MATHEMATISCHES FORSCHUNGSINSTITUT OBERWOLFACH

Tagungsbericht 1/1979

Arbeitstagung Baer - Salzmann

1.1. bis 6.1.1979

In der ersten Januarwoche 1979 fand wieder die aus dem Baer'schen Kreise entstandene traditionelle Arbeitstagung statt. Unter der Leitung von H. Salzmann konnten 37 in- und ausländische Gäste begrüßt werden, die hier die Gelegenheit wahrnahmen, neue Ideen und Ergebnisse vorzustellen und zu diskutieren. In vier Tagen wurde mit 28 Vorträgen ein vielfältiges Programm durchgeführt, die Themen umspannten dabei die Gebiete Geometrie, Gruppentheorie, Kombinatorik und algebraische Geometrie. Dabei wurde auch auf Fragen eingegangen, die auf früheren Tagungen aufgeworfen worden waren und für die jetzt Antworten präsentiert werden konnten.

In der freundlichen Atmosphäre des Oberwolfacher Instituts gab es neben dem Vortragsprogramm viele Gespräche und Diskussionen in kleinem Kreise, die Teilnehmer erhielten hier reichhaltige Impulse für ihre Forschungstätigkeit, und es konnten einige Probleme in Zusammenarbeit gelöst werden. Wie in früheren Jahren war es ein weiterer Zweck der Tagung, jungen Mathematikern Gelegenheit zu geben, erste Ergebnisse vorzustellen und im Kontakt mit älteren Kollegen ihren Horizont zu erweitern.

Teilnehmer

M. Aigner, Berlin
R. Baer, Zürich
D. Betten, Kiel
A. Beutelspacher, Mainz
R. Bieri, Freiburg
R. Bradl, Würzburg
L. Bröcker, Münster
R. Burckhardt, Würzburg
M. Droste, Essen
K. Faltings, Giessen
M. Forst, Kiel
M. Funk, Erlangen
T.M. Gagen, Freiburg
R. Göbel, Essen
H. Groh, Darmstadt
H. Hähl, Tübingen
H.-R. Halder, München
J. Hausen, Houston

Gefördert durch DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

H. Heineken, Würzburg
Ch. Hering, Tübingen
O.H. Kegel, Freiburg
H. Kurzweil, Erlangen
R. Löwen, Tübingen
P. Lorimer, Auckland u. Kaisersl.
H. Lüneburg, Kaiserslautern
M.L. Newell, Galway
P. Plaumann, Erlangen
S. Prieß, München
D.J.S. Robinson, Notre Dame
K.W. Roggenkamp, Stuttgart
H. Salzmann, Tübingen
U. Schoenwalder, Aachen
P. Schwittek, Würzburg
B. Stellmacher, Bielefeld
K. Strambach, Erlangen
C.E. Torrechante, Tübingen
J.S. Wilson, Cambridge

<u>Vortragsauszüge</u>

M. Aigner: <u>Turniere und Orakel</u>

Es wurde referiert über einige Probleme der Sortierprozesse, insbesondere die Bestimmung von $W_t(n)$, der Komplexität der ersten t einer linearen Ordnung von n Elementen.

<u>Satz</u>: $t \geq 3$, $n = 2^t + u$, $n \geq 1$
Ist $k > f(t,u)$, dann ist $W_t(n) \leq n + (k-1)(t-1)$

Untere Schranken werden mit Hilfe von Orakeln beschrieben.

D. Betten: <u>4-dimensionale projektive Ebenen mit auflösbarer Kollineationsgruppe</u>

Sei Δ die Einskomponente der vollen Kollineationsgruppe einer 4-dimensionalen projektiven Ebene. Falls Δ auflösbar und 7-dimensional ist, sind bis auf Dualität nur die beiden Fixkonfigurationen  oder  möglich. Im ersten Fall existieren nur Translationsebenen.

A. Beutelspacher: Einbettung von Inzidenzstrukturen in Blockpläne

Ein semi-affiner Blockplan ist eine Inzidenzstruktur S mit folgenden Eigenschaften:
(1) Je zwei Punkte sind durch λ Blöcke verbunden.
(2) Es gibt einen Parallelismus in S.
(3) Je zwei nichtparallele Blöcke schneiden sich in μ oder ν Punkten. Schreibe $B \sim C$, falls die Blöcke B und C gleich sind oder sich in genau ν Punkten treffen.
(4) Zu jedem nicht-inzidenten Punkt-Blockpaar (p,B) gibt es 0 oder λ Blöcke C mit $B \sim C$.
(5) Ein Reichhaltigkeitsaxiom.

