MATHEMATISCHES FORSCHUNGSINSTITUT OBERWOLFACH

Tagungsbericht 1/1976

Arbeitstagung Baer - Salzmann

1.1. bis 5.1.1976

Auch in diesem Jahr traf sich der Baer'sche Kreis unter Einschluss mathematisch verwandter Gäste zur traditionellen Arbeitstagung, diesmal unter der Leitung von O. H. Kegel (Freiburg), um die im letzten Jahre erzielten Ergebnisse auszutauschen und neue Ansätze zu diskutieren.

Mit 25 Vorträgen konnte in den drei Tagen ein inhaltsreiches Programm abgewickelt werden. Es wurden Themen aus der Gruppentheorie, Ringtheorie, Verbandstheorie, topologischen Geometrie, Differentialgeometrie und der Logik behandelt.

Die Vorträge standen, trotz ihres weiten Spektrums, in mannigfacher Beziehung zueinander. Dies veranlasste viele anregende Diskussionen, vor allem ausserhalb der Vortragszeiten. Einzelne Beiträge wurden von anderen Vorträgen erst angeregt und machten deren Ergebnisse in anderem Kontext fruchtbar. Die Kontinuität der Arbeit dieser Tagungsreihe wurde durch die zahlreichen Anknüpfungspunkte an Beiträge der Arbeitstagungen der letzten Jahre sinnfällig.

Gefördert durch DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

Teilnehmer

R. Baer, Zürich
B. Baumann, Bielefeld
B. Beisiegel, Mainz
D. Betten, Kiel
A. Beutelspacher, Mainz
R. Bieri, Freiburg
V. Blasig, Stuttgart
Th. Buchanan, Tübingen
K. Erdmann, Giessen
K. Faltings, Kaiserslautern
U. Felgner, Tübingen
W. Felscher, Tübingen
B. Fischer, Bielefeld
R. Göbel, Essen
A. Gonçalves, Tübingen + Brasilia
H. Hähl, Tübingen
D. Handelmann, Giessen
J. Hausen, Houston (USA)
H. Heineken, Würzburg
Ch. Hering, Tübingen
A. Herzer, Mainz
Hölz, Mainz
M. Huber, Zürich
O. Kegel, Freiburg
J.C. Lennox, Würzburg
W. Liebert, München
R. Löwen, Tübingen
H. Lüneburg, Kaiserslautern
U. Mutzbauer, Würzburg
P. M. Neumann, Oxford
U. Preiser, Freiburg
S. Priess, München
O. Prohaska, Kaiserslautern
C. M. Ringel, Bonn
K. W. Roggenkamp, Stuttgart
U. Schoenwaelder, Aachen
R.-H. Schulz, Berlin
M. Stadelmann, Würzburg
B. Stellmacher, Bielefeld
K. Strambach, Erlangen
R. Strebel, Heidelberg
F. G. Timmesfeld, Köln
C. Y. Ho, Brasilia (war verhindert, sandte aber eine Zusammenfassung)

Vortragsauszüge

B. BAUMANN: Endliche Gruppen mit einer 2-zentralen Involution, deren Zentralisator 2-abgeschlossen ist

M. Suzuki stellte folgende Vermutung auf:
Ist G eine nichtauflösbare endliche einfache Gruppe, in der der Zentralisator einer Involution 2-abgeschlossen ist, so ist G isomorph zu einer der folgenden Gruppen:
$L_2(2^n)$, $S_2(2^n)$, $U_3(2^n)$, $L_3(2^n)$, $S_4(2^n)$, $L_2(2^n \pm 1)$.
Es wurde der Beweis dieser Vermutung angedeutet für den Fall, dass es sich um eine 2-zentrale (d.h. im Zentrum einer 2-Sylowgruppe enthaltenen) Involution handelt. Hierbei wurde auf Suzukis Charakterisierung der endlichen Gruppen, in denen der Zentralisator jeder Involution 2-abgeschlossen ist, zurückgegriffen.

