MATHEMATISCHES FORSCHUNGSINSTITUT OBERWOLFACH

T a g u n g s b e r i c h t 1/1977

Arbeitstagung Baer - Salzmann

2.1. bis 8.1.1977

Der vorliegende Bericht gibt einen Überblick über die Baer-Tagung 1977 (Leitung: H. Salzmann). Diese Tagung diente nicht nur der Mitteilung neuer wissenschaftlicher Ergebnisse, sondern gab den 39 Teilnehmern Gelegenheit, in kleinerem Kreis an gemeinsamen Problemen zu arbeiten. Daß gerade diese informellen Diskussionen von großer Bedeutung sind, wurde daran deutlich, daß in einigen Vorträgen über Ergebnisse berichtet werden konnte, in denen Gespräche und Anregungen der letztjährigen Baer-Tagung Früchte getragen hatten.

Die 24 Vorträge, die in den folgenden Auszügen geschildert werden, behandelten vorwiegend Themen aus Bereichen der Algebra und der Geometrie. Seit vielen Jahren hat Herr Professor Baer die Forschung auf diesen Gebieten angeregt.

<u>Teilnehmer</u>

1. M. Aigner, Berlin
2. R. Baer, Zürich
3. B. Beisiegel, Würzburg
4. D. Betten, Kiel
5. A. Beutelspacher, Mainz
7. S. Breitsprecher, Tübingen
8. T. Buchanan, Tübingen

Gefördert durch DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

9. K. Erdmann, Oxford
10. K. Faltings, Kaiserslautern
11. U. Felgner, Tübingen
12. B. Fischer, Bielefeld
13. R. Göbel, Essen
14. H. Groh, Darmstadt
15. H. Hähl, Tübingen
16. H.-R. Halder, München
17. H. Heineken, Würzburg
18. O. Kegel, Freiburg
19. H. Kurzweil, Erlangen
20. R. Löwen, Tübingen
21. H. Lüneburg, Kaiserslautern
22. G. Michler, Giessen
23. O. Mutzbauer, Würzburg
24. M.L. Newell, Galway
25. P. Plaumann, Erlangen
26. U. Preiser, Freiburg
27. O. Prohaska, Kaiserslautern
28. C.M. Ringel, Bonn
29. K.W. Roggenkamp, Stuttgart
30. H. Salzmann, Tübingen
31. U. Schoenwaelder, Aachen
32. N. Schwarz, München
33. B. Stellmacher, Bielefeld
34. K. Strambach, Erlangen
35. R. Strebel, Heidelberg
36. G. Strecker, Freiburg
37. C.E. Torrechante, Tübingen
38. H. Unkelbach, Mainz
39. M. Walker, Tübingen

Vortragsauszüge

M. AIGNER: Graphen auf Relationen

Sei $\mathfrak{R}$ eine Klasse von Relationen. Zu $R \in \mathfrak{R}$ assoziiert man den Graphen $G(R)$ durch $[a,b] \in K \Leftrightarrow aRb \vee bRa$. Problem: Charakterisierung der zu $\mathfrak{R}$ gehörenden Graphen. Es wird ein Überblick über einige Ergebnisse betreffend Präferenzsysteme, Intervallsysteme und Ordnungen gegeben, insbesondere eine Diskussion neuerer Resultate über Hasse-Graphen.

B. BEISIEGEL: Ultraspezielle 2-Gruppen

Eine endliche Gruppe P, $P \neq \langle 1 \rangle$, heißt semiextraspeziell (s.e.) wenn gilt: $N < Z(P)$, $|Z(P): N| = p \Rightarrow P/N$ ist extraspeziell. Ist P s.e., so ist P speziell und es gilt Rang $P' \leq \frac{1}{2}$ Rang P . Ist P s.e. mit Rang $P' = \frac{1}{2}$ Rang P , so heißt P ultraspeziell. Es wurden einige s.e. und ultraspezielle 2-Gruppen näher betrachtet, insbesondere die Gruppen $D_l(n) = (GF(2^n))^{(2l+1)}$, versehen mit Multiplikation

$$(a_i,b_i,c)(a_i',b_i',c') = (a_i+a_i',b_i+b_i',c+c'+\sum_{i=1}^{l} a_i b_i') .$$