Die endlichen semi-affinen Blockpläne können wie folgt charakterisiert werden:

Satz: Sei S ein endlicher semi-affiner Blockplan. Dann existiert ein affiner Blockplan S^* und ein Punkt p^* von S^* derart, daß $S = S^*$ oder $S = S^* - \{p^*\}$ gilt.

Es wurde der Beweis und eine Verallgemeinerung (auf "stark auflösbare" Blockpläne) dieses Satzes diskutiert.

R. Bieri: Bewertungen und endlich präsentierte metabelsche Gruppen

Sei Q eine endlich erzeugte abelsche Gruppe. Zwei Homomorphismen $v,w\colon Q \to \mathbb{R}_{add}$ heissen äquivalent, wenn sie sich nur um einen positiven konstanten Skalarfaktor unterscheiden; die Menge aller Äquivalenzklassen $[v] \neq 0$ hat dann die Struktur einer (n-1)-dimensionalen Sphäre S^{n-1}. Zu jedem Punkt $[v] \in S^{n-1}$ betrachte man das Submonoid $Q_v = \{q \in Q \mid v(q) \geq 0\} \subset Q$.
Man ordnet nun jedem endlich erzeugten Q-Modul A die (offene) Teilmenge $\Sigma_A = \{[v] \mid A \text{ ist endlich erzeugt als } \mathbb{Z}Q_v\text{-Modul}\}$ in S^{n-1} zu, und versucht, algebraische Eigenschaften von A gegen topologische Eigenschaften von Σ_A auszuspielen. Insbesondere kann man zeigen:
(1) $\Sigma_A = S^{n-1} \iff$ A ist endlich erzeugt als abelsche Gruppe.
(2) $\Sigma_A \cup -\Sigma_A = S^{n-1} \iff$ Jede Erweiterung von A durch Q ist endlich präsentiert.
(3) Wenn A als abelsche Gruppe endlichen Rang hat, dann ist $S^{n-1} - \Sigma_A$ eine endliche Menge und kann durch "Zurückziehen von Bewertungen eines algebraischen Zahlkörpers" explizit bestimmt werden.

L. Bröcker: Formal reelle Körper und reelle Varietäten

Der Zusammenhang zwischen den oben genannten Objekten deutet sich schon in den Arbeiten von Artin und Schreier 1924-1927 an. Witt bewies 1934 unter anderem: Sei γ eine glatte reelle Kurve. Wenn man auf jeder reellen Zusammenhangskomponente von γ eine gerade Anzahl von Punkten auszeichnet, so gibt es eine Funktion aus $K(\gamma)$, die genau an diesen Punkten das Vorzeichen wechselt. Dieser Satz wird mit Hilfe neuerer Struktursätze zum Wittring über formal reellen Körpern auf Flächen verallgemeinert:

Satz: Sei V eine projektive algebraische reelle glatte Fläche und γ eine Kurve auf V. Genau dann existiert eine Funktion $\in K(V)$, die bei γ das Vorzeichen wechselt, wenn sich die Landkarte V, γ mit 2 Farben färben läßt.

R. Burkhardt: Zur modularen Darstellungstheorie der Gruppen $PSU(3,2^{2f})$ zur Primzahl 2

Es werden die irreduziblen Moduln der Gruppen $PSU(3,2^{2f})$ über einem Zerfällungskörper der Charakteristik 2 betrachtet. Sei V_0 der natürliche 3-dimensionale Modul von $SU(3,2^{2f})$ und $V_1,\ldots,V_{2f-1}$ die dazu algebraisch Konjugierten. Dann gilt $V_i^* = V_{i+f}$ und $V_i \otimes V_{i+f} = 1_G \oplus V_{(i,i+f)}$ mit einem irreduziblen Modul der Dimension 8. Für $I \subseteq F := \{0,1,\ldots,2f-1\}$ setze $\mathfrak{M}_I^1 := \{i \mid i \in I \cap \{0,\ldots,f-1\}, i+f \in I\}$ und $\mathfrak{M}_I^2 := \{i \mid i \in I,\ i+f \notin I\}$. Dann sind die Moduln

