MATHEMATISCHES FORSCHUNGSINSTITUT OBERWOLFACH

T a g u n g s b e r i c h t 13/1978

ALGEBRAISCHE ZAHLENTHEORIE

27.3. BIS 1.4.1978

Die starke Beteiligung an der letzten Tagung im August 1977 ließ den Wunsch nach jährlichem Turnus der Zahlentheorie-Tagung aufkommen. Zur diesjährigen Tagung konnten die Tagungsleiter Prof. Dr. W. Jehne, Prof. Dr. H.W. Leopoldt und Prof. Dr. P. Roquette 43 Teilnehmer aus dem In- und Ausland begrüßen. In ausführlichen Übersichtsreferaten und Originalmitteilungen wurde über die neueren Entwicklungen der algebraischen Zahlentheorie vorgetragen.

T e i l n e h m e r

Bayer, P., Regensburg
Becker, E., Köln
Brunotte, H.,Essen
Ennola, V., Turku
Frey, G., Saarbrücken
Fröhlich, A., London
Geyer, W.-D., Erlangen
Greiter, G., München
Halter-Koch, F., Essen
Henn, P., Saarbrücken
Henn, W., Karlsruhe
Jacobinski, H., Göteborg
Jehne, W., Köln
Kani, E., Heidelberg
Klingen, J., Köln
Klingen, N., Köln
Leicht, J., Heidelberg
Leopoldt, H.W., Karlsruhe
Leutbecher, A., München
Martens, G., Erlangen
Matzat, B.H., Karlsruhe
Metsänkylä, T., Turku
Morita, Y., Bonn
Neubrand, M., Bonn
Neukirch, J., Regensburg
Perlis, R., Bonn
Rehm, H.P., Karlsruhe
Roquette, P., Heidelberg

Schertz, R., Köln
Schmidt, C.-G., Saarbrücken
Schneider, P., Regensburg
Stender, H.-J., Köln
Tamme, G., Regensburg
Transier, R., Heidelberg
Trinks, W., Karlsruhe

Vortragsauszüge

G. FREY: Torsionspunkte auf elliptischen Kurven über Zahlkörpern

Für endliche algebraische Zahlkörper K werden gewisse Axiome für die Invarianten j_i zweier elliptischer Kurven E_i, die über K definiert sind, aufgestellt, die erfüllt sein müssen, falls E_1 zu E_2 isogen ist und der Grad der Isogenie hinreichend groß ist. Mit Hilfe dieser Axiome können Endlichkeitsaussagen für $|X_o(N)(K)|$ (N hinreichend groß) und für die Anzahl der über K definierten elliptischen Kurven mit Torsionspunkten großer Ordnung, die K-rational sind, gemacht werden. Verifiziert werden können die Axiome für $K = \mathbb{Q}$ mit Hilfe der Arbeit von B. Mazur: "Modular curves and the Eisenstein Ideal", die grob skizziert wurde.

F.HALTER-KOCH: Große Faktoren in der Klassengruppe algebraischer Zahlkörper

Ist K ein algebraischer Zahlkörper vom Grade n und gibt es t in K vollverzweigte Primzahlen, so hat die Klassengruppe von K einen zu $(\mathbb{Z}/n\mathbb{Z})^{t-\delta(n)}$ isomorphen Faktor, wobei $\delta(n)$ eine nur von n abhängige natürliche Zahl ist. Ferner wird gezeigt: Zu jedem $n \geq 3$ gibt es eine endliche Menge P(n) von Primzahlen derart, daß für alle $l \notin P(n)$ gilt: Es gibt unendlich viele algebraische Zahlkörper vom Grad $n(l-1)$ (prim zu l), deren Klassengruppen einen zu $(\mathbb{Z}/l\mathbb{Z})^{n-1}$ isomorphen Faktor besitzen.