Im Zusammenhang mit der Untersuchung einfacher Gruppen von Charackteristik-2-Typ ist die Kenntnis der Automorphismengruppen und treuen Erweiterungen von $D_l(n)$ nützlich. Sei $D := D_l(n)$, $A := \mathrm{Aut}D$, $B := \{\alpha \mid \alpha \in A, [\alpha, D'] = 1$, $C := \{\alpha \mid \alpha \in A , [\alpha, D] \subseteq D' \}$. Dann gilt $B/C = O_+(2l,q)$ mit $q = 2^n$. Ist $l \geq 2$, so zerfällt $B/\mathrm{Inn}D$ genau im Fall $q=2$ über $C/\mathrm{Inn}D$. Insbesondere existiert im Fall $l \geq 2$, $q > 2$ keine treue Erweiterung von D durch $O_+(2l,q)$.

D. BETTEN: Sind die hyperbolischen projektiven Ebenen differenzierbar?

Es wurde gezeigt, daß die topologischen projektiven Ebenen aus Salzmann Arch.Math. 13 (1962) nicht differenzierbar sind im Sinne von Betten Arch.Math. 22 (1971).

A. BEUTELSPACHER: <u>Einbettung von Teilfaserungen in Faserungen</u>

In dem endlich-dimensionalen projektiven Raum $\underline{P} = PG(d,K)$ heißt eine Menge S von t-dimensionalen Unterräumen t-Teilfaserung, falls jeder Punkt von $\underline{P}$ auf höchstens einem Element von S liegt. S heißt t-Faserung, falls jeder Punkt auf genau einem Element von S liegt. Dabei ist folgende Frage von Interesse: Kann man jede t-Teilfaserung S von $\underline{P}$ als Teilmenge in eine Faserung S' eines projektiven Raums P' einbetten? Dabei soll $\underline{P}'$ ein projektiver Raum über demselben Körper wie $\underline{P}$ sein, der $\underline{P}$ als Unterraum enthält. Eine (Teil-)Antwort auf diese Frage geben die folgenden beiden Sätze:

<u>Satz 1.</u> Ist S eine t-Teilfaserung des endlichen projektiven Raumes $PG(d,q)$ mit $t = 2^i-1$, so kann S in eine Faserung S' von $PG(D,q)$ eingebettet werden. Dabei ist $D = 2^{i+1}(d+1)-1$.

<u>Satz 2.</u> Ist S eine t-Teilfaserung von $PG(d,K)$, K unendlich, so kann S in eine t-Faserung von $PG(d+t+1,K)$ eingebettet werden.

K. ERDMANN: <u>Blöcke und einfache Moduln mit zyklischen Vertices</u>

Sei G eine endliche Gruppe und F ein Körper der Charakteristik $p > 0$. Ein Block B der Gruppenalgebra FG hat immer einen einfachen Modul, dessen Vertex die Defektgruppe $\delta(B)$ des Blocks ist (Brauer). Es gibt Blöcke B und einfache Moduln S in B mit Vertex $(S) \lneqq (B)$, z.B. die $\tilde{\mathfrak{S}}_4$ in Charakteristik 2. Ist der Vertex zyklisch, so ist dadurch schon die Struktur des Blocks bestimmt:

<u>Satz.</u> Sei B ein Block von FG. Dann sind äquivalent:

(1) B hat zyklische Defektgruppe (x).

(2) B hat einen einfachen Modul mit zyklischem Vertex (x).

K. FALTINGS: Torsion-kompakte Gruppen

Sei A eine p-primäre, p-adisch separierte abelsche Gruppe. Für jedes k sei $A[p^k]$ die Untergruppe aller $x \in A$ mit $p^k x = 0$. A heißt torsion-vollständig, falls jede der Untergruppen $A[p^k]$ vollständig bezüglich der p-adischen Metrik von A ist; die Struktur der torsion-vollständigen Gruppen ist wohlbekannt. A heißt torsion-kompakt genau dann, wenn jede der $A[p^k]$ kompakt bezüglich der p-adischen Metrik von A ist. Es wurde gezeigt, daß folgende Eigenschaften von A äquivalent sind:

(1) A ist torsion-kompakt.