$$V_I = \bigotimes_{i\in\mathfrak{M}_I^1} V_{(i,i+f)} \otimes \bigotimes_{i\in\mathfrak{M}_I^2} V_i$$

irreduzible, paarweise nicht-isomorphe $SU(3,2^{2f})$-Moduln, und diejenigen, auf denen das Zentrum trivial operiert, sind gerade die sämtlichen irreduziblen $PSU(3,2^{2f})$-Moduln. Sei P_I die projektive Hülle von V_I, so lassen sich die Zahlen a_{IJ}, die durch $P_F \otimes V_I = \bigoplus a_{IJ}P_J$ definiert sind, als Funktion von I und J explizit angeben. Man erhält schließlich Formeln für die Zerlegungszahlen, in die die Zahlen a_{IJ} und die Einschränkung der irreduziblen Moduln auf gewisse 2'-Untergruppen eingehen.

M. Droste: Produkte von konjugierten Permutationen

Sei M eine Menge der Mächtigkeit $|M| = \aleph_\nu$ und $S_M = S_\nu$ die Menge aller Permutationen auf M. Für $p \in S_\nu$ sei $|p|$ die Mächtigkeit des Trägers von p und p_i die Zahl der Zyklen der Länge i in der disjunkten Zykluszerlegung von p. Dann gilt:

1) Sei $p \in S_\nu$ bel. mit $|p| = \infty$. Jedes $s \in S_\nu$ mit $|s| \leq |p|$ ist Produkt von 4 zu p konjugierten Permutationen. Die Zahl 4 ist minimal mit dieser Eigenschaft.

2) Sei $p \in S_\nu$ bel. mit $p_\infty \cdot \aleph_0 = \aleph_\nu$ sowie $s \in S_\nu$ bel.

a) Falls $s_\infty \geq 1$, ist $s \in (p^{S_\nu})^2$.

b) Falls $s_\infty = 0$ und $p_\infty \geq 2$, ist $s \in (p^{S_\nu})^2$.

c) Falls $s_\infty = 0$ und $p_\infty = 1$, ist $s \in (p^{S_0})^3$.

Die Exponenten sind jeweil minimal.

Das verallgemeinert Sätze von Bertram und Gray. Verschiedene klassische Resultate aus der Theorie der Permutationsgruppen (Baer, Schreier und Ulam, Ore) lassen sich sofort gewinnen.

Zusammen mit Rüdiger Göbel eingereicht im J. of Alg. und im J. Comb. Th.

K. Faltings: <u>Zur Kennzeichnung von Elationen</u>

Sei K ein Körper, A ein K-Vektorraum. Für Unterräume $U \subseteq V$ von A sei $E(U,V)$ die Gruppe aller K-Automorphismen von A von der Form $1 + \delta$ mit $A\delta \subseteq U$ und $V\delta = 0$. Sei Γ die Gruppe aller K-Automorphismen von A, Z das Zentrum von Γ, $C_\Gamma(\Delta)$ der Zentralisator der Untergruppe Δ von Γ. Sei p die Charakteristik von K. Dann gilt:

<u>Satz</u>: Sei $p = 0$ und sei $\mathrm{Rang}_K A$ endlich falls $p = 2$. Dann sind folgende Eigenschaften der Untergruppe Δ von Γ äquivalent:

(1) Es gibt einen Punkt oder eine Hyperebene X von A mit $\Delta = E(X,X)$.

(2) (a) Δ ist eine p-Gruppe;

(b) der Normalisator von Δ in Γ wirkt transitiv auf $\Delta - \{1\}$;

(c) es gilt $C_\Gamma(\Delta) = Z\Delta$.

M. Forst: <u>Topologische 4-gone</u>

Es wurde der Begriff "Topologisches 4-gon" definiert, als 4-gon, dessen Punkt- und Geradenmenge jeweils mit einer nicht diskreten hausdorffschen Topologie versehen ist, so daß die 4-gon-Operationen Schneiden ($\mathcal{P} \times \mathcal{L} \to \mathcal{L}$) und Projezieren ($\mathcal{P} \times \mathcal{L} \to \mathcal{P}$) stetig sind.

Ist der Punktraum 3-dimensional, so erzwingen schon schwache Voraussetzungen die gleichen topologischen Verhältnisse wie im klassischen Modell, das durch eine Nullpolarität des $\mathbb{R}P^3$ gegeben wird. In Analogie zum Endlichen gilt, daß ein solches 4-gon genau dann zum klassischen Modell isomorph ist, wenn bis auf Dualität alle Punkte regulär sind.