C.-G.SCHMIDT: Größencharaktere und Relativklassenzahl abelscher Zahlkörper

Es sei K ein absolut-abelscher Zahlkörper, $\mathcal{L}^*_K$ die Gruppe derjenigen Idealklassen von K, deren Relativnorm nach dem maximal-reellen Teilkörper $K_o = K \cap \mathbb{R}$ in die Hauptklasse fällt, Q^*_G eine gewisse von der Galoisgruppe $G(K/\mathbb{Q})$ abhängige nichtverschwindende Konstante und Q der Einheitenindex von K. Ferner sei $\mathcal{g}_m(A_o)$ die Gruppe aller

Größencharaktere vom Weilschen Typ A_o in K mit hinreichend großem Erklärungsmodul $\mathfrak{m}$ und $\mathcal{H}_{\mathfrak{m}}^{K}$ eine aus geeigneten Gauß -Summen-Kombinationen entstehende Untergruppe von $\mathcal{J}_{\mathfrak{m}}(A_o)$. In Verallgemeinerung eines Ergebnisses von Iwasawa über die Relativklassenzahl $h_K^* = |\mathcal{L}_K^*|$ eines Kreiskörpers von ungeradem Primzahlpotenzführer wird für beliebiges K die Formel

$$h_K^* \cdot \frac{Q_G^*}{Q} = (\mathcal{J}_{\mathfrak{m}}(A_o) : \mathcal{H}_{\mathfrak{m}}^{K})$$

angegeben in Analogie zu Leopoldts Darstellung der Klassenzahl eines reellen abelschen Zahlkörpers als Kreiseinheitenindex.

H. P.REHM: <u>Relationen zwischen Idealklassengruppen</u>

Der Satz von Nehrkorn (1933) - Walter (1976-8) stellt eine nur von der Galoisgruppe abhängige Isomorphierelation auf zwischen den p-Klassengruppen aller Teilkörper einer galoisschen Zahlkörpererweiterung K/k, wenn $p \nmid (K:k)$. Die in dieser Relation auftretenden ganzzahligen Exponententupel $\alpha = (\alpha_H)$, wo H die Untergruppen der Galoisgruppe G von K/k durchläuft, lassen sich bei gegebenem G mit linearer Algebra aus dem Untergruppenverband ausrechnen. Als Beispiel wurde ein optimaler Relator zur Gruppe A_5 über $\mathbb{Q}$ angegeben, in dem obige p-Klassengruppe eines Teilkörpers vom Grad 10 direkte Summe der p-Klassengruppen von Teilkörpern vom Grad 5 und 6 ist, und ein Relator, in dem sich die p-Klassengruppe von K (Grad 60) durch solche eines Teilkörpers je vom Grad 5,6 und 12 (quadratischer Körper über einem vom Grad 6) beschreibt. Allgemein kann man die Gruppen angeben, die keinen Relator obiger Art gestatten, der bis zu K reicht ("pseudozyklische Gruppen"), sowie ein Eliminationstheorem beweisen, das Körpermengen angibt, die in einem nach K reichenden Relator entfallen können (und das für abelsche Gruppen besagt, daß nur über k zyklische Körper gebraucht werden). Abschließend wurde skizziert, wie in speziellen Gruppen gelegentlich Aussagen über p mit $p|(K:k)$ erhalten werden (Scholz, Jehne, Walter).

G. TAMME: ℓ-adische Zetafunktionen nach Iwasawa

Sei k ein endlich algebraischer Zahlkörper. Sei ℓ eine Primzahl $\neq 2$. Sei $K = k(\mu_{\ell^\infty})$ der durch Adjunktion aller ℓ-Potenz-Einheitswurzeln an k entstehende Körper. Sei $C = \mathrm{Pic}(\mathcal{O})$ die Divisorenklassengruppe von K und $A = C(\ell)$ die ℓ-primäre Komponente von C. A heißt die ℓ-Klassengruppe von K. Man bildet den Tate-Modul $T_\ell(A) = \varprojlim A_{\ell^n}$ von A. Nach der Iwasawa-Theorie ist $T_\ell(A)$ ein freier $\mathbb{Z}_\ell$-Modul vom Rang λ, wobei λ die Iwasawa'sche Invariante der zyklotomischen $\mathbb{Z}_\ell$-Erweiterung $k(\mu_{\ell^\infty})/k(\mu_\ell)$ bedeutet. Sei χ der kanonische Charakter von K/k, d.h. der Charakter der ℓ-adischen Darstellung $G = \mathrm{Gal}(K/k) \to \mathrm{Aut}_{\mathbb{Z}_\ell}(\mathbb{Z}_\ell(1))$, wobei $\mathbb{Z}_\ell(1) = \varprojlim \mu_{\ell^n}$ ist. Sei γ eine topologische Erzeugende von $\Gamma = \mathrm{Gal}(k(\mu_{\ell^\infty})/k(\mu_\ell))$ und $\chi(\gamma) = q$. Dann heiße die auf $\mathbb{Z}_\ell$ bis auf eventuell einen einfachen Pol in $s = 1$ definierte Funktion

$$\zeta_I(s) = \frac{\ell^\mu \det(1-\gamma q^{-s}, V_\ell(A))}{1-q^{1-s}}$$

die Iwasawa'sche Zetafunktion. Hierbei ist μ die Iwasawa'sche μ-Invariante von $k(\mu_{\ell^\infty})/k(\mu_\ell)$ und $V_\ell(A) = T_\ell(A) \otimes_{\mathbb{Z}_\ell} \mathbb{Q}_\ell$. Es werden Eigenschaften von $\zeta_I(s)$ beschrieben und eine Reihe von Problemen über $\zeta_I(s)$ genannt.