D. BETTEN: Die Automorphismengruppe einer Transformationsgruppe

Sei (X,G) eine Rechtswirkung der Gruppe G auf der Menge X, dann besteht ein Automorphismus $(f,\alpha): (X,G) \longrightarrow (X,G)$ aus einer Bijektion f von X und einem Gruppenautomorphismus α von G mit $(x^g)^f = (x^f)^{g\alpha}$ für alle $x \in X$ und alle $g \in G$. Es wurde gezeigt, wie man zu vorgegebenem (X,G) die Automorphismengruppe $\mathrm{Aut}(X,G)$ bestimmen kann, ferner wurde die Begriffsbildung zur Klärung folgender Frage benutzt: Gegeben seien zwei Wirkungen der topologischen Gruppe G auf zwei berandeten Mannigfaltigkeiten so, dass die beiden Randwirkungen isomorph sind. Wieviele Gesamtwirkungen von G kann man dann durch Verheften der beiden Ränder konstruieren?

R. BIERI: Endlich präsentierte auflösbare Gruppen endlichen Ranges

Es handelt sich um einen Bericht über eine gemeinsame Arbeit mit Gilbert Baumslag.
Es sei $\mathfrak{K}$ die kleinste Klasse von Gruppen mit den Eigenschaften

(i) $1 \in \mathcal{K}$, (ii) $G_1, G_2, S \in \mathcal{K} \Longrightarrow G_1 *_S G_2 \in \mathcal{K}$,

(iii) $G_1, S \in \mathcal{K} \Longrightarrow G_1 *_{S\mathfrak{Z}} \in \mathcal{K}$ (HNN-Extension),

(iv) $|G:G_1| < \infty \quad G_1 \in \mathcal{K} \Longrightarrow G \in \mathcal{K}$.

Alle Gruppen aus $\mathcal{K}$ sind endlich präsentiert und haben endlich erzeugte projektive Auflösungen. Die Klasse aller Auflösbaren Gruppen aus $\mathcal{K}$ ist überdies abgeschlossen bezüglich Quotientenbildung.

Satz Jede endlich erzeugte auflösbare Gruppe endlichen Ranges mit torsionsfreien Untergruppen von endlichem Index kann als Untergruppe in eine auflösbare Gruppe aus $\mathcal{K}$ eingebettet werden.

K. ERDMANN: 2-Hauptblöcke von Gruppen mit Diedergruppen als 2-Sylowgruppen

Diese Gruppen wurden von Gorenstein, Walter klassifiziert. Für Körper der Charakteristik 2 werden die Vertices, Quellen und Green-Korrespondenten der einfachen Moduln im Hauptblock bestimmt. Daraus erhält man die vollständige Struktur der unzerlegbar projektiven Moduln des Hauptblocks.
Die Methoden beruhen auf Anwendung der Greenschen Korrespondenz für Moduln und der Brauerschen Block-Korrespondenz.

K. FALTINGS: Direkte Limites von Modulverbänden

Sei $\mathcal{P}$ eine Teilmenge des Verbandes $\mathcal{L}$. Das Paar $(\mathcal{L}, \mathcal{P})$ ist dann ein Verband mit Punkten. Ist $X \in \mathcal{L}$, so ist $\mathcal{P}(X) = \{P \mid P \in \mathcal{P}$ und $P \leq X\}$. Ein Morphismus $(\mathcal{L}, \mathcal{P}) \longrightarrow (\mathcal{L}', \mathcal{P}')$ von Verbänden mit Punkten ist ein Verbandshomomorphismus $\sigma: \mathcal{L} \longrightarrow \mathcal{L}'$ mit $(\mathcal{P}(X))\sigma = \mathcal{P}'(X\sigma)$ für alle $X \in \mathcal{L}$.
Ein Modulverband ist ein Verband mit Punkten der Form $(\mathcal{L}_R(A), \mathcal{P}_R(A))$, wobei A ein R-Rechtsmodul ist, $\mathcal{L}_R(A)$ der Verband aller R-Untermoduln von A und $\mathcal{P}_R(A)$ die

Gefördert durch DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

Menge aller zyklischen R-Untermoduln von A ist. Es wird die Frage diskutiert, unter welchen Voraussetzungen ein injektiver direkter Limes von Modulverbänden $(\mathcal{L}_{R_i}(A_i), \mathcal{P}_{R_i}(A_i))$ vom Typ ω wieder ein Modulverband ist. Dies ist sicher dann der Fall, wenn alle R_i der Maximalbedingung für Rechtsideale genügen oder wenn alle Ringe R_i kommutativ sind und darüberhinaus alle A_i "genügend grosse" freie Untermoduln besitzen. In beiden Fällen wird $\varinjlim (\mathcal{L}_{R_i}(A_i), \mathcal{P}_{R_i}(A_i)) \cong (\mathcal{L}_R(A), \mathcal{P}_R(A))$ mit $R = \varprojlim R_i$ und $A = \varinjlim A_i$.