M. Funk: Die Gruppe Π der Projektivitäten eines Kreises auf sich in freien Möbius-, Laguerre- und Minkowskigeometrien

Man betrachtet in freien Möbius-, Laguerre- und Minkowskigeometrien neben den affinen und eigentlichen Perspektivitäten und ihren Erzeugnissen $\Pi_A \leq \Pi$ bzw. $\Pi_E \leq \Pi$ die Untergruppe $\Pi_F \leq \Pi_E$, die von Paaren hintereinandergeschalteter eigentlicher Perspektivitäten mit identischer Zentrenmenge erzeugt wird. Es gilt:

(1) Π ist eine freie Gruppe vom Rang $\aleph_0$

$\Pi = \langle \Pi_A, \Pi_E \rangle$ mit $\Pi_A \cap \Pi_E = \{id\}$

(2) Der Stabilisator auf 6 Fixpunkten in Π sowie der Stabilisator auf 5 Fixpunkten in Π_A besteht nur aus der Identität.
Der Stabilisator auf 5 Fixpunkten in Π_F (und damit in Π_E und Π) ist eine freie Gruppe vom Rang $\aleph_0$.

(3) In Möbiusebenen, deren abgeleitete affine Unterebenen sämtlich desarguessch sind, gilt: $\Pi_A \leq \Pi_F$.

T.M. Gagen: Factorizable Groups

A group G is factorizable if G = AB where A and B are proper subgroups of G. Every solvable group of composite order is factorizable as a product of Hall subgroups. Many simple groups are factorizable although the Suzuki groups and the groups $L_2(q)$ for $q \equiv 1 (\mathrm{mod}\ 4)$ are not. Every group $PGL_n(q)$ can be written as a product of a cyclic group and a line stabilizer.
It is therefore too much to hope that the product of 2 solvable groups should be solvable. We can show that a product of a solvable group and a cyclic group involves only solvable groupes, $L_2(q)$ or $L_3(3)$.
Few simple groups can be written as a product AB where A and B are simple, at least among the known groups. It is interesting to notice that $Sp(2n,2) = O^+_{2n}(2).O^-_{2n}(2)$, for every n.

R. Göbel: Ganzzahlige Funktionen

Sei Z^I die Gruppe aller ganzzahligen Funktionen auf I mit der koordinatenweise definierten Addition. Ferner sei $\aleph_\beta$ die kleinste meßbare Kardinalzahl. Dann gilt der folgende

Satz: Für eine abelsche Gruppe A sind äquivalent:

(1) $0 \longrightarrow Z^I \longrightarrow Z^J \longrightarrow A \longrightarrow 0$ mit $|I|, |J| < \aleph_\beta$

(2) $A = Z^R \oplus \mathrm{Ext}(F,Z) \oplus C$ wobei F torsionsfrei und $F^* = \mathrm{Hom}(F,Z) = 0$ sowie C kompakt und reduziert, $|R| < \aleph_\beta$.

Unter der Voraussetzung $V = L$ ist auch $\mathrm{Ext}(F,Z)$ kompakt.
Es folgt: A ist direkter Summand von Z^I genau dann, wenn $Z^I/A \cong Z^J$

Die Ergebnisse beantworten eine Frage von R. Nunke und verallgemeinern Sätze von Nunke, Meijer, Shelah, Hiller und Huber.
Zusammen mit M. Dugas eingereicht bei der MZ.

