

MATHEMATISCHES FORSCHUNGSINSTITUT OBERWOLFACH

Tagungsbericht 1/1978

Mathematische Theorien der Fluide

2.1. - 5.1.1978

Die Tagung, die unter der Leitung von W. Bürger (Karlsruhe) und I. Müller (Paderborn) stand, befaßte sich mit Rheologie im weiteren Sinne. Die Schwerpunkte waren durch die Themenkreise

- (1) Phänomenologische Rheologie,
- (2) Kinetische Theorie der Polymere,
- (3) Verformungsinduzierte Phasenübergänge

gesetzt.

Einen breiten Raum nahm die Entwicklung mathematischer Modelle für technisch wichtige Vorgänge (Strömungen von Polymerlösungen, Fließvorgänge in flüssigen Kristallen, Deformationsverhalten von Materialien mit Formerinnerungsvermögen u.a.) ein. Dabei wurden die engen Beziehungen zwischen den physikalischen Grundlagen, der Behandlung von Problemen mit den Mitteln der Angewandten Mathematik und den experimentellen Methoden und Ergebnissen offenkundig. Die zunehmende technische Bedeutung von Materialien mit nichtlinearen oder zeitabhängigen Stoffgesetzen und die Notwendigkeit, große Verformungen zu untersuchen, bei denen thermodynamische Zustandsänderungen eine wesentliche Rolle spielen können, erfordert ein Zusammenwirken der verschiedenen Disziplinen. Nur auf diese Weise wird es möglich sein, die Vielzahl der Phänomene und Stoffeigenschaften zu ordnen und theoretisch zu beherrschen.

./.

Die Veranstaltung entwickelte sich zu einem interdisziplinären Arbeitsgespräch zwischen Physikern, Mathematikern und Ingenieuren und fand unter den Teilnehmern einen so lebhaften Anklang, daß eine neuerliche Tagung über diese Themenkreise in etwa zwei Jahren gewünscht wird.

Der für die Treffen in Oberwolfach schon traditionelle Ausflug führte auf die Burg Hornberg, wo die Teilnehmer über das "Hornberger Schießen" aufgeklärt wurden. Dank des winterlichen Wetters klang die Tagung mit einer allgemeinen Schneeballschlacht aus.

Die Organisatoren der Tagung danken der Leitung des Mathematischen Forschungsinstituts für die Gelegenheit, in der anregenden Atmosphäre in Oberwolfach über den gegenwärtigen Stand und die Weiterentwicklungen dieses Forschungsgebietes zu diskutieren.

#### Teilnehmer

T.Alts, Berlin	E.Kröner, Stuttgart
F.Baumgart, Essen	S.Krozer, Darmstadt
W.Bürger, Karlsruhe	R.Langner, Karlsruhe
P.K.Currie, Dublin (Irland)	J.Lenz, Karlsruhe
F.Falk, Paderborn	F.M.Leslie, Glasgow (Großbritannien)
E.J.Hinch, Cambridge (Großbritannien)	H.Lippmann, München
K.Hutter, Zürich (Schweiz)	I.Müller, Paderborn
S.Irmay, Haifa (Israel) z.Z. Karlsruhe	R.Takserman-Krozer, Stuttgart
	U.Zerwas, Karlsruhe

./.

## Vortragsauszüge

### T.ALTS: Über die Energieelastizität des Kautschuks

Aus isothermen einachsigen Zugversuchen an gutvernetztem Kautschuk ist wohlbekannt, daß das thermo-mechanische Verhalten des Kautschuks selbst bei kleinen bis mittleren Deformationen unterhalb des Auftretens von Dehnungs-kristallisation nicht mit der reinen Entropieelastizität erklärt werden kann. Vielmehr ist ein deformationsabhängiger Anteil in der inneren Energie erforderlich zur quantitativ richtigen Beschreibung der in den Zugversuchen abgegebenen Wärme. Dieser wird unter den folgenden vier Annahmen berechnet:

- 1) Das Spannungs-Deformationsverhalten von Kautschuk ist ideal thermoelastisch bis zu mittleren Deformationen.
- 2) Kautschuk ist isotrop und
- 3) inkompressibel bei konstanter Temperatur, besitzt jedoch
- 4) eine thermische Volumenausdehnung.

Der unter diesen Annahmen berechnete energieelastische Anteil gestattet eine ausgezeichnete Beschreibung der Experimente. Darüberhinaus kann er zur Eingrenzung des Gültigkeitsbereiches der Thermoelastizitätstheorie für die Materialbeschreibung des Kautschuks herangezogen werden.