U. FELGNER: $\aleph_0$-Kategorische Theorien nicht-abelscher Gruppen

Wenn G eine Gruppe ist, dann sei $Th(G)$ die Theorie von G, also die Menge aller Aussagen 1.Stufe, die in G gelten. Die Theorie $Th(G)$ einer abzählbaren Gruppe G heisst $\aleph_0$-kategorisch, falls für jede abzählbare Gruppe H gilt: wenn $Th(H) = Th(G)$, dann $H \cong G$. Die folgenden Ergebnisse sind ein Beitrag zu dem Problem, alle Gruppen mit $\aleph_0$-kategorischer Theorie zu bestimmen:

(1) Falls $Th(G)$ $\aleph_0$-kategorisch ist, dann ist G uniform-lokal-endlich und G besitzt eine endliche Normalreihe $1 = N_1 \trianglelefteq N_2 \trianglelefteq \dots \trianglelefteq N_k \trianglelefteq N_{k+1} = G$ dergestalt, dass für $j < k$ die Faktorgruppen N_{j+1}/N_j die direkte Summe einer abelschen mit einer endlichen Gruppe ist. N_k ist dabei das FC-Hyperzentrum von G . N_k ist FC-nilpotent.

(2) Die Theorie einer unendlichen extra-speziellen p-Gruppe G vom Exponenten p ist $\aleph_0$-kategorisch und entscheidbar. Sie ist nicht $\aleph_1$-kategorisch und nicht stabil. Daher gibt es für jede Primzahl p genau eine abzählbare extra-spezielle p-Gruppe vom Exponenten p, aber in jeder überabzählbaren Mächtigkeit $\mathfrak{m}$ genau $2^{\mathfrak{m}}$ derartige Gruppen.

R. GÖBEL: Über einen Satz von Liouville

Sei M eine C^m-Mannigfaltigkeit der Dimension > 2 und sei

"$\vec{x}_p \cdot \vec{y}_p$" ($\vec{x}_p, \vec{y}_p \in T_p, p \in M$) eine indefinite C^m-Metrik auf M vom Wittindex 1 (= Lorentz-Typ: (+,-,-,..)) für $m \in \{2,3,\dots,\infty,\omega\}$; s. J. Hicks (Diff. Geometry, Van Nostrand 1965). Auf M sei ein stetiges Vektorfeld $\vec{z}_p$ (= Zukunft) mit $\vec{z}_p^{\,2} > 0$ gegeben. Dann heisst eine C^1-Kurve "Weltlinie", wenn sie nur Tangentenvektoren $\vec{t}_p$ mit $\vec{t}_p^{\,2} > 0$ und $\vec{z}_p \cdot \vec{t}_p > 0$ besitzt. Besitzt M keine (fast) geschlossenen Weltlinien, so heisst M streng kausale Raum-Zeit; s. Hawking, Ellis: (The Large Scale Structure of space-time, Cambridge UP 1973). Man definiert eine "kausale" Ordnung auf M: $p \ll q \Longleftrightarrow$ Es gibt eine Weltlinie von p nach q. Damit gilt der Satz: Für eine Permutation $f: M \longrightarrow M$ einer streng kausalen Raum-Zeit sind äquiv:

(1) f ist $\ll$-erhaltend.

(2) f ist eine m-mal stetig differenzierbare conforme Transformation.

Unter Anwendung eines Satzes von Liouville folgen daraus Ergebnisse von Alexandrov, Benz, Pimenov, Vroegindewey, .. und die Richtigkeit zweier Vermutungen von E. C. Zeeman.