H. Groh: <u>Ebene projektive Ebenen, die fast vom Lenz-Barlotti-Typ II.2 sind</u>

Jede ebene projektive Ebene, deren Automorphismengruppe eine Untergruppe $\Delta \cong R^2$ mit der Fixkonfiguration enthält, läßt sich durch ein Quadrupel $f_{ij}: R \to R^+$ streng konvexer Funktionen mit 2 Limes-Bedingungen erzeugen, und umgekehrt (THD-Preprint 374 "Pasting of R^2-planes", Theorem 5.4A). Im Vortrag wurde genau angegeben, wann zwei solche Quadrupel $\{f_{ij}\}$, $\{f_{ij}^*\}$ isomorphe Ebenen erzeugen. Als Anwendung dieses Satzes ergab sich, daß die "exponentiellen" projektiven Ebenen ($f_{ij} = a_{ij} e^{\varrho_{ij} \cdot x}$ mit $a_{ij}, \varrho_{ij} > 0$) in zwei 3-Parameterklassen zerfallen, die sich beide über cartesischen Ternärkörpern beschreiben lassen: (1) Die "verallgemeinerten Moultonebenen" von H. Salzmann ($\chi := \frac{1}{\varrho_{11}} + \frac{1}{\varrho_{22}} + \frac{1}{\varrho_{12}} + \frac{1}{\varrho_{21}} = 0$); (2) Die Ebenen mit $\chi \neq 0$ mit 2-dimensionaler Automorphismengruppe (Normierung: $a_{ij} = 1$, $\varrho_{11} = 1$, $\varrho_{ij} \geq 1$). Ferner wurden alle ebenen projektiven Ebenen vom LB-Typ II.2 bestimmt ($f_{11} = f_{22} =: f_1$, $f_{12} = f_{21} =: f_2$ und $f_i \neq a_i e^{\varrho x}$) Abschließend wurde der Fall von Quadrupeln $f_{ij}:]-\infty, e_{ij}[\longrightarrow R$ allgemeiner streng konvexer Funktionen erörtert. Der Erzeugungsprozeß liefert dann nur noch R^2-Ebenen. Es wurden die Beispiele $f_{ij}: R^- \longrightarrow R^+$ mit $f_{ij} := a_{ij}|x|^{-d}$ untersucht ($a_{ij}, d > 0$). Die erzeugten R^2-Ebenen $P_{f_{ij}}, P_{f_{ij}^*}$ sind genau dann isomorph, wenn $d = d^*$ und $a_{ij} = \mathrm{const.} a_{ij}^*$ (4-Parameterschar), Da diese Ebenen 3-dimensionale Automorphismengruppe haben, muß die Klassifikationsliste von K. Strambach um sie erweitert werden.

H. Hähl: <u>Ovale in zusammenhängenden kompakten projektiven Ebenen</u>

Auf der letzten Arbeitstagung (Januar 1977) hat Karl Strambach die miteinander zusammenhängenden Fragen nach der Existenz höherdimensionaler lokalkompakter Laguerre-Ebenen und nach Ovalen in der Quaternionenebene und allgemeiner in höherdimensionalen kompakten

projektiven Ebenen aufgeworfen. Es konnte nun über diesbezügliche Ergebnisse aus gemeinsamer Arbeit von T. Buchanan, R. Löwen und H. Hähl (erscheint in Geometriae Dedicata) berichtet werden.

Sei $\mathcal{P}$ eine kompakte zusammenhängende projektive Ebene endlicher topologischer Dimension. Für abgeschlossene Ovale O in $\mathcal{P}$ gilt dann:
1.) Das ungeordnete Paar der Schnittpunkte einer Geraden L mit O hängt stetig von L ab. Konsequenz (T. Buchanan, erscheint in math. phys. Sem. Ber.): Jedes abgeschlossene Oval der komplexen projektiven Ebene ist ein Kegelschnitt.
2.) Ist dim $\mathcal{P} > 2$, so gibt es keine O meidenden Geraden.
Folgerungen: Es gibt keine kompakten topologischen Möbiusebenen endlicher Dimension > 2. In projektiven Räumen der Dimension $\geqslant 3$ über $\mathbb{C}$ oder $\mathbb{H}$ gibt es keine abgeschlossenen Ovoide.
3.) Ist dim $\mathcal{P} > 4$, so gibt es in $\mathcal{P}$ keine abgeschlossenen Ovale.
Folgerung: Es gibt keine lokalkompakten topologischen Laguerre-ebenen endlicher Dimension > 4.
4.) Im Fall dim $\mathcal{P} = 4$ ist das Absolutgebilde einer stetigen Polarität ein Oval, sofern nur eine nicht absolute Gerade existiert,die genau zwei absolute Punkte trägt.

H.-R. Halder: <u>Produktbildung, Faktorisierung und Maximalität von Inzidenzstrukturen</u>

Für Inzidenzstrukturen $(S^i, \mathcal{L}^i)$ mit $i \in I$ wird das Produkt $\bigtimes_{i \in I} (S^i, \mathcal{L}^i) := (S, \mathcal{L})$ mit $S := \bigtimes_{i \in I} S^i$ und $\mathcal{L} := \{ pr_i^{-1}(B),\ i \in I,\ B \in \mathcal{L}^i \}$ definiert, wobei pr_i die kanonische Projektion von S nach S^i sei.