J. NEUKIRCH: On values of Zeta functions and ℓ-adic Euler-characteristics

The values of the Zetafunction $\zeta_K(s)$ of a totally real number field K on the negative integers $s = -n$ are, by a theorem of Siegel, rational numbers. S. Lichtenbaum has made the remarkable conjecture that, for every odd prime ℓ, the ℓ-adic absolute values $|\zeta_K(-n)|_\ell$ can be expressed as etal Euler characteristics of the scheme $X = \mathrm{Spec}(\mathcal{O}) - \{\text{points above } \ell\}$.

Gefördert durch DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

The purpose of this talk was to present a theory in which the Lichtenbaum conjecture is seen to be a natural analogue of a formula which can be proved for the zeta function $\zeta_X(s)$ of an algebraic scheme X over a field $\mathbb{F}_q$. The proof of this formula relies essentially on Grothendieck's cohomological interpretation

$$\zeta_X(s) = \prod_i \det(1-\varphi^* q^{-s};\ H^i_!(\bar{X},\mathbb{Q}_\ell))^{(-1)^{i+1}}$$

of the zeta function.
In the case of number fields the Lichtenbaum conjecture is based on two theories, on Leopoldt's and Kubota's theory of ℓ-adic zeta functions and on Iwasawa's theory of $\mathbb{Z}_\ell$-extensions. Iwasawa has shown that, in certain cases, the ℓ-adic zeta functions are "characteristic series" arising in the study of Iwasawa Λ-modules. The main conjecture in Iwasawa's theory says that this is generally true.

We replace the ℓ-adic zeta functions by functions which we call Iwasawa zeta functions.For these we give a cohomological description which is completely analogous to Grothendieck's geometric interpretation of the zeta function of a scheme over a finite field. From this we deduce a Lichtenbaum formula for the Iwasawa zeta functions along the same lines as in the case of schemes over finite fields.

As a consequence one obtains the result that the "main conjecture" implies the Lichtenbaum conjecture for the Dedekind zeta function ; we get the formula

$$|\zeta_K(-n)|_\ell = \prod_{i=0}^{3} \# H^i_!(X, \mathbb{Z}_\ell(-n))^{(-1)^{i+1}}.$$

P. BAYER: Values of Iwasawa L-functions at s = 1

Let $\ell \neq 2$ be a prime, ζ a primitive ℓ-th root of unity, $\Delta = \mathrm{Gal}(\mathbb{Q}(\zeta)/\mathbb{Q})$ and $\theta\colon \Delta \to (\mathbb{Z}/\ell)^* \to \mathbb{Z}_\ell$ the Teichmüller character. Let $L_\ell(\theta^i,s)$ (resp. $L_I(\theta^i,s)$) be the Leopoldt L-function (resp. the Iwasawa L-function) associated to the character θ^i, i even. Then

$$|L_\ell(\theta^i,1)|_\ell = |L_I(\theta^i,1)|_\ell \qquad \text{for } i \neq 0,$$

where $|\ |_\ell$ denotes the ℓ-adic absolute value. This is a result in favour of the "main conjecture" in Iwasawa's Theory which says that there exists a unit $u_i(T)$ in $\mathbb{Z}_\ell[[T]]$ such that