D. HANDELMAN: <u>Prüfer Domains and Baer * Rings</u>

Let R be a ring (associative, and with 1) possessing an involution $*$. R is a <u>Baer * ring</u> if for all subsets S of R there exists a projection p ($p = p^2 = p^*$) such that the right annihilator of S is generated by p, as a right ideal. A typical question in the theory of Baer * rings is: when is the ring of $n \times n$ matrices over R Baer* with respect to *-transposition? If R is a commutative domain, we prove the following are equivalent: (a) the ring of $n \times n$ matrices over R is a Baer* ring for (a specific) $n > 1$, with respect to *-transpose; (b) R is Prüfer and for all subsets of n-1 elements, $\{a_i\}$, $1 + \sum a_i a_i^*$ is invertible in R; (c) R is a Prüfer domain, all maximal ideals of R are *-invariant, and the induced involution on each factor field is (n-) positive definite ($\sum a_i a_i^* = 0$ implies $a_i = 0$, for n-element subsets of the factor field). There is an analogous characterization in the commutative case, which follows from the domain result. A related number-theoretic problem is discussed.

J. HAUSEN: <u>Das Jacobson-Radikal einiger Endomorphismenringe</u>

Es sei G eine reduzierte abelsche p-primäre Gruppe der Länge λ und EG der Ring aller Endomorphismen von G. Obere und untere Abschätzungen des Jacobson-Radikals $J(EG)$ von EG sind bekannt [cf. R. S. Pierce, Topics in Abelian Groups, Scott, Foresman and Co., Chicago 1963, pp. 215 - 310]. Bezeichnet $L(G)$ die Menge aller $\varepsilon \in EG$ mit der Eigenschaft, dass, für alle $0 \leq n < w$, $p^n G[p]\,\varepsilon \leq p^{n+1}G$ und, für eine geeignete ganze Zahl m, $p^m G[p]\,\varepsilon = 0$, so ist $L(G)$ ein Nilideal und folglich $L(G) \subseteq J(EG)$. Wolfgang Liebert hat gezeigt, dass hier Gleichheit gilt, falls G eine direkte Summe zyklischer Gruppen ist [Jour. Reine Angew. Math. 262/263 (1974), 166 - 170]. Dieses Ergebnis wird verallgemeinert für total projektive Gruppen. Die total projektiven p-Gruppen der Länge $\leq w$ sind genau die direkten Summen zyklischer p-Gruppen. Sei im folgenden G total projektiv. Für beliebige Ordinalzahlen μ, $0 \leq \mu < \lambda$, induziert dann EG in $p^\mu G$ und im μ-ten Ulm-Kaplansky-Faktor $U_\mu G = p^\mu G[p]/p^{\mu+1}G[p]$ jeweils den vollen Endomorphismenring. Daher ist $J(EG) \subseteq \hat{H}(G)$, wobei $\hat{H}(G)$ aus allen $\varepsilon \in EG$ besteht, die, für alle $0 \leq \mu < \lambda$, in $U_\mu G$ den Null-Endomorphismus induzieren. Es gilt der folgende <u>Satz</u>. Sei G total projektiv der Länge λ und $\varepsilon \in J(EG)$. Dann existieren ganze Zahlen m_μ, $0 \leq \mu < \lambda$, derart, dass für alle $0 \leq \mu < \lambda$, $p^{\mu+m_\mu} G[p]\,\varepsilon \leq p^{\mu+w}G$. <u>Folgerung</u>. Sei G total projektiv von endlichem Typ k. Dann ist
$J(EG) = \{\varepsilon \in \hat{H}(G) \mid \exists\, 0 \leq m < w \;\forall\, 0 \leq \ell < k,\ p^{w\ell+m} G[p]\,\varepsilon \leq p^{w(\ell+1)}G\}$.
Insbesondere ist $J(EG)$ ein Nilideal auf $G[p]$.

H. HEINEKEN: <u>Gruppen der Ordnung p^8</u>

Die folgenden Aussagen wurden behandelt:

1. Sei V ein vierdimensionaler Vektorraum über $K_p, p \neq 2$, und es seien vier antisymmetrische Bilinearformen auf V definiert, so dass kein zweidimensionaler Unterraum von V existiert, auf dem alle Bilinearformen die Nullform sind. Dann kann man V als zweidimensionalen Vektorraum von $GF(p^2)$ so auffassen, dass ge-

Gefördert durch DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

nau die dann ein-dimensionalen Unterräume Ausartungskerne geeigneter Linearkombinationen der gegebenen Bilinearformen sind.