Für eine Inzidenzstruktur $(S, \mathcal{L})$ heißt eine Äquivalenzrelation σ auf $\mathcal{L}$ eine f-Relation, falls gilt: Für jedes $\mathcal{C} \in \mathcal{L}$ mit $\bigcap (\mathcal{C} \cap \mathcal{L}^i_\sigma) \neq 0$ für alle $\mathcal{L}^i_\sigma \in \mathcal{L}/_\sigma$ folgt $\bigcap \mathcal{C} \neq 0$.
Mit Hilfe der f-Relationen ergibt sich eine vollständige Lösung des Faktorisierungsproblems von Inzidenzstrukturen bezüglich der oben definierten Produktbildung.
Ist u die größte natürliche Zahl derart, daß je n Punkte von $(S, \mathcal{L})$ in einem gemeinsamen Block liegen, so nennen wir $(S, \mathcal{L})$ maximal, falls $\mathcal{L}$ aus der Menge aller (n+1)-Tupel von nicht verbindbaren Punkten rekonstruiert werden kann. Es gilt, daß die maximalen Inzidenzstrukturen im wesentlichen keine echte Faktorisierung zulassen.

J. Hausen: Gruppen, deren Normalteiler minimale Supplemente besitzen

Sind H und K Untergruppen einer Gruppe G, so heißt H ein Supplement von K, falls $G = H \cdot K$; und H ist ein minimales Supplement von K, falls H ein Supplement von K ist, das keine anderen Supplemente von K eigentlich umfasst. Sei $\underline{B}$ die Klasse aller derjenigen Gruppen, deren Normalteiler minimale Supplemente besitzen. Es wurde gezeigt, daß hyperzentrale $\underline{B}$-Gruppen periodisch sind, und einStruktursatz für abelsche $\underline{B}$-Gruppen wurde bewiesen.

H. Heineken: Nilpotente Gruppen der Klasse zwei und ihre Automorphismengruppen

Zu jeder endlichen Gruppe K gibt es eine nilpotente Gruppe G deren Automorphismengruppe eine Erweiterung einer elementarabelschen p-Gruppe durch K ist. Hierbei kann K auch die triviale Gruppe sein: Es gibt also viele p-Gruppen mit p-Gruppen als Automorphismengruppen, bei denen sogar alle maximalen Untergruppen charakteristisch sind. Eine andere Konstruktion wird benötigt für nilpotente Gruppen der Klasse zwei, deren sämtliche Normalteiler charakteristisch sind. Diese Konstruktion wurde näher erläutert, die Ordnungen der so konstruierten Gruppen ist mindestens
p^{24} für $p \neq 2,3,5$, 5^{30} , 3^{60} .
In allen Fällen fallen G', $Z(G)$ und G^p zusammen, und $r(G/G') = 2r(G')$.

H. Kurzweil: Fixpunktfreie Automorphismengruppen

Sei G eine endliche auflösbare Gruppe mit einer Automorphismengruppe A, $(|G|,|A|) = 1$, die fixpunktfrei auf G operiert ($C_G(A) = 1$). Sind alle Sylowgruppen von G abelsch, so ist die Fittinglänge von G durch eine Funktion beschränkt, die allein von A abhängt, falls zusätzlich folgendes gilt:
(*) Ist E ein einfacher, nicht abelscher Faktor von A, der auf einem Vektorraum X über einem Körper K, $(\mathrm{char} K, |E|) = 1$, treu operiert, so existiert ein $x \in X$ mit $|x^A| = |A|$.
(Wie Herr Roggenkamp nach dem Vortrag mitteilte, kann man auf die Vor. (*) verzichten, weil sie immer gilt.)

Gefördert durch
DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

R. Löwen: Halbeinfache Automorphismengruppen von stabilen Ebenen

Es sei M eine stabile Ebene (d.h. eine topologische Geometrie, in der je 2 Punkte eindeutig und stetig verbindbar sind und in der das Schneiden von Geraden stetig und auf einer offenen Menge definiert ist), und der Punktraum von M sei lokalkompakt und 4-dimensional. Die Automorphismengruppe Γ von M ist dann ebenfalls lokalkompakt. Ist $\Delta \leq \Gamma$ halbeinfach und mindestens 6-dimensional, so ist Δ einfach und isomorph zu einer Untergruppe von $PSL_3(\mathbb{C})$. Darüber hinaus ist sogar M (äquivariant bezüglich Δ) in die komplexe projektive Ebene einbettbar - oder $\Delta = SL_2(C)$ wirkt auf dem Punktraum $\mathbb{C}^2$ gewöhnlich, und die Geraden sind die gewöhnlichen Ursprungsgeraden und gewisse Bahnen von zweidimensionalen nicht abelschen Untergruppen von Δ. Diese Ebene enthält eine von K. Strambach gefundene Ebene mit Gruppe $SL_2(\mathbb{R})$ als Fixpunktmenge einer Baer-Involution.

P. Lorimer: Speculations about possible projective planes of order not a prime power

In some sharply 2-transitive sets arising from projective planes, the permutations fixing at least one point can be partitioned into groups, with the orbits of each forming a spread of 2-dimensional subspaces in a 4-dimensional vector space, and all the spreads forming a packing. The speculations concern the possibility of constructing a plane from similar sorts of geometric configurations.

M.L. Newell: Metabelian groups of prime power exponent

We proved that the relatively free metabelian group on two generators, of exponent p^n, has nilpotency class $n(p^n - p^{n-1}) = n\,\phi(p^n)$.

P. Plaumann: Hindernisse bei Kommutatorprozessen

Eine Folge (c_i) in einer Gruppe G heißt Kommutatorfolge, falls $c_{i+1} \in c_i \circ G$ gilt. R. Baer (J. Austr. Math. Soc. 1974) hat verschiedene charakteristische Untergruppen einer Gruppe durch Bedingungen an die Kommutatorfolgen durch die Elemente dieser Untergruppen charakterisiert; diese Bedingungen lassen sich auf topologische Gruppen übertragen, etwa

$B(g)$: Jede Kommutatorfolge durch g konvergiert gegen 1.

Gefördert durch
DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

Q(g): Jede Kommutatorfolge durch g hat relativ kompakte Wertemenge.

Von den Baer'schen Sätzen lassen sich in der allgemeineren Situation wiederfinden:

Satz1: In einer lokal kompakten Gruppe, die entweder zusammenhängend oder eine total unzusammenhängende [sin]-Gruppe ist, besteht das Hyperzentrum aus allen Elementen, die B erfüllen.

Satz2: Ein Element g einer lokal kompakten, total unzusammenhängenden [sin]-Gruppe G erfüllt genau dann Q(g), wenn es modulo des Erzeugnisses aller kompakten Normalteiler von G im Hyperzentrum von G liegt.

D.J.S. Robinson: Gruppen mit vorgeschriebener Automorphismengruppe

Das folgende Problem wurde diskutiert: Sei H eine endliche, nicht zyklische, einfache Gruppe. Gibt es eine Gruppe G mit der Eigenschaft $Aut(G) \simeq H$?

Satz: Entweder gilt

(i) G ist elementarabelsch mit der Ordnung 2^r, $H \simeq PSL(r,2)$, $r > 2$ oder

(ii) M(H) (der Multiplikator) hat eine Untergruppe K, so daß

$N_{Aut(H)}(K) = Inn(H) \quad (*)$

Überdies $G \simeq \hat{H}/K$ oder $\hat{H}/K \times Z_2$, wobei $\hat{H}$ die Darstellungsgruppe von H ist, und im zweiten Fall $|M(H):K|$ ungerade ist.

Wenn H vollständig ist, ist die Bedingung $*$ automatisch erfüllt. Aber es ist scheinbar schwierig für eine nicht vollständige Gruppe $*$ zu erfüllen. Von den bekannten einfachen Gruppen H, die nicht vollständig sind, hat nur Sz(8) eine Untergruppe K, so daß $N_{Aut(H)}(K) = Inn(H)$.

K.W. Roggenkamp: Ganzzahlige Darstellungen endlicher Gruppen mit Zentralisator gleicher zyklischer p-Sylow-Untergruppen der Ordnung p.

Mit Hilfe der in Zusammenarbeit mit C.M. Ringel entwickelten Theorie der Backström Ordnungen ist es möglich, die ganzzahlige Darstellungstheorie der oben genannten Gruppen explizit zu beschreiben. Dabei erhält man als Nebenergebnisse genauere Einsicht in die Struktur der ganzzahligen Gruppenringe und eine neuere Interpretation des Brauerbaumes.

H. Salzmann: 16-dimensionale Ebenen mit großer Gruppe

Besitzt eine kompakte projektive Ebene $\mathcal{P}$ mit höchstens 16-dimensionaler Punktmenge eine mindestens 52-dimensionale (zusammenhängende) Gruppe Δ von Automorphismen, so ist $\mathcal{P}$ die klassische Moufang-Ebene über den Oktaven, oder Δ ist eventuell eine nicht kompakte einfache Liesche Ausnahmegruppe vom Typ F_4. Wesentlich für den Beweis sind folgende Hilfssätze: Ist $\dim \Delta \geqslant 47$, so hat Δ triviales Zentrum und ist daher eine Liegruppe. Weiter ist Δ dann halbeinfach oder läßt eine Fahne fest, oder Δ enthält eine mindestens 9-dimensionale Translationsgruppe.

U. Schoenwaelder: Eine Anwendung der Greenschen Korrespondenz auf ein Isomorphieproblem für zerfallende Erweiterungen

Eine Sylow-2-Untergruppe T_0 der Mathieugruppe M_{24} ist semidirektes Produkt eines elementar-abelschen Normalteilers R der Ordnung 2^6 mit einer Untergruppe $\cong Z_2 \times D_8$.
Satz: Hat die endliche Gruppe G eine Sylow-2-Untergruppe $T \cong T_0$ und ist $O(G) = 1$, so ist G isomorph zu einer von 13 Gruppen: fünf perfekte Gruppen M_{24}, He, $L_5(2)$, $E_{16}A_8$, $H_0 = C_{M_{24}}(Z(T_0))$, acht Gruppen mit einem elementar-abelschen Normalteiler R der Ordnung 2^6, über dem G zerfällt, mit $G/R \cong 3.\Sigma_6$, $\Sigma_3 \times L_2(7)$, $\Sigma_3 \times \Sigma_4$, wenn $|C_G(Z(T))| = 2^{10}.3$, bzw. $G/R \cong \Sigma_3 \times \Sigma_4, \Sigma_3 \times D_8$ $(\sim Z_2 \times \Sigma_4)$, $Z_2 \times D_8$, wenn $C_G(Z(T)) = T$.
Daß der Isomorphietyp von G in den acht Fällen, wo $R \lhd G$ ist, eindeutig bestimmt ist, folgt mit Hilfe der Greenschen Korrespondenz aus der Äquivalenz bestimmter Darstellungen von $N_M(D) \cong \Sigma_3 \times D_8$, bzw. $Z_2 \times D_8$ auf R; dabei ist $M = G/R$ und $D \cong D_8$ ein Vertex aller vorkommenden Darstellungen.
(Gemeinsame Arbeit mit H. Sandlöbes)

B. Stellmacher: Über den schwachen Abschluß von TI-Untergruppen in ihrem Normalisator

Es wurde der Beweis des folgenden Satzes skizziert:
Satz: Sei G eine endliche Gruppe, $S \in Syl_2(G)$ und T eine elementarabelsche 2-Untergruppe von G. Es gelte:
(a) T ist TI-Untergruppe.
(b) Der schwache Abschluß W_T von T in $N_G(T)$ ist eine 2-Gruppe.
(c) Gilt $[T,T^g] = 1$, so ist jedes Element aus TT^g zu einem Element aus T konjugiert.

Gefördert durch
DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

Dann existiert eine elementar-abelsche 2-Untergruppe $\tilde{T}$ mit $T \leqslant \tilde{T}$, die (a)-(c) erfüllt, und es gilt:

(i) $\langle S \cap \tilde{T}^g \mid g \in G \rangle$ ist Diedergruppe, oder

(ii) $W'_{\tilde{T}} \leq T$.

Gruppen mit (i) oder (ii) sind von J. Hall bzw. F.-G. Timmesfeld gekennzeichnet worden.

K. Strambach: <u>Gruppen der Projektivitäten in topologischen Ebenen</u>

Es wurde die reelle affine Ebene in der Klasse der angeordneten Ebenen durch die Struktur des Stabilisators eines Punktes der affinen Projektivitäten einer Geraden auf sich charakterisiert.

<u>Satz</u>: Eine lokal kompakte zusammenhängende Translationsebene ist genau dann nicht desarguessch, wenn der Stabilisator eines Punktes im Abschluß der affinen Projektivitäten die Gruppe $GL_n(K)$ ist, wobei K den Kern der Translationsebene bedeutet und $n = 2,4,8$ ist.

Michael Forst (Kiel)