$$L_\ell(\theta^i,s) = L_I(\theta^i,s)\cdot u_i((1+\ell)^{1-s}-1).$$

T. METSÄNKYLÄ: Iwasawa-Invarianten und Kummersche Kongruenzen

Sei χ ein gerader Restklassencharakter. Unter gewissen Bedingungen läßt sich die p-adische L-Funktion $L_p(s,\chi)$ in der Form $L_p(s,\chi) = 2f(t^s-1,\chi)$ darstellen, wobei t eine vom Führer von χ abhängende natürliche Zahl ist und $f(x,\chi) = \sum a_k x^k$ eine Potenzreihe mit ganzen p-adischen Koeffizienten bedeutet. Durch diese Reihe werden zwei Invarianten μ_χ und λ_χ wie folgt bestimmt: $\mu_\chi = \min \operatorname{ord} a_k$, λ_χ = der kleinste Index k mit $\operatorname{ord} a_k = \mu_\chi$ (ord bedeutet die p-adische Exponentenbewertung, ord p = 1). Diese sind Komponenten der Iwasawa-Invarianten μ und λ eines imaginären abelschen Körpers. – Es werden die Zahlen $\operatorname{ord} a_k$ für $k = 0,\dots,p-1$ untersucht. Hauptergebnis (für $p>2$): Genau dann ist $\operatorname{ord} a_k > 0$ für $k = 0,\dots,h(<p)$, wenn für dieselben k die Kongruenzen

$$\Delta^k_{p-1}(1-\chi_1(p)p^{n-1})B^n(\chi_1)/n \equiv 0 \pmod{p^{k+r}}$$

mit einem positiven r gelten, wobei χ_1 die p-freie Komponente von χ ist und $B^n(\chi_1)$ verallgemeinerte Bernoullische Zahlen sind.

Y. MORITA: On the radius of convergence of the p-adic L-functions

Let $L_p(s,\chi)$ be the p-adic L-function for the Dirichlet character χ. Then $L_p(s,\chi)$ is given by

$$L_p(s,\chi) = \frac{a_{-1}}{s-1} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n(s-1)^n \qquad (a_n \in \mathbb{Q}_p(\chi))$$

and $\sum_{n=1}^{\infty} a_n(s-1)^n$ converges for $|s-1| < |q^{-1}p^{1/(p-1)}|$.

It was discussed why this is so and how $L_p(s,\chi)$ behaves outside this open disc.
It was shown that $L_p(s,\chi)$ can be extended to a multivalued analytic function on the whole plane but it has no analytic continuation outside this disc as one-valued analytic function.

A. FRÖHLICH: Gauss sums and resolvents

A survey of the basic connection between Galois Gauss sums and resolvents was given, with applications to an existence theorem for reductive (on degree zero) local Galois Gauss sums for tame extensions, based on an intrinsic characterisation of these. This is joint work with M. Taylor.

V. ENNOLA: Powers of integers in cyclotomic fields and J-fields

A J-field is an algebraic number field which is either totally real or a totally imaginary quadratic extension of a totally real field. Let β be a cyclotomic integer. The following problem is considered: Under which conditions is $\alpha^q = \beta$ solvable in a cyclotomic field or in a J-field? A simple criterion is:
If $\mathbb{Q}(\beta)$ is a J-field then $\mathbb{Q}(\sqrt[q]{\beta})$ is a J-field if and only if $x^q = \beta\bar{\beta}$ has a totally positive solution in $\mathbb{Q}(\beta) \cap \mathbb{R}$. In particular, if $\beta = \sum_j \zeta_p^{s_j}$, where $\{s_j\}$ is a difference set of type H_6, then $\mathbb{Q}(\sqrt[q]{\beta})$ is a J-field if and only if the generalized Ramanujan-Nagell equation $x^2 + 7 = y^q$ is solvable in $\mathbb{Z}$.
For any $\xi = \sum_i a_i \zeta_p^i \in \mathbb{Z}[\zeta_p]$ define $\delta(\xi) = \max_{i,j} |a_i - a_j|$. If $\{s_j\}$ is any difference set then we discussed properties of the numbers $L_* = \liminf_{q\to\infty} \delta(\beta^q)/|\beta|^q$, $L^* = \limsup_{q\to\infty} \delta(\beta^q)/|\beta|^q$.

G. GREITER: Mehrdimensionale (reelle) Kettenbrüche

Man möchte gerne Algorithmen finden, welche - wie die regelmäßigen Kettenbrüche im Fall $n = 2$ - bei beliebigem $n \in \mathbb{N}$

(1) für $y \in \mathbb{R}^{n-1}$ gute rationale Approximationen finden und welche

(2) in Zahlkörpern vom Grad n über $\mathbb{Q}$. Einheiten berechnen. Es wurden die bekannten Lösungsansätze verglichen. Klar werden sollte, daß die 1919 von Viggo BRUN gegebene Rechenvorschrift (sie wurde später von niemand mehr betrachtet) keine Nachteile, aber gravierende Vorteile gegenüber dem JACOBI-PERRON-Algorithmus hat.