(2) A ist torsion-vollständig und alle Ulm-Invarianten von A sind endlich.

(3) A ist isomorph zur Torsionsuntergruppe eines Produktes $\prod_{i=1}^{\infty} B_i$, wobei jede der Gruppen B_i eine direkte Summe endlich vieler zyklischer Gruppen der Ordnung p^i ist.

U. FELGNER: Reduzierte Produkte abelscher Gruppen

Es wurde ein Satz von Golema-Hulanicki über die Berechnung der Invarianten gewisser reduzierter Produkte abelscher Gruppen verallgemeinert und daraus der folgende Satz abgeleitet:

Sei A eine abelsche Gruppe der Kardinalität 2^{κ} und $cf(\kappa) = \omega$. Dann sind äquivalent:

(1) $A = A^{\kappa}/\mathcal{F}_{\kappa}$,

(2) A ist 2^{κ}-saturiert,

(3) A ist überhaupt reduziertes Produkt modulo verallgemeinertem Frechet-Filter $\mathcal{F}_{\kappa} = \{X \subseteq \kappa : \overline{\overline{\kappa - X}} < \kappa\}$,

(4) A ist algebraisch kompakt und die kardinalen Invarianten von A erfüllen gewisse Relationen.

Daraus wurde dann eine Klassifikation aller abelscher Gruppen G mit Horn-Theorie abgeleitet. Solche Gruppen G werden durch $G \equiv G \oplus G$ oder dadurch, daß in der zu G elementar-äquivalenten Sziemlew-Gruppe alle Invarianten 0 oder $\aleph_0$ sind, charakterisiert.

H. HÄHL: Über eine spezielle Situation bei 16-dimensionalen Translationsebenen

Bei dem Vorhaben, alle 16-dimensionalen lokalkompakten Translationsebenen mit großer Kollineationsgruppe zu klassifizieren, spielt die folgende Frage eine wichtige Rolle:

Gibt es nicht moufangsche Ebenen dieser Art, deren Kollineationsgruppe Γ auf der Translationsachse L_∞ nur Bahnen der Dimension 7 oder 8 hat?

Es wurde gezeigt, daß in einer solchen Ebene die Gruppe Γ fast zerfallende Erweiterung der Gruppe der axialen Kollineationen zur Achse L_∞ mit einer halbeinfachen Liegruppe sein muß. Damit läßt sich herleiten, daß jedenfalls unter der Voraussetzung $\dim \Gamma \geq 36$ die genannte Situation nicht auftritt; der Beweis dieser Tatsache wurde in Spezialfällen erörtert.

Weiter wurde eine Übersicht über die Ebenen skizziert, in denen die Standgruppe von Γ auf zwei sich schneidenden affinen Geraden eine mindestens 14-dimensionale kompakte Untergruppe enthält; unter der Annahme $\dim \Gamma \geq 38$ lassen sich diese Ebenen im einzelnen bestimmen. Daneben kennt man alle 16-dimensionalen lokalkompakten Lenz-Typ-V-Ebenen mit $\dim \Gamma \geq 36$.

Angesichts der damit vorliegenden Informationen kann man hoffen, allgemein alle 16-dimensionalen lokalkompakten Translationsebenen mit $\dim \Gamma \geq 38$ bestimmen zu können.

H.-R. HALDER: Über Verfeinerungen von Partitionen natürlicher Zahlen

Auf der Menge M der Partitionen von $n \in \mathbb{N}$ existiert eine natürliche Ordnungsrelation ("Feiner"-Relation). Bezüglich dieser Relation sei $f(n)$ die Anzahl aller maximalen Ketten von M . Die von P.Erdös (1975) angegebene Abschätzung $0{,}75^n \cdot n^{n/2} < f(n) < (8 \cdot \sqrt{2})^n \cdot n^{n/2}$ wird verbessert: Es gilt: $0{,}75^n \cdot n^{n/2} < f(n) < 2{,}3^n \cdot n^{n/2}$.

H. HEINEKEN: Kleine p-Gruppen mit kleinen abelschen Untergruppen

Es wurden Gruppen G mit folgenden Eigenschaften angegeben:

(1) Ist U eine abelsche Untergruppe von G, so ist $UZ(G)/Z(G)$ zyklisch,

(2) $G'=Z(G)$,

(3) $(Z(G))^p=1$,

(4) $G/G' \cong Z(G)$.

Ist zusätzlich $G^p=1$, so gibt es $\frac{1}{2}\varphi(n)$ paarweise nicht isomorphe solche Gruppen. Ist stattdessen $G^p=Z(G)$ so gibt es sehr viele paarweise nicht isomorphe Gruppen, die nur zentrale Automorphismen besitzen, für $n=5$ mehr als $\frac{1}{5}p^4$. Hierbei ist $n > 4$ der Rang von G/G'. Die Konstruktion läßt sich auch zu einer unendlichen Gruppe varriieren, die als volle Automorphismengruppe eine elementarabelsche Gruppe vom Rang n^2 hat.

R. LÖWEN: Symmetrische Ebenen

Es werden lokalkompakte zusammenhängende stabile Ebenen (also zum Beispiel: kompakte zusammenhängende projektive Ebenen und offene Teilmengen davon) untersucht, die an jedem Punkt eine Spiegelung besitzen. Für den Fall, daß die Punktmenge höchstens vierdimensional ist, werden alle solchen Ebenen bestimmt; es sind dies

(a) die affinen Translationsebenen

(b) offene Teilmengen der reellen oder komplexen projektiven Ebene, und zwar

  (b_1) die Zusammenhangskomponenten der Mengen nicht isotroper Punkte bezüglich hermiteschen Formen

  (b_2) fünf Ebenen, deren Komplement in einer Geraden enthalten ist.

Außer den nicht-desarguesschen (vierdimensionalen) Translationsebenen gibt es insgesamt 19 Ebenen der betrachteten Art. Haupthilfsmittel beim Beweis ist die Theorie der Symmetrischen Räume.

H. LÜNEBURG: Verallgemeinerte André-Ebenen, die fast noch André-Ebenen sind

Es werden Beispiele angegeben von verallgemeinerten André-Ebenen, die zwar keine André-Ebenen sind, aber wie diese eine abelsche Kollineationsgruppe A besitzen, die zwei verschiedene Punkte $P, Q \, I \, g_\infty$ und einen Punkt $O \not{I} g_\infty$ festlassen und auf der Menge der von O verschiedenen affinen Punkte auf der Geraden OW transitiv operiert.

G. MICHLER: Modulare Darstellung der einfachen Janko-Gruppe J_1

Es wurde ein Überblick über die Fragestellungen und Methoden der modularen Darstellungstheorie endlicher Gruppen gegeben. Im zweiten Teil des Vortrags wurden diese Methoden an Hand des Beispiels der einfachen Janko-Gruppe J_1 der Ordnung $|J_1| = 175560$ illustriert. Insbesondere wurde gezeigt, daß die 2-Sylowgruppen von J_1 die Vertices der einfachen 2-modularen J_1-Moduln sind. Die Ergebnisse werden in einer gemeinsamen Arbeit mit Herrn P.Landrock (Aarhus) erscheinen.

O. MUTZBAUER: Automorphismengruppen torsionsfreier abelscher Gruppen des Ranges 2

Für die Automorphismengruppen einer unzerlegbaren torsionsfreien abelschen Gruppe G des Ranges 2, die keine zerlegbare Untergruppe von endlichem Index enthält, gilt:

$$\mathrm{Aut}\, G \cong Z(m) \oplus F$$

mit einer zyklischen Gruppe der Ordnung $m = 2,4$ oder 6 und einer freiabelschen Gruppe F. Die Zahl m wird für alle torsionsfreien abelschen Gruppen des Ranges 2 bestimmt.

M.L. NEWELL: Normal- und Potenzendomorphismen einer Gruppe

Ein Endomorphismus ϑ einer Gruppe G heißt normal, wenn mit allen inneren Automorphismen von G vertauschbar ist;

Gefördert durch DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

und ϑ heißt ein Potenzendomorphismus, wenn er jede Untergruppe von G in sich selbst abbildet. Es wurde gezeigt, daß jeder Potenzendomorphismus normal ist.