Aus 1. folgt: Seien H_i, $i = 1, 2$, zwei Gruppen, sodass gilt: (1) $\exp(H_i) = p$, (2) $o(H_i) = p^8$, (3) $o(Z(H_i)) = p^4$, (4) H_i ist nilpotent der Klasse 2, (5) Abelsche Untergruppen von H_i haben höchstens die Ordnung p^5. Dann ist $H_1 \cong H_2$.

2. Zu jedem n-dimensionalen Vektorraum gibt es n antisymmetrische Bilinearformen, die nur auf eindimensionalen Unterräumen simultan die Nullform sind.

A. HERZER: <u>Projektiv darstellbare stark planare Geometrien vom Rang 4</u>

Eine stark planare Geometrie L vom endlichen Rang > 4 lässt sich projektiv darstellen, (d.h. es gibt einen starken Morphismus von L in eine projektive Geometrie) (Wille). Das ist für die stark planaren Räume (d.h. stark planaren Geometrien vom Rang 4) nicht mehr richtig. Jedoch lässt sich für diese ein Schliessungssatz angeben, genannt "Büschelsatz", sodass gilt:

<u>Satz</u>. Der stark planare Raum L ist genau dann irreduzibel projektiv darstellbar, wenn in L der Büschelsatz und ausserdem noch a) oder b) gilt:

a) Durch jeden Punkt gehen Geraden mit mehr als 2 Punkten, die nicht in einer Ebene liegen,

b) Für jeden Punkt p von L ist das Intervall $[p,1]$ nicht eine nichtdesarguessche Ebene.

C. Y. HO: <u>Quadratic pair for p, p an odd prime</u>

Theorem. Let (G,M) be a quadratic pair for p, p odd, such that G is quasisimple. If (G,M) is a quadratic pair for 3 whose root group has order 3, then we also assume that $\Theta_3(X) = \emptyset$ for some $X \in \Sigma$. Under these conditions $G/Z(G)$ is isomorphic to one of the following groups.

Gefördert durch DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

(1) Groups of Lie type of odd characteristic: $A_n(q)$ $(n \geq 2$ except in the case $q = 3$ where we have $n \geq 3)$, ${}^2A_n(q)$ $(n \geq 2)$, $B_n(q)$ $(n \geq 3)$, $C_n(q)$ $(n \geq 2)$, $D_n(q)$ $(n \geq 3)$, ${}^2D_n(q)$ $(n \geq 3)$, ${}^3D_4(q)$, $G_2(q)$, $F_4(q)$, $E_6(q)$, ${}^2E_6(q)$, $E_7(q)$ where $q = p^\alpha$ for some positive integer α .

(2) Groups of Lie type of even characteristic: $PGU_n(2)$, $Sp(6,2)$, $D_4(2)$, $G_2(4)$.

(3) Alternating groups; HJ , Suz , Co_1 .

Furthermore we have $p = 3$ whenever (2), (3) or (4) holds.

M. HUBER: Klassen von Moduln und Satz von Stein-Serre

Für einen kommutativen Ring R werden Klassen $\underline{C}$ von R-Moduln gesucht, welche die "Hom-Ext-Eigenschaft" besitzen: dass mit $\mathrm{Hom}_R(A,R)$ und $\mathrm{Ext}^1_R(A,R)$ stets auch A zu $\underline{C}$ gehört. Zunächst wird (unter anderem) gezeigt, dass die O-Klasse genau für diejenigen Noetherschen Integritätsbereiche die Hom-Ext-Eigenschaft besitzt, für welche der (verallgemeinerte) Satz von Stein-Serre gilt. Für solche Ringe erhält man mit Hilfe von Mächtigkeitsbetrachtungen weitere Klassen der gesuchten Art. Ist der Ring R zudem abzählbar, so gilt ausserdem folgender Satz: Jede Klasse von abzählbaren R-Moduln, welche gegenüber Untermoduln und Erweiterungen abgeschlossen ist, besitzt die Hom-Ext-Eigenschaft.

J. C. LENNOX: $\underline{\underline{FN}}$-Gruppen

Eine Gruppe G heisst eine $\underline{\underline{FN}}$-Gruppe ("finite by nilpotent group"), wenn ein endlicher Normalteiler N mit G/N nilpotent existiert.

(I) Alle Untergruppen H einer $\underline{\underline{FN}}$-Gruppe G haben endliche absteigende Zentraltiefe, d.h. $\gamma_r(H) = \gamma_{r+1}(H)$ für irg. r.

In der anderen Richtung haben wir folgendes diskutiert:

Satz 1. Sei G eine endlich erzeugte auflösbare Gruppe, deren endlich erzeugte Untergruppen endliche absteigende Zentraltiefe haben. Dann ist G eine $\underline{\underline{FN}}$-Gruppe.

(II) Alle Untergruppen H einer $\underline{\underline{FN}}$-Gruppe G sind <u>fast subnormal</u>, d.h. H ist von endlichem Index in einem Subnormalteiler von G. Genauer wenn $|\gamma_{n+1}(G)| = m$, so haben wir $|H_n : H| \mid m$ für alle $H \leq G$. Also ist H <u>beschränkt</u> fast subnormal in G.

Satz 2. Sei G eine Gruppe, worin alle endlich erzeugten Untergruppen beschränkt fast subnormal sind. Dann ist G eine $\underline{\underline{FN}}$-Gruppe. Ausserdem gilt: wenn $|H_n : H| \mid m$ für alle $H \leq G$, dann $|\gamma_{\mu(n,m)}(G)| \mid m$, wo μ eine bestimmte Funktion ist.

W. LIEBERT: <u>Ideale von Endomorphismenringen</u>

Sei R ein vollständiger diskreter Bewertungsring mit Primelement p und M ein in seiner p-adischen Topologie vollständiger Hansdorff R-Modul mit Endomorphismenring $E_R(M)$. Weiter $M[p^i] = \{x \in M \mid p^i x = o\}$. Für $\alpha \in E_R(M)$ wurden die Untermodulfolgen der Form $M[p^i]\alpha$ (incl. $M/\overline{M}_t\alpha$) bzw. $p^i M_\alpha^{-1}$ abstrakt charakterisiert, und mit ihrer Hilfe konnten die <u>sämtlichen</u> Links- bzw. Rechtsideale von $E_R(M)$ sehr einfach beschrieben werden.

H. LÜNEBURG: <u>Was ist das KGV zweier rationaler Zahlen?</u>

<u>Satz 1.</u> Ist B ein Bézoutbereich und ist Q der Quotientenkörper von B, so ist Q aufgefasst als B-Modul lokal zyklisch.

<u>Satz 2.</u> Ist B ein Bézoutbereich und sind $x,y,u,v \in B^*$ und ist $ggT(u,v) = 1 = ggT(x,y)$, so ist

$$\frac{x}{y}B \cap \frac{u}{v}B = \frac{xu}{ggT(u,x)\,ggT(v,y)}B \; .$$

Dies und noch etwas mehr erscheint demnächst in den Semesterberichten.

O. MUTZBAUER: Untergruppen torsionsfreier abelscher Gruppen des Ranges 2

Ausgehend von den Invarianten, die in einem ersten Vortrag über torsionsfreie abelsche Gruppen des Ranges 2 im Januar 1974 eingeführt wurden, kann man insbesondere alle Typen von Untergruppen des Ranges 1 angeben.
Anschliessend wurde ein zahlentheoretisches Problem formuliert, das symptomatisch für torsionsfreie abelsche Gruppen des Ranges 2 ist, z. B. dann wenn entschieden werden soll, ob eine Gruppe des Ranges 1 einbettbar ist in eine Gruppe des Ranges 2; nämlich:

Seien $z_p = \sum_{k=x_p}^{l_p} \zeta_{p,k} \; p^k \quad (x_p, l_p \in \mathbb{Z}, 0 \leq \zeta_{p,k} < p)$

für unendlich viele Primzahlen p. Gibt es dazu eine rationale Zahl r, die genau diese z_p als Anfangsstücke der jeweiligen p-adischen Standardentwicklungen hat?