W. TRINKS: Bemerkungen über andere Algorithmen zur Einheitenberechnung

Im Anschluß an den Vortrag von Greiter wurde kurz über die Algorithmen von Minkowski/Bergmann und von Szekeres referiert und ein Vorschlag über eine weitere, den Jacobi-Perron-Algorithmus verallgemeinernde Klasse von Algorithmen gemacht, bei der keine theoretischen Hindernisse (wie gelegentliche Periodizität) für die Fähigkeit zu guter Approximation bekannt sind und die in numerischen Experimenten gute Approximationen und Einheiten lieferten. Ein Beweis, daß das so sein muß, gelingt ebensowenig wie sonst auch.

R. SCHERTZ: Reelle abelsche Zahlkörper und Teilkörper abelscher Erweiterungen imaginär-quadratischer Zahlkörper

Gegenstand des Vortrags waren vergleichende Betrachtungen über reelle Kreiskörper sowie Teilkörper abelscher Erweiterungen imaginär-quadratischer Zahlkörper. Dabei wurden unter anderem die folgenden beiden Sätze behandelt:

Satz 1: Sei K ein reeller zyklischer Kreiskörper vom Grade $[K:\mathbb{Q}] = p^n$, p Primzahl. χ sei ein erzeugender Charakter von $K/\mathbb{Q}$, und der Führer von $\chi^{p^{n-1}}$ sei zusammengesetzt. Sei $K = K_n > \ldots > K_o = \mathbb{Q}$ der in K enthaltene Körperturm mit $[K_t:K_{t-1}] = p$. Dann gilt für die Klassenzahlen h_{K_t}: $ph_{K_{t-1}} \mid h_{K_t}$, $t = 1,\ldots,n$.

Satz 2: Sei $\Omega/\mathbb{Q}$ ein Diederkörper vom Grade $2p^n$, p Primzahl mit dem imaginär-quadratischen Teilkörper Σ, und es sei $p \nmid 6h_\Sigma$. χ sei ein erzeugender Charakter von Ω/Σ, und der Führer von $\chi^{p^{n-1}}$ sei zusammengesetzt. Seien ferner $\Omega = \Omega_n > \ldots > \Omega_o = \Sigma$, $K := \Omega \cap \mathbb{R} = K_n > \ldots > K_o = \mathbb{Q}$ die in Ω und K enthaltenen Körpertürme mit $[\Omega_t : \Omega_{t-1}] = [K_t : K_{t-1}] = p$, dann gilt für die

Klassenzahlen h_{Ω_t}, h_{K_t} : $ph_{\Omega_{t-1}} | h_{\Omega_t}$ und $ph_{K_{t-1}} | h_{K_t}$, $t = 1,\dots,n$.

W. JEHNE: Knoten in algebraischen Zahlkörpern

Ausgangspunkt des Vortrages waren zwei fast vergessene Arbeiten von A. Scholz (1936, 1940); die Abweichung von der Gültigkeit des Hasseschen Normensatzes wird für eine galoissche Erweiterung K/k gemessen durch die Gruppe

$$\nu_{K/k} = k^{\times} \cap \mathcal{N}_{K/k}\, I_K / \mathcal{N} K^{\times} = \text{totale Normenreste/Normen},$$

die von Scholz "Zahlenknoten von K/k" genannt wurde. (I_K die Idelgruppe von K). Gleichfalls von Bedeutung sind Einheitenknoten, Divisor - und Idealklassenknoten, für die eine exakte Fundamentalsequenz und eine kohomologische Präsentierung hergeleitet wurde. Der Satz von Scholz-Tate gibt eine Beschreibung des Zahlknotens durch die Fundamentalgruppen (Schur-Multiplikatoren) der Galoisgruppe und ihrer Zerlegungsgruppen. Von anderem Typ sind Aussagen über Erzeugung von Knoten, die im abelschen Fall auf die sog. Teichmüllerschen 3-Faktorensysteme führen.
Ferner wurden funktorielle Eigenschaften von Knoten untersucht und ihr Zusammenhang mit Geschlechtertheorie hergestellt. Hier wurden bekannte Ordnungsformeln zu Isomorphieaussagen verschärft.
Die Hauptergebnisse bestehen in Existenzaussagen über abelsche p-Erweiterungen eines gegebenen Grundkörpers mit "vorgegebenem Zahlknoten". Die Konstruktionsmethoden verwenden eine Verfeinerung des Grunwaldschen Existenzsatzes.

E. BECKER: Ein Lokal-Global-Satz für Formen höheren Grades

Für eine Form f n-ten Grades über einem Körper K und $k \in \mathbb{N}$ bezeichne $k \times f$ die k-fache orthogonale Summe von f. f heißt schwach isotrop, wenn $k \times f$ isotrop ist für ein $k \in \mathbb{N}$. Es wird folgender Satz bewiesen:

Satz: n gerade, f Form n-ten Grades über einem Körper K:

i) ist -1 Quadratsumme in K, so ist f schwach isotrop,
ii) ist -1 keine Quadratsumme, so gilt:
f schwach isotrop <=> f total-indefinit (bzgl. aller $\varphi: K \hookrightarrow \mathbb{R}$) und f schwach isotrop über allen Hensel'schen Hüllen zu nichttrivialen Krull-Bewertungen v.

M. NEUBRAND: Parameterabhängige Scharen quadratischer Zahlkörper mit explizit angebbaren Einheiten

Durch Spezialisierung von Einheiten in Funktionenkörpern $\mathbb{C}(z,\sqrt{D(z)})$ wurden alle Klassen reell-quadratischer Zahlkörper $\{\mathbb{Q}(\sqrt{D(N)}) = \mathbb{Q}(\sqrt{aN^2+bN+c}) \mid a,b,c \in \mathbb{Z},\ \Delta = b^2-4ac \neq 0,$ $N \in \mathbb{Z},\ N \geq N_0\}$ mit "gleichgebauten" Einheiten bestimmt. Es wurden die Verbindungen zwischen Einheiten und Kettenbrüchen (Schinzel 1961/62) im arithmetischen und funktionentheoretischen Fall diskutiert, die z.T. bis auf Abel (Crelle 1(1826)) zurückgehen. Zusammen mit Mazurs Satz (Torsionsord. ell. Kurve über $\mathbb{Q}$ ist ≤ 12) liefert dies: Der Kettenbruch von $\sqrt{D(z)}$, $\operatorname{gr} D = 4$, wird entweder nach spätestens 22 Schritten oder nie periodisch.

B.H.MATZAT: Konstruktion von Zahlkörpern mit der Galoisgruppe M_{11} über $\mathbb{Q}(\sqrt{-11})$

Es wurde gezeigt, daß die beiden bis auf $\mathbb{C}$-Isomorphie eindeutig bestimmten algebraischen Funktionenkörper N und N' einer Veränderlichen über dem Körper der rationalen Funktionen $R = \mathbb{C}(t)$ mit der Mathieugruppe M_{11} als Automorphismengruppe und minimalem Geschlecht $g = 631$ über $k_0 = \mathbb{Q}(\sqrt{-11})$ definiert sind. Es gibt daher algebraische Funktionenkörper N_0 und N_0' über $R_0 = k_0(t)$ und auch unendlich viele Zahlkörper über $\mathbb{Q}(\sqrt{-11})$ mit der Galoisgruppe M_{11}. Weiter wurde demonstriert, wie man Gleichungen für Stammkörper K_o und K'_o elften Grades von N_o und N'_o über R_o berechnen kann. Als Ergebnis erhält man

$$f(x,t)=(x^2-33+12\theta)^4(x^3+11x^2-\frac{253-98\theta}{3}x+11(107+34\theta))-t = 0$$

mit $\theta = \pm\sqrt{-11}$. Diese spezialisieren sich z.B. für $t \mapsto \tau \in \mathbb{Z}$ mit $\mathrm{ord}_{11}(\tau) = 1$ und $\tau \equiv 1 \bmod 5$ zu Gleichungen $f(x,\tau)$ von Zahlkörpern mit der Galoisgruppe M_{11} über $\mathbb{Q}(\sqrt{-11})$.

P. ROQUETTE: Nonstandardaspekte der Zahlentheorie

Es wurde ein Bericht gegeben über die Ansätze, Methoden und Ergebnisse bei dem Einsatz gewisser modelltheoretischer Prinzipien in der Zahlentheorie. Insbesondere wurden folgende Problemkreise angeschnitten: Dichtigkeitssatz von Tschebotareff, Riemannsche Vermutung in Funktionenkörpern, Hilbertscher Irreduzibilitätssatz, Satz von Siegel-Mahler über binäre diophantische Gleichungen, Satz von Mordell-Weil, Mordellsche Vermutung, Riemann-Rochscher Satz, Klassenkörpertheorie.

W. Henn, Karlsruhe

Gefördert durch DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft