MATHEMATISCHES FORSCHUNGSINSTITUT OBERWOLFACH

Tagungsbericht 2 /1976

Kinematik

5. 1. bis 10. 1. 1976

Die erste Tagung über Kinematik vereinigte an kinematischen Problemen interessierte Geometer und theoretisch ausgerichtete Vertreter der Mechanik und Getriebelehre.
Ohne Zeitdruck wurden bei den einzelnen Vorträgen und bei der anschließenden ausführlichen Diskussion Fragestellungen der Kinematik, der kinematischen Abbildungen und der Geometrie unter Berücksichtigung und Heranziehung kinematischer Methoden behandelt.
Die Tagung stand unter der Leitung von H. R. Müller (Braunschweig).

Teilnehmer

E. Crossley, Aachen
G. Dittrich, Aachen
B. Dizioglu, Braunschweig
H. Frank, Freiburg
O. Giering, München
H. Hambach, Stuttgart
J. Hoschek, Darmstadt
A. Karger, Kuwait
Chr. Lübbert, Darmstadt
W. van der Meiden, Eindhoven
P. Meyer, Braunschweig
H. R. Müller, Braunschweig
H. Schaal, Stuttgart
H. Stachel, Graz
J. Tölke, Siegen
C. R. Veldkamp, Eindhoven
W. Vogel, Karlsruhe
R. Walter, Dortmund

Vortragsauszüge

G. DITTRICH: Einige Eigenschaften und technische Anwendungen sphärischer Koppelkurven

Es wird auf verschiedene Gleichungsformen der Koppelkurven sphärischer viergliedriger Kurbelgetriebe hingewiesen und ihre Ordnung angegeben. Daran schließt sich die Behandlung der Doppelpunkte sphärischer Koppelkurven in der Rastkugel an. Es lassen sich in der Gangkugel geometrische Orte von Koppelpunkten angeben, die Bahnkurven mit Doppelpunkten durchlaufen; sie teilen die Gangkugel in Gebiete aus Koppelpunkten ein, die Bahnkurven mit einer unterschiedlichen Anzahl von Doppelpunkten beschreiben. Durch Ausnutzung spezieller Krümmungseigenschaften sphärischer Koppelkurven lassen sich bahnkurvengesteuerte Rastgetriebe entwickeln.

B. DIZIOGLU: Ermittlung der Reihenfolge der homologen Punkte bei der Getriebesynthese mit Hilfe der Mittelpunktkurve

Bei der Konstruktion von Kurbelgetrieben geht man meistens von der folgenden getriebesynthetischen Aufgabenstellung aus: Gegeben sind 4 endlich benachbarte Lagen eines eben beweglichen Gliedes. Gesucht werden 4 homologe Punkte dieser Lagen, die sich auf einem Kreis befinden. Der geometrische Ort der Mittelpunkte dieser Kreise ist die sogenannte Burmester'sche Mittelpunktkurve. Im Vortrag wird folgendes Problem behandelt: In welcher Reihenfolge werden die zu einem auf der Burmester'schen Mittelpunktkurve gewählten Punkt A_0 gehörenden 4 homologen Punkte auf ihrem Kreis um A_0 durchlaufen? Es wird festgestellt, daß gewisse bestimmte Punkte und der Fernpunkt der Mittelpunktkurve diese in Stücke zu gleicher Reihenfolge zerlegen. Das gleiche Ergebnis gilt auch für die zerfallenden Mittelpunktkurven. Zur Herleitung dieses Ergebnisses wird eine involutorische quadratische Verwandtschaft herangezogen.

O. GIERING: Zur Geometrie der Kreisflächen - ein Überblick

Die Geometrie der Kreisflächen beginnt mit der Arbeit von ENNEPER: "Die cyklischen Flächen" (1869). Seither sind etwa 60 Arbeiten erschienen, die sich mit Kreisflächen und verwandten Fragen befassen. Über die folgenden Themenkreise wurde unter besonderer Berücksichtigung der neueren Ergebnisse berichtet: (a) Kreisdarstellungen, die sich zur Untersuchung von Kreisflächen besonders eignen, (b) Begleitfiguren, insbesondere begleitende Geraden und ihr Zusammenhang mit der Normalenfläche einer Kreisfläche längs eines erzeugenden Kreises, (c) Flächenkurven auf Kreisflächen, (d) Konforme, kreis- und doppelverhältnistreue Abbildungen von Kreisflächen, (e) Globale Ergebnisse bei Kreisflächen, (f) Kreisflächen in nichteuklidischen, insbesondere in isotropen Räumen.