P. M. NEUMANN: Polychromatography

We start with a complete graph on n vertices and we colour its edges with r colours, using them all. There are then s colour schemes of triangles in the graph and our question is how small can s be in relation to r? This problem, with a partial solution to it, and with other unsolved problems concerning higher-dimensional analogues, arose in joint work with Dr. P. I. Cameron and Dr. J. Saxl on a certain class of permutation groups.

P. PLAUMANN: Zur Funktionalgleichung von Golab und Schinzel

Bericht über eine gemeinsame Arbeit mit H. Lüneburg: Die Lösungen der Funktionalgleichung $f(x+y\,f(x)) = f(x)\,f(y)$ über endlichen Körpern werden bestimmt.

U. PREISER: Kennzeichnung einiger einfacher Gruppen durch $\mathfrak{F}$-Mengen

Sei $\mathfrak{F}$ eine Klasse von Gruppen, G eine endliche Gruppe und Ω eine Menge von Untergruppen von G. Dann heisst Ω eine $\mathfrak{F}$-Menge von G, wenn Ω mehr als ein Element enthält, Ω von G normalisiert wird und G erzeugt und wenn für zwei verschiedene Elemente A und B aus Ω stets $\langle A,B\rangle \in \mathfrak{F}$ gilt. Satz A) Ist $\mathfrak{F} = \{Sz(2^{2n+1}) \mid n \in \mathbb{N}\}$, G eine endliche Gruppe und $\Omega = \{U < G \mid |U| = 5\}$, so ist Ω genau dann eine $\mathfrak{F}$-Menge von G, wenn $G \in \mathfrak{F}$.
B) Ist $\mathfrak{F} = \{J_1\}$, G eine endliche Gruppe und $\Omega = \{U < G \mid |U| = 19\}$, so ist Ω genau dann eine $\mathfrak{F}$-Menge von G, wenn $G \cong J_1$.
C) Sei p eine Primzahl, $p \geq 5$, $\mathfrak{F} = \{L_2(2^n) \mid n$ ungerade, $p \mid 2^n+1\}$, G eine endliche Gruppe und $\Omega = \{U < G \mid |U| = p\}$.
Der Beweis beruht im wesentlichen auf der Arbeit von Goldschmidt "2-Fusion in finite groups".

C. M. RINGEL: Die 2. Brauer-Thrall-Vermutung

Die Vermutung besagt, dass es für eine endlich-dimensionale k-Algebra A (k ein unendlicher Körper) entweder nur endlich viele Isomorphieklassen unzerlegbarer A-Moduln gibt, oder aber dass es unendlich viele Dimensionen d gibt und zu jedem solchen d unendlich viele Isomorphieklassen unzerlegbarer A-Moduln dieser Dimension. Für k perfekt wurde die Vermutung kürzlich durch Nazarova und Roiter (Mitt. Math. Sem. Giessen 1975) bewiesen; wichtigstes Hilfsmittel war dabei die Analyse und Reduktion gewisser Vektorraumkategorien. Man kann diesen Begriff zu dem einer k-D-Vektorraumkategorie verallgemeinern, wobei D ein Schiefkörper ist, der k in seinem Zentrum enthält und endlich dimensional über k ist, und dann einen entsprechenden Satz für die Kategorie der Unterräume einer k-D-Vektorraumkategorie beweisen. Daraus folgt dann, dass die 2. Brauer-Thrall-Vermutung für beliebige, nicht notwendig perfekte Körper richtig ist.

K. W. ROGGENKAMP: Fast zerfallende Sequenzen in der ganzzahligen Darstellungstheorie endlicher Gruppen

Sei R ein kompletter lokaler Dedekindring und G eine endliche Gruppe. Sei M ein unzerlegbares RG-Gitter und $\mathbb{E}: 0 \longrightarrow N \longrightarrow P \longrightarrow M \longrightarrow 0$ die projektive Hüllensequenz von M.