C.M. RINGEL: Die unzerlegbaren Darstellungen der Quaternionengruppen

Ist G eine endliche p-Gruppe, k ein Körper der Charakteristik p, so weiß man schon länger, daß sich die unzerlegbaren kG-Moduln höchstens dann klassifizieren lassen, wenn G eine zyklische, Dieder-, Semidieder-, oder Quaternionengruppe ist. Im Falle einer zyklischen Gruppe gibt es nur endlich viele unzerlegbare Moduln, die Moduln über einer Diedergruppe entsprechen gerade den Paaren von Endomorphismen a, b von einem Vektorraum mit $a^2 = b^2 = 0$, sie wurden vollständig von Bondarenko und dem Autor klassifiziert, dabei treten als Typen Fäden und Bänder auf. Eine ähnliche Klassifikation kann in den beiden bisher noch offenen Fällen gegeben werden: es treten Fäden, Bumerangs, Doppelbumerangs, Bänder und (im Fall der Quaternionengruppen) Blumen auf. Der Beweis ist wie im Diederfall effektiv, und gestattet, einen vorgegebenen Modul explizit in seine unzerlegbaren Summanden zu zerlegen. Konstruiert wird dabei eine geeignete Filtrierung des Vergissfunktors Modul $\mapsto$ Vektorraum.

K.W. ROGGENKAMP: Unzerlegbare Darstellungen von Ordnungen via Graphen

(Zusammenarbeit mit C.M. RINGEL)

Sei R ein vollständiger Bewertungsring mit Quotientenkörper K und Λ eine R-Ordnung in einer halbeinfachen K-Algebra A. $N(\Lambda)$ bezeichne eine vollständige Menge nicht isomorpher unzerlegbarer Λ-Gitter.

Satz 1. Falls $N(\Lambda)$ unendlich ist, gibt es eine unendliche Kette unzerlegbarer Λ-Gitter $M_0 \subset M_1 \subset \dots \subset M_i \subset M_{i+1} \subset \dots$ mit $M_{i+1}/M_i \simeq M_0$.

Gefördert durch DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

Sei Λ eine Bäckström-Ordnung, i.e. es gibt eine erbliche R-Ordnung Γ in A mit $\Lambda \subset \Gamma$ und rad Λ = rad Γ = I .

Nach Morita-Äquivalenz kann man annehmen $\Lambda/I \simeq \prod_{i=1}^{s} F_i$ und

$\Gamma/I \simeq \prod_{i=s+1}^{t} (F_i)_{n_i}$ wobei F_i Schiefkörper sind.

Für $s + 1 \leq j \leq t$ sei S_j ein einfacher Γ-Modul mit Endomorphismenring F_j und sei ${}_iS_j = F_i \otimes_\Lambda S_j$ und d_{ij} = $= \dim_{F_i}({}_iS_j)$, $d'_{ij} = \dim({}_iS_j)_{F_j}$. Für $i > s$ und $j \leq s$ sei $d_{ij} = d'_{ij} = 0$. Damit erhält man einen bewerteten Graphen G .

<u>Satz 2</u>: (i) $N(\Lambda)$ ist genau dann endlich, wenn G ein Dynkin-Diagramm ist. $N(\Lambda)$ steht in Bijektion zu den nicht einfachen positiven Wurzeln von G .

(ii) Falls G ein erweitertes Dynkin-Diagramm ist, kann $N(\Lambda)$ klassifiziert werden.

H. SALZMANN: <u>8-dimensionale Ebenen</u>

Es sei $\mathcal{P}$ eine topologische projektive Ebene mit kompakter Punktmenge P , so daß $4 < \dim P < 14$. Dann ist jede Gerade L homotopie-äquivalent zur 4-Sphäre, $\dim L = 4$, und P hat die Homologie der Quaternionen-Ebene. Jeder Automorphismus von $\mathcal{P}$ hat dann einen Fixpunkt und eine Fixgerade, und jede abgeschlossene 8-dimensionale Teilmenge von C enthält innere Punkte. Vertauschbare Involutionen stimmen überein, wenn sie die gleichen Fixpunkte haben. Die Standgruppe ∇ eines Dreiecks hat eine Dimension ≤ 11 , und $\dim \nabla = 11$ hat zur Folge, daß die Wirkung von ∇ äquivalent zur Wirkung im Fall der Quaternionen-Ebene ist. Es sei Δ eine zusammenhängende Untergruppe der (lokalkompakten) Gruppe Σ = Aut $\mathcal{P}$.