J. HOSCHEK: Paare kongruenter Kurvenscheiben

Zwanglauf von Kurvengetrieben wird durch Kraft- oder Formpaarung erreicht. Im Falle der Formpaarung werden oft zwei Kurvenscheiben (Kurve und Gegenkurve) benutzt, die starr miteinander verbunden sind. Kurve und Gegenkurve haben im allgemeinen verschiedene Gestalt. Es wird die Frage untersucht, bei welchen Bewegungsgesetzen der Doppelschieberbewegung und der Doppelschwinghebelbewegung Kurve und Gegenkurve kongruent sind und durch eine Drehung durch den konstanten Winkel γ ineinander übergehen. Methodisch führt die Fragestellung auf lineare Funktionalgleichungen. Die gefundenen Lösungskurven lassen sich geometrisch als "Kurven von konstanter Summe entsprechender Radien" oder als Fußpunktskurven von Kurven konstanter Breite oder als "Kurven von konstanter Abstandssumme entsprechender Tangenten" oder als Radlinien 2. Stufe deuten. Für die "Kurven konstanter Abstandssumme entsprechender Tangenten" gilt der Satz von BARBIER.

A. KARGER: Kinematic geometry in homogeneous spaces

General properties of motions in homogeneous spaces, properties of semisimple LIE algebras and CARTAN subalgebras. Invariants of motions in homogeneous spaces $^{G}/H$, where G is either compact or complex semisimple LIE group. Applications to the kinematic geometry in classical spaces (euclidean, affine, projective).

Chr. LÜBBERT: Die kinematischen Geradenabbildungen

Bekannt sind: die kinematische Abbildung (a) der nicht-orientierten Geraden des quasielliptischen 3-dimensionalen Raumes $\mathfrak{P}$-g_∞ auf die Punktepaare der euklidischen Ebene (BLASCHKE, GRÜNWALD), (b) der orientierten Geraden des elliptischen 3-dimensionalen Raumes $\mathfrak{P}$ auf die Punktepaare der euklidischen Einheitssphäre (HJELMSLEV, STUDY, FUBINI, CLIFFORD, BLASCHKE, H.R. MÜLLER). Hiermit lassen sich Sätze über Raumkurven und Regelflächen auf Sätze der ebenen bzw. sphärischen Kinematik übertragen und umgekehrt, da die (zulässigen) Punkte von $\mathfrak{P}$ Elemente der entsprechenden Bewegungsgruppe darstellen. In Verallgemeinerung hierzu kann man 7 Typen von projektiv-metrischen ("kinematischen") Räumen $\mathfrak{P}$ ($\dim \mathfrak{P} = n \geqslant 3$) angeben, zu denen je eine kinematische Abbildung $\varkappa$ der Geraden von $\mathfrak{P}$ auf Punktepaare einer Hyperebene $\mathfrak{H}$ von $\mathfrak{P}$ existiert. Bei 5 der 7 Typen (ausgenommen die sogen. "verallgemeinerten einfach-isotropen" Räume $\mathfrak{P} = J_1^n$ und die "Translationsräume" $\mathfrak{P} = T^n$) läßt sich $\varkappa$ sogar bijektiv definieren, wenn die zulässigen Geraden $g \subset \mathfrak{P}$ eine gewisse Ausnahmemenge Rad$\mathfrak{P}$ nicht treffen. Damit kann man wieder Sätze über Raumkurven und Regelflächen in $\mathfrak{P}$-Rad$\mathfrak{P}$ in Sätze einer metrischen Kinematik auf $\mathfrak{H}$-Rad$\mathfrak{P}$ überführen und umgekehrt.

P. MEYER: Ein Zusammenhang der Quermaßintegrale eines kinematisch erzeugten Flächenpaares

Das Volumen V' eines Bahnschlauchs Φ', der durch eine geschlossene Bewegung einer Flächenhaube Φ erzeugt wird, läßt sich nach G. KOENIGS als Moment der "KOENIGS-Schraube" $(\mathfrak{S},\bar{\mathfrak{S}})$ der Bewegung und der Flächenschraube $(\mathfrak{Z},\bar{\mathfrak{Z}})$ der Flächenhaube in der Gestalt $V' = \bar{\mathfrak{S}}\mathfrak{Z} + \mathfrak{S}\bar{\mathfrak{Z}}$ schreiben. Bilden Haube und Schlauch ein Hüllflächenpaar, so ergeben sich mit gewisser Modifikation analoge Aussagen für die übrigen Quermaßintegrale von Φ'. Hierdurch kommt ein Zusammenhang, der Reihe nach, zwischen Oberfläche F, Integrall der mittleren Krümmung M und Gesamtkrümmung C von Φ und Volumen V', Oberfläche F' und Integral der mittleren Krümmung M' von Φ' zum Ausdruck. Eine Anwendung hierzu führt auf drei "GULDINsche Regeln".