### F.BAUMGART: Memory-Legierungen, Eigenschaften und Ansätze zur Beschreibung des Materialverhaltens

Memory-Legierungen nehmen nach einer bleibenden Verformung und anschließendem Erwärmen auf bestimmte Temperaturen ihre ursprüngliche Gestalt wieder an. Dies kann für thermisch aktivierbare Mechanismen, aber auch für die quasi-kontinuierliche Energieumwandlung ausgenutzt werden. Ergebnisse von Experimenten werden mitgeteilt. Ansätze für eine phänomenologische Beschreibung des Materialverhaltens werden benutzt, um für einfache Vordeformationszustände die Bewegungen bei Temperaturänderungen quantitativ erfassen zu können.

W.BÜRGER: A remark on periodic flows in simple fluids

For motions of continuous media such that the deformation history at a material particle is periodic with respect to the reference time, it is proved that the history of the relative deformation gradient can be decomposed into an exponential history modulated by an oscillatory history. The decomposition is applied to simple fluids, and it is shown that the constitutive functional reduces to an ordinary function of the coefficients of the Fourier expansion of the oscillatory part. For restricted classes of periodic motions defined by a finite number of Fourier terms of the deformation history the stress tensor in a simple fluids is thus determined by a function of a finite number of tensorial parameters which are periodic functions of the reference time.

P.K.CURRIE: Shear flows of liquid crystals

An introduction to the Leslie-Ericksen theory for liquid crystals is given. It is shown how in certain cases the theory can be simplified by the inclusion of Onsager reciprocal relations and the adoption of reasonable approximations. Explicit predictions in shearing flows follow from the resulting equations, and these agree well with experimental observations.

F.FALK: Ein feldtheoretischer Zugang zu Defekten in Polyäthylenschmelzen

Es wird ein allgemeines feldtheoretisches Konzept zur Behandlung von Spannungszuständen in komplizierten geordneten Systemen vorgestellt. Das Vorgehen wird anhand der Polyäthylenschmelze im Rahmen des Mäandermodells erläutert. Die zugehörige Feldtheorie ist die eines Bündels strukturloser Linien. Die statischen Feldgleichungen werden linearisiert und für Stufenversetzung und Kinke werden Ergebnisse der Rechnungen gezeigt. Die Wechselwirkungskräfte zwischen den Defekten werden veranschaulicht und stabile Gleichgewichtslagen der Defekte relativ zueinander angegeben

E.J.HINCH: Flow of polymer solutions

In strong stretching flows it is suggested that randomly coiled macromolecules in dilute solutions become significantly extended. To investigate this extended state four models (the bead and spring dumb-bell, the elastic ellipsoid, a transversely diffusing thread, an elastic rod) have been considered which show the importance of the inextensibility of the polymer chain and the variation of a friction coefficient with extension. The rheological consequences of these processes are then explored in an appropriately modified dumb-bell: a dilute solution is predicted to have a high extensional viscosity but a low shear viscosity, a stress hysteresis, and a slow stress relaxation. The dynamics of dilute polymer solutions with this novel rheology has been explored in some simple stretching flows - the stretching of a column, spinning, and the collapse of a spherical cavity. These simple flows show that 1) the polymers do not start to extend until the strain rate exceeds a critical value, 2) the polymers only effect the dynamics if they have been extending for a sufficient time, and 3) when they do effect the dynamics they severely reduce the strain rates.

K.HUTTER: Instationäres Strömen von Wasser in intraglazialen Kanälen

Es ist bekannt, daß alpine Gletscher interne wasserführende Kanäle aufweisen. Das turbulente Strömen in solchen Kanälen kann mit einer klassischen hydraulischen Theorie deshalb nicht behandelt werden, weil (i) der Überlagerungsdruck stets zum Schliessen der Kanäle beiträgt und (ii) die Reibungsenergie das temperierte Eis an der Kanalwand abschmilzt. Wie kann eine hydraulische Theorie des instationären turbulenten Strömens formuliert werden, die diesen Phänomenen Rechnung trägt? Der Vortrag gibt eine Antwort darauf.

./.

S.IRMAY: Possible mechanisms of drag reduction in turbulent flow of dilute polymer solutions and increased resistance in flow in porous media

1. In turbulent pipe flow there exist at a point mean accelerations or forces acting on fluid particles, as computed from the averaged Navier-Stokes equations and experimental data (e.g. Laufer's). There exist both transverse and axial mean accelerations, the latter almost constant at the core ( $= gJ$ ,  $J =$  piezometric gradient), and highly negative ( $\approx 100 g$  at  $Re = 60.000$ ) in the transition or 'burst' layer near the wall. The resulting turning moment explains rolling as 'bed-load' motion of entrained particles and transverse diffusion. This may contribute to the drag reduction in dilute polymer solutions. The negative accelerations are then reduced and extend over a larger zone.

2. Experiments on silting of filters by non-colloidal fines show increased resistance due, among other causes, to bridging of larger pores by fines, either vertically (by gravity) or laterally (by hydrodynamic bridging). It is suggested that such bridging by tenuous polymer threads forming a web, may contribute to drag increase.

E.KRÖNER: Statistisches Modell verdünnter Polymerlösungen

Es wird diskutiert, wie die nichtlinearen und anisotropen hydrodynamischen Konstitutivgleichungen von Polymeren in verdünnter Lösung aus einigen wenigen Materialparametern berechnet werden können. Das Kettenmolekül wird modellmäßig als System von  $N+1$  Kugeln aufgefaßt, die durch elastische Federn verbunden sind und außer den Federkräften noch den Reibungskräften und den Kräften der Brownschen Bewegung im Lösungsmittel unterliegen. Unter Vernachlässigung von Trägheitskräften wird die Bewegung vieler gleichartiger Systeme (Ensemble) auf einen  $3(N+1)$ -dimensionalen Phasenraum abgebildet. Die zugehörige stationäre Liouvillegleichung wird näherungsweise durch eine Grobkorngleichung ersetzt und

diese in einer Näherung gelöst, die noch die Oseenschen hydrodynamischen Wechselwirkungen in erster Ordnung erfaßt. Mit Hilfe der so erhaltenen Phasenraumdichte können die Erwartungswerte des Spannungstensors als Funktion des Geschwindigkeitsgradienten dargestellt werden, womit die Konstitutivgleichungen in der genannten Näherung ermittelt sind. Die Theorie erlaubt, außer den rheologischen Eigenschaften auch die rheooptischen, dielektrischen und magnetischen Eigenschaften der verdünnten Polymerlösungen zu berechnen.

F.M.LESLIE: Some aspects of continuum theory of nematic liquid crystals

Liquid crystals are anisotropic liquids, their anisotropy commonly stemming from the elongated structure of their constituent molecules. The last decade has seen significant developments in our understanding of flow phenomena in these unusual liquids, particularly in those of the nematic type. To a considerable extent this has been due to the emergence of a continuum theory capable of describing their physical properties tolerably well. The first part of this talk, therefore, briefly reviews the theory proposed by Ericksen and Leslie, which adds to the usual hydrodynamic description a further variable to describe the local anisotropy and in addition introduces associated generalised forces. Our presentation seeks to clarify certain aspects of their formulation. The second part of the talk goes on to discuss some of the more interesting predictions of the theory. Topics covered include the novel viscometric behaviour of these liquids with some account of related hydrodynamic instabilities and secondary flow effects. Also, we briefly describe striking thermal effects, Benard convection occurring by heating from above! Lastly, there is a discussion of a transient phenomenon of some practical interest, which illustrates rather well the fascination of such flow problems. Perhaps uniquely for a theory of structured continua, these theoretical studies have been made in parallel with relevant experimental investigations. In all cases, agreement between theory and

experiment is reasonably good, with the result that the theory is now rather well established.

I.MÜLLER: Ein Modell für ein Material mit Formerinnerungsvermögen

Man kann sich einen plastischen Körper als eine Gesamtheit von Sprungfedern darstellen, die eine nichtlineare Last-Deformations-Kurve mit einer Instabilität besitzen. Eine statistisch mechanische Theorie dieses Modells gestattet die qualitative Beschreibung des Verhaltens von Körpern mit Formerinnerungsvermögen.

R.TAKSERMAN-KROZER: Eine statistische Theorie des Fließverhaltens von kondensierten amorphen Polysystemen

Es wird die Anwendung der Methoden der statistischen Physik zur Beschreibung des Fließverhaltens konzentrierter Polymerlösungen, Schmelzen und Gele diskutiert.

Allgemeine Gleichungen werden angegeben und das Netzwerkmodell als Molekularmodell wird definiert. Es wird ausführlich über "zeitweilige" (temporary) Netzwerke und die Dynamik ihrer Knotenbildung gesprochen. Die zeitabhängige Konzentration der Knoten und die Geschwindigkeit von deren Produktion (Zerfall und Aufbau) werden mit Hilfe der Thermodynamik und Reaktionskinetik berechnet.

J. Lenz (Karlsruhe)