Satz (M. Auslander, Roggenkamp, I. Schmidt):

(i) $\mathrm{Ext}^1_{RG}(M,N)$ hat einen einfachen Sockel als $\mathrm{End}_{RG}(M)$ und $\mathrm{End}_{RG}(N)$-Modul.

(ii) Die projektiven Homomorphismen I_M in $\mathrm{End}_{RG}(M)$ bilden ein unzerlegbares injektives Gitter mit minimalem Übermodul $\overline{I_M}$.

(iii) Für $\alpha \; \overline{I_M} \setminus I_M$ ist $\mathbb{E}\alpha: 0 \longrightarrow N \longrightarrow E \longrightarrow M \longrightarrow 0$ eine fast zerfallende Sequenz im Sinne von Auslander.

Der Beweis ist konstruktiv und benutzt eine explizite Analyse der Funktorkategorie von RG-Gittern in endlich erzeugten R-Moduln.

R.H. SCHULZ: Taktische Konfigurationen mit projektiver unitärer Automorphismengruppe

Bei der Untersuchung von Kollineationsgruppen, die auf der uneigentlichen Geraden einer affinen Ebene 2-transitiv operieren, ergibt sich die Frage: Kann die Gruppe $PSU(3,q^2)$ für $q = 2^s$ Automorphismengruppe einer affinen Ebene der Ordnung q^3 sein? Verneinende Teilantworten wurden in Arbeiten von Czerwinsky, von Hering (Fall der Translationsebene) und Schulz $(q=2^{2t+1})$ gegeben. Für den kleinsten der bisher noch offenen Fälle lässt sich nun zeigen: Es existiert keine affine Ebene der Ordnung 64, die eine zu $PSU(3,4^2)$ isomorphe Kollineationsgruppe zulässt. Beim Beweis hierzu konstruierte taktische Konfigurationen enthalten u.a. Blockpläne der Parameter $v = q(q^3-q^2+1)$, $k = q$ und $\lambda = 1$ (für $q = 2^{2t}$) als Unterstrukturen.

M. STADELMANN: Die Nilpotenzklasse von Gruppen, deren sämtliche Untergruppen subnormal vom Defekt 2 sind

Eine Gruppe G habe die Eigenschaft S_2, wenn jede Untergruppe subnormal vom Defekt 2 ist.
Cappitt hat bewiesen, dass für S_2-Gruppen, deren Kommutatorfaktorgruppe mindestens den torsionsfreien Rang 2 hat, $G_3 = 1$ gilt. [D. Cappitt, On groups with every subgroup 2-subnormal, J. London Math. Soc. (2), 7 (1973)]. Das Beispiel von Cappitt, mit dem er zeigen will, dass die Bedingung über den Rang notwendig ist, ist falsch, da es nicht die Eigenschaft S_2 hat.
Tatsächlich lässt sich die Voraussetzung auch abschwächen:
Satz: $G \in S_2$, G nicht periodisch $\Longrightarrow$ $G_3 = 1$.

B. STELLMACHER: TI-Untergruppen und $\mathfrak{F}$-Mengen endlicher Gruppen

Sei G eine endliche Gruppe und D eine Konjugiertenklasse von Untergruppen der Ordnung 3 von G. Ist L eine fest vorgegebene Gruppe, und gilt $\langle A,B\rangle \cong L$ für alle $A,B \in D$ mit $A \neq B$, dann ist $G/Z(G)$ eine Frobeniusgruppe, oder $G \cong U_3(3)$ oder $L_2(2^r)$, $r > 2$ Primzahl.
Zum Beweis dieses Satzes wurde ein Satz von W. B. Stewart verallgemeinert: Man kennzeichnet alle endlichen Gruppen G mit einer Untergruppe U, die folgende Eigenschaften hat:
(1) $3 \mid |U|$ und $U \neq G$, (2) $U \cap U^g = 1$ für $g \in G \setminus N_G(U)$,
(3) $|N_G(U)/U| \leq 2$.

K. STRAMBACH: Rechtsdistributive Quasigruppen

Es wurden alle rechtsdistributiven Quasigruppen klassifiziert, deren von den Rechtstranslationen erzeugte Automorphismengruppe eine Liegruppe ist und die entweder kompakt oder eben sind.

O. H. Kegel, Freiburg