<u>Hauptsatz</u>: Ist $\dim \Delta > 20$, so ist $\mathcal{P}$ desarguessch.

$\dim \Delta \geq 20 \Longrightarrow Z(\Delta) = 1$, $\dim \Delta \geq 18 \Longrightarrow \Delta$ ist Liegruppe.

N. SCHWARTZ: Verbandsgeordnete Körper

Sei K ein verbandsgeordneter Körper (d.h. die additive Gruppe ist eine Verbandsgruppe und der positive Kegel ist abgeschlossen unter Multiplikation). Sei K archimedisch und $1 > 0$. Dann gibt es einen größten Unterkörper L , der bzgl. der induzierten Ordnung total geordnet ist. Sei K/L algebraisch.

Satz: Die Verbandsordnung auf K ist fortsetzbar zu einer totalen Ordnung.

Sei X der Boolesche Raum $G(\bar{K}/L)/G(\bar{K}/K)$ ($\bar{K}$: algebraischer Abschluß von K, $G(X/Y)$: Galoisgruppe von X über Y) . Dann läßt K sich in natürlicher Weise einbetten in

$\prod^* = \{f \in \prod_{x\in X} K_x \mid f \text{ stetig}\}$ ($K_x = \mathbb{R}$ oder $\mathbb{C}$ je nachdem, ob K von x in $\mathbb{R}$ oder $\mathbb{C}$ eingebettet wird).

Sei $f_x : \prod^* \longrightarrow K_x$ die Auswertung an der Stelle $x \in X$.

$N: \prod^* \longrightarrow \mathbb{R} : f \longmapsto \max\{\,|f(x)| \mid x \in X\}$ ist eine Norm auf $\prod^*$.

Betrachte:

(1) $\exists\, x \in X: K_x = \mathbb{R}$ und $f_x^{-1}(0) \cap \overline{P_K} = \{0\}$. ($\overline{P_K}$ ist der topologische Abschluß des positiven Kegels P_K von K in $\prod^*$.)

(2) $\exists\, x \in X: K_x = \mathbb{R}$ und $\overline{P_K} \cap f_x^{-1}(1) \subseteq N^{-1}(1)$.

(3) Als Verbandsgruppe ist $K = \sum_{i\in I} La_i$ (Kardinalsumme).

(4) Gerichtete Unterkörper sind verbandsgeordnet.

(5) Die Verbandsordnung ist eindeutig zu einer totalen fortsetzbar.

(6) Die Quotientenordnung $Q_K = \{p/q \mid p,q \in P_K,\ q \neq 0\}$ ist total.

Satz: Ist $[K:L] < \infty$, so gelten (1) - (6).

Satz: Ist $[K:L] = \infty$, so ist $(1) \Leftrightarrow (2) \Leftrightarrow (3) \Leftrightarrow (4) \Rightarrow (6) \Rightarrow (5)$.

Satz: Ist $[K:L] = \infty$, K/L Galois, $\overline{P_K}$ eine teilweise Ordnung, so sind (1) - (6) äquivalent.

K. STRAMBACH: <u>Der von Staudtsche Standpunkt in lokalkompakten Geometrien</u>

Es wurden alle lokalkompakten Geometrien bestimmt, die eine lokalkompakte Gruppe von Projektivitäten eines Blocks auf sich haben.