H. STACHEL: Mehrfach zerlegbare zweiparametrige ebene Bewegungsvorgänge

Zweiparametrige Bewegungsvorgänge heißen zerlegbar genau dann, wenn sie als Produkt zweier Zwangläufe darstellbar sind. Die kinematische Abbildung ordnet zerlegbaren ebenen Bewegungsvorgängen quasielliptische Schiebflächen zu. Quasielliptische Schiebnetze sind nach einem Ergebnis von Ja. P. BLANK und L. T. MOTORNYI als quasikonjugierte Cebysevnetze zu kennzeichnen. Dadurch wird es möglich, in Beantwortung einer Frage von W. BLASCHKE solche Bewegungsvorgänge zu bestimmen, die auf mehr als eine Art zerlegbar sind.

Bei der Kennzeichnung quasielliptischer Schiebnetze spielen also die quasielliptische Übertragung auf der Fläche und die von quasikonjugierten Flächentangenten gebildeten Projektivitäten eine Rolle. Deutet man diese Begriffe wieder kinematisch, so führt dies auf neue Einblicke in die lokale Differentialgeometrie zweiparametriger ebener Bewegungsvorgänge. Daraus folgt schließlich auch eine Kennzeichnung zerlegbarer ebener Bewegungsvorgänge.

J. TÖLKE: Eine affine Kennzeichnung der Ellipsenbewegung

Ausgehend von nicht parabolischen Affinbewegungen werden jene Bewegungen studiert, bei denen die Bahnaffinnormalen allgemeiner Bahnkurvenpunkte an jeder Parameterstelle kopunktal sind. Ist die Bewegung keine Affindrehung, so ist der Treffpunkt der Bahnaffinnormalen der Wendepol und die Bewegung selbst eine Ähnlichkeits- bzw. Pseudoähnlichkeitsbewegung mit einem "Kreis" als Gangpolbahn. Insbesondere gilt: Unter den flächentreuen elliptischen Affinbewegungen - die keine Affindrehungen sind - sind die Ellipsenbewegungen durch kopunktale Lage sämtlicher (allgemeiner) Bahnaffinnormalen charakterisiert. Wir heben noch hervor, daß es i. a. genau eine $S^{(m)}$-Bewegung mit kopunktalen Bahnaffinnormalen gibt. Es ist $m = 3/2$ und die Bewegung wird durch das Abrollen eines "Kreises" auf einer projektiven Lemniskate realisiert.

C.R. VELDKAMP: Ein einfacher übergeschlossener ebener Mechanismus und eine ungelöste Frage der Raumkinematik

Ein ebenes starres System S hat bei der Bewegung in seiner Ebene drei Freiheitsgrade. Diese Anzahl wird auf Null reduziert, wenn man drei Stäbe A_oA, B_oB, C_oC benutzt, die in A,B,C bzw. A_o, B_o, C_o gelenkig mit S bzw. einem Gestell G verbunden sind. Es gibt jedoch besondere Konfigurationen der Stäbe, die eine infinitesimale oder sogar kontinuierliche Bewegung von S gestatten. Kontinuierliche Bewegung ist dann und nur dann möglich, wenn bei verschiedenen A,B,C entweder die Punkte A_o, B_o, C_o zusammenfallen oder die Stäbe A_oA, B_oB und C_oC gleich lang und parallel sind. Ein Beweis dieser Behauptung stützt sich auf den

Satz: Wenn sich bei einer ebenen Bewegung drei Punkte auf Kreisen bewegen, so ist die Bewegung entweder eine dauernde Drehung oder eine Schiebung.

Für die Behandlung der analogen Frage im Raum wäre es erforderlich, wenn eine derartige Aussage über räumliche Bewegungen, bei der sich sechs Punkte auf sphärischen Kurven bewegen, zur Verfügung stehen würde. Ein solcher Satz ist jedoch bis jetzt unbekannt.

C.R. VELDKAMP: Über die "cage-plane" Bewegung

FREUDENSTEIN und SÖYLEMEZ haben kürzlich die Bewegung der Zentren untereinander gleicher Kugeln untersucht, die in rollender Berührung mit zwei parallelen Ebenen U_1^* und U_2^* sind, die sich unabhängig voneinander bewegen können (On the motion of a set of spheres between two parallel planes. Trans. ASME, vol. 97, series B, pp. 294-302, 1975). Die beiden Autoren benutzen bei dieser Untersuchung das Hilfsmittel der instantanen Invarianten. Das gibt Anleitung zu längeren, schwer durchsichtigen Formeln und deswegen müssen sie sich durchweg auf den Fall beschränken, daß eine der Ebenen U_1^*, U_2^* ruht. In diesem Vortrag wird eine vektorielle Behandlung vorgeführt, die diese unerwünschte Unsymmetrie vermeidet und darüberhinaus die Ergebnisse von FREUDENSTEIN und SÖYLEMEZ verallgemeinert.

H. Hambach (Stuttgart)