertinent mixed boundary value problems of the theory of elasticity.

Olszak, W.

Über nichtklassische Plastizitätskriterien

Die plastizitätstheoretischen Untersuchungen wurden sukzessive auf Erscheinungen erweitert, die ursprünglich kaum Beachtung gefunden haben. Zunächst wurde die anisotrope und nicht-homogene Materialstruktur in Betracht gezogen. Daraufhin wurden rheologische Effekte in die Überlegungen mit einbezogen, und zwar sowohl diejenigen, die sich erst nach Überschreitung der Plastizitätsgrenze einstellen, als auch - was viel schwieriger ist - diejenigen, die von Anfang an den Deformationsvorgang begleiten. Es wurden weiterhin die Implikationen untersucht, die auf ein mit der Zeit veränderliches Plastizitätskriterium zurückzuführen sind, wie dies etwa bei künstlicher Irradiation oder beim Auftreten eines zeitvariablen Feuchtigkeitsgehaltes in elastisch-visko-plastischen Bodenarten aktuell erscheint.

Alle diese Überlegungen akzeptieren jedoch stillschweigend die Voraussetzung, wonach die Formulierung der Plastizitätsbedingung für homogene Spannungs- und Deformationsfelder vorgenommen wird. Das jetzige Studium gibt diese stark einschränkende Voraussetzung auf: demgemäß wird - im Gegenteil - der Einfluß der - örtlichen und zeitlichen - Nichthomogenität dieser Felder zugelassen und verfolgt; dieselbe wird in erster Annäherung durch deren entsprechende Gradienten charakterisiert. Es wird gezeigt, daß dies unter gewissen Umständen zur Erhöhung der Plastizitätsgrenze führt, was übrigens durch experimentelle Untersuchungen bereits früher festgestellt wurde. Es werden zum Abschluß theoretische und experimentelle Forschungsergebnisse verglichen und kommentiert.

Sawczuk, A.

On a General Flow Law For Plastic Solids

The most general constitutive relation for perfectly plastic isotropic solid has the form of a tensor-valued tensor function, homogeneous of the order zero with respect to time and expressing the stress  $\underline{T}$  in terms of the strain rate  $\underline{D}$

$$\underline{T} = \underline{T}(\underline{D}) \text{ subjected to } \frac{\partial \underline{T}}{\partial \underline{D}} \underline{D} = 0$$

The homogeneity requirement results in a yield condition  $F(\underline{T}) = 0$ . A plastic motion is specified to within a non-negative scalar multiplier  $\lambda$

$$\underline{D} = \lambda \underline{\Psi}(\underline{T})$$

A general polynomial form of the stress-strain rate relation is used and the resulting form of a plastic flow law is specified. To the case of plane incompressible motion the flow law reduces to a tensorially linear form. Consequences of the incompressibility requirement on the yield condition are discussed.

Schroeder, F.H.

Die Grundgleichungen der Mehrkomponenten-Kontinua und ihre Anwendungsmöglichkeiten

Es werden die Grundgleichungen für ein Mehrkomponentenkontinuum aus den Erhaltungssätzen hergeleitet.

Für die äußeren Spannungen am Volumenelement werden elastische Stoffgleichungen und für die intermolekularen inneren Spannungen werden visko-plastische Stoffgleichungen angegeben. Die in den Stoffkomponenten gekoppelten elastischen Stoffbeziehungen werden so bestimmt, daß sie den Bedingungen für Selbstadjungiertheit bei Mehrkomponentenkontinua genügen.

Das vorliegende dreidimensionale Rand-Anfangswertproblem wird für den Sonderfall visko-elastische Stoffbeziehungen (Diffusionsvorgang) mit Hilfe des Verfahrens von Kantorowitsch in ein gewöhnliches Differentialgleichungssystem für die Zeitfunktionen überführt, welches mit sich wegen der Selbstadjungiertheit für den elastischen Anteil entkoppeln läßt.

Die Lösungen für ein Zweikomponentenkontinuum (Tonboden) ergeben Spannungspfade im Invarianten-Raum, die mit den Versuchsergebnissen in der Dreiaxialzelle gut übereinstimmen.

Thermann, K.

Verschärfung einiger Kriterien für den optimalen Entwurf von Strukturen mit Hilfe des Pontrjaginschen Maximumprinzips

---

Betrachtet wird das Optimierungsproblem  $\int F(d)dA = \min$  für Strukturen (Stäbe, Platten, Schalen, ...) unter globalen Nebenbedingungen. Die üblichen, auf Variationsmethoden und Extremalprinzipien der Mechanik basierenden Kriterien führen in der Regel nur zu einem stationären Wert des Kostenfunctionals, der mit dem globalen Minimum nicht unbedingt übereinstimmen muß. Für Strukturen, die durch gewöhnliche Differentialgleichungen beschrieben werden, liefert das PONTRJAGINSche Maximumprinzip Optimalitäts-Kriterien, die von diesem Nachteil frei sind.

Wesołowski, Z.

Stability and Wave Propagation in Finite Elasticity

---

After deriving the propagation condition for the acceleration wave the displacement is decomposed into series of integrals of Heaviside function. The linearized equations of motion reduce to infinite set of equations for the coefficients. The motion of the acoustic ray is introduced and the ordinary differential equation for the amplitude is derived. Basing on the decomposition performed the sinusoidal wave is considered. The phase and group velocities are calculated.

The stability criterium for elastic system is considered. If the corresponding boundary-value problem is self-adjoint the system loses the stability if one of the proper values reaches zero. On the other hand the propagation speed of discontinuity surface is the proper value of algebraic equation with the same coefficients. One special system is considered. It is shown that this system loses the stability if the propagation speed for one arbitrary propagation direction reaches zero.

Zorski, H.

Defects in Linear Elastic Media / Review of a Series of Papers

---

Macroscopic Models of Defects in Crystals.  
Representation of the elastic fields by dynamic potentials and their properties.

Derivation of Equations of Motion of a Defect.  
The variational principle for the body with defects, definition of forces on and between

the defects as variational derivatives, properties of forces. The problem of self-force /"inertia" of the defect/. Eqs of motion of concentrated defects; the mass tensor, the canonical formalism.

Transition to a Continuous Distribution of Defects.

Basic assumptions, analogy with the statistical derivation of the hydrodynamic eqs.

The phase space, Liouville and Maxwell eqs, definition of the averages for the field and defect quantities / density, velocity of the aggregates of defects, etc. The constitutive relation for the "defect fluid" /continuous distribution of defects./ The final eqs for the binary mixture -the defect fluid and the elastic body: system of 7 eqs, quasi-linear. Shock waves and generation of slip planes.

A. Futterer (Karlsruhe)