R. STREBEL: <u>Endlich präsentierbare auflösbare Gruppen</u>

Ich habe über eine gemeinsame Arbeit mit Robert Bieri (Freiburg i.Brg.) berichtet, deren Hauptergebnis lautet:

<u>Satz:</u> Es seien G eine endlich präsentierbare Gruppe, welche keine nicht-abelsche freie Untergruppe enthält, $N \triangleleft G$ ein Normalteiler mit unendlich zyklischer Faktorgruppe und $t \in G \setminus N$ ein Element, welches ein Komplement von N erzeugt. Dann gibt es in N eine <u>endlich erzeugte</u> Untergruppe B, welche zusammen mit t die Gruppe G erzeugt, und entweder beim Konjugieren mit t oder mit t^{-1} in sich hinein abgebildet wird.

Aus diesem Satz fließt beispielsweise, daß eine relativ freie Gruppe in einer Varietät $\underline{\underline{V}} \neq \underline{\underline{O}}$ mit $\underline{\underline{A}}_p \cdot \underline{\underline{A}} \subseteq \underline{\underline{V}}$ nur dann endlich präsentierbar ist, wenn die Gruppe zyklisch ist. (Dabei ist $\underline{\underline{A}}_p \cdot A$ die Klasse aller Erweiterungen einer elementar abelschen p-Gruppe durch eine abelsche Gruppe.)

G. STRECKER: <u>Chevalley-Gruppen über lokalen Ringen</u>

Sei R lokaler Ring. Die Gruppen $PSL_l(R)$, $PSp_{2l}(R)$, $P\Omega_{2l}(R,f_1)$, $P\Omega_{2l+1}(R,f_2)$, $PSU_{l+1}(R, f_3)$ $(l \geq 2)$ lassen sich mit Chevalleygruppen über R identifizieren (f_1, f_2 bzw. f_3 sind quadratische bzw. hermitsche Formen, die wie im Fall, daß R Körper ist, gewählt werden). Mit Hilfe dieser Darstellung kann man nachweisen, daß diese Gruppen (BN)-Paare besitzen. Die Automorphismen dieser Gruppen lassen sich ohne Einschränkung von Charakteristik und Dimension beschreiben. Außerdem kann man sämtliche Normalteiler dieser Gruppen (bis auf einige "kleine" Fälle) bestimmen.

H. UNKELBACH: Scharf 2-fachtransitive Mengen

Sei V ein Vektorraum der Dimension n über $GF(p)$, p Primzahl, und sei Z Singerzyklus in $GL(n,p)$. Bekanntlich ist $\mathbb{N}(Z) = Z\cdot\langle\alpha\rangle$ mit $|\langle\alpha\rangle| = n$. Für $a \in \langle\alpha\rangle$ setzt man $\mathbb{C}_Z(a) = Z_0$ und $Z = Z_0 \cdot Z_1$. Ist $1 \neq \mathbb{C}(a) \neq Z$, so definiert man für jede Abbildung von $Z_0 \longrightarrow \langle a\rangle$ mit $z_0 \longrightarrow a_{z_0}$ und $1 \longrightarrow a_1 = 1$, $\langle a_{z_0} \mid z_0 \in Z_0\rangle = \langle a\rangle$ eine Menge

$M = \bigcup_{z_0 \in Z_0} z_0 Z_1 a_{z_0}$. Dann ist für $a_{z_0} = a$ für alle $z_0 \in Z_0 \setminus \{1\}$ oder $(|a|, |Z_0|) = 1$ die Menge M scharf transitiv auf $V \setminus \{0\}$. Nach einem Satz von Witt-Hall gibt es dann eine projektive Ebene der Ordnung p^n. Die so definierten Ebenen sind verallgemeinerte André-Ebenen.

M. WALKER: Perspectivities in Irreducible Collineation Groups of Finite Projective Planes

The following problem (joint work with Christoph Hering) was discussed. Given a strongly irreducible collineation group G containing a non-trivial perspectivity α of a finite projective plane $(\mathcal{P}, \mathcal{L})$, to what extent does the (necessarily unique) minimal normal subgroup M of G determine the structure of $(\mathcal{P}, \mathcal{L})$? For certain "classical" isomorphism types for M, in particular, $M \cong L_3(q)$ with $q \neq 2$ and $M \cong U_3(q)$ with q odd and α an elation, the plane $(\mathcal{P}, \mathcal{L})$ was shown to be desarguesian.

Thomas Buchanan

(Tübingen)

Gefördert durch
DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft