

## MATHEMATISCHES FORSCHUNGSINSTITUT OBERWOLFACH

T a g u n g s b e r i c h t 13/1979

## Numerische Methoden der Approximationstheorie

18.3. bis 24.3.1979

Die Tagung fand unter der Leitung von Herrn L. Collatz (Hamburg), G. Meinardus (Siegen) und H. Werner (Münster) statt.

Unter dem Tagungsthema hatten sich Vertreter der klassischen, numerischen und ingenieurmäßigen Approximationstheorie zusammengefunden. Die Vorträge gaben dementsprechend einen Querschnitt dieses Gebietes, der von den Hilfsmitteln für Design von technischen Formen (im Volksmund Autos) über konstruktive Methoden mit Splinefunktionen bei einer und mehreren Variablen bis zu den mehrdimensionalen Fehlerabschätzungen reichte. Die klassischen Fragen kamen mit Vorträgen zur Bernsteinschen Vermutung über die Charakterisierung optimaler Operatoren zur Polynominterpolation und Integrationsformeln zur Sprache. Effektive Algorithmen zur Berechnung bester Approximationen zeigten den Zusammenhang zur Optimierungstheorie einerseits und erwiesen sich andererseits als Hilfsmittel für die Kontrolltheorie. Eine Reihe von Fragen konnte leider nicht so vertieft werden, wie sie es verdient hätte, da die verfügbare Zeit nicht ausreichte.

Auch dieses Mal stieß dieser Problemkreis auf ein außerordentliches Interesse, für das das Institut die Teilnehmer gar nicht alle zu beherbergen vermochte. Es gilt um so mehr der Dank der Leitung des Institutes, durch deren Organisationsgeschick alle Teilnehmer versorgt werden konnten. Dies erzeugte jene anregende Atmosphäre, in der sich alle zu Hause fühlten, so daß sich ein lebhafter Austausch auch außerhalb der Vorträge entspann, der zu dem Erfolg der Tagung entscheidend beitrug.



Vortragsauszüge

H. - P. BLATT:

Lipschitzstabilität bei Optimierungs- und Approximationsaufgaben

Für konvexe Optimierungsaufgaben werden die Lipschitz-Oberhalb, bzw. Unterhalb-Stetigkeit der Menge der zulässigen Punkte, der Lösungsmengen und des Extremalwertes der Zielfunktion untersucht. Bei den zulässigen Punkten ist ein nichtleeres Inneres wesentlich für diese Eigenschaften. Approximationsprobleme bei schwach tschebyscheffischen Unterräumen von  $C[a, b]$  belegen, daß die Lipschitz-Oberhalbstetigkeit nicht mehr für die Lösungsmengen erfüllt zu sein braucht. Jedoch gilt diese Eigenschaft noch für die Menge der  $\epsilon$ -Minimallösungen.

K. BÖHMER:

Iterierte Defekt-Korrekturen über Nachbarprobleme

Zur Operatorgleichung  $Fz=0$  sei eine Näherung  $\bar{z}$  bekannt und das Nachbarproblem  $\bar{F}y := Fy - F\bar{z} = 0$  mit der Lösung  $\bar{y}$  sei eindeutig lösbar. Bei Anwendung eines Diskretisierungsverfahrens auf das Ausgangs- und das Nachbarproblem erhält man Näherungen  $\xi_h$  und  $\bar{\xi}_h$ . Es ist zu erwarten, daß unter geeigneten Bedingungen und mit passenden Projektionsoperatoren  $A_h$  der unbekannte Fehler  $\xi_h - A_h z$  durch den bekannten Fehler  $\bar{\xi}_h - A_h \bar{z}$  gut approximiert wird. Für ein Diskretisierungsverfahren der Ordnung  $p$  mit Fehlerasymptotik werden fast immer erfüllte Bedingungen angegeben, die bei mehrfachen Anwendungen des Prozesses Näherungen der Ordnung  $p, 2p, 3p, \dots$  garantieren. Beispiele werden diskutiert.



D. BRAESS:

Anwendung der Polynomapproximation auf Probleme mit kleinen Nennern

Bei der numerischen Behandlung von Problemen mit kleinen Nennern sind es nicht die kleinen Nenner, welche Schwierigkeiten bereiten. Schwerwiegend ist vielmehr, daß durch die Projektion auf endlichdimensionale Räume die symplektische Struktur zerstört wird. Deutlich wird das an Hand eines von O. Hald behandelten Modellbeispiels. Zwei rotierende Scheiben seien durch eine Feder schwach gekoppelt. Die kanonische Transformation zur Transformation auf den freien Fall lautet  $(w_1 \delta_1 + w_2 \delta_2)^2$   $u(\xi_1, \xi_2) = g(\xi + u(\xi))$ , wobei  $g$  die Störung ist. Die diskretisierte Gleichung  $(w_1 \delta_1 + w_2 \delta_2)^2 u = P_M g(\xi + u)$ , wobei  $P_M$  ein Projekt auf trigonometrische Polynome ist, hat für große  $M$  nicht unbedingt eine Lösung.

Ein Ausweg besteht darin, die Variante der KAM-Methode von E. Zehnder, genauer gesagt das Newton Verfahren aus der KAM-Theorie, numerisch nachzuvollziehen.

H. BRASS:

Approximation durch Teilsummen von Orthogonalpolynomreihen

Es bezeichne  $S_n[f]$  die n-te Teilsumme der Entwicklung von  $f$  nach Tschebyscheff-Polynomen.

Dann gilt

$$\|f - S_n[f]\|_{C[-1,1]} \leq \frac{\|f^{(n+1)}\|}{(n+1)! 2^n}.$$

Diese Beziehung wird bewiesen, mit anderen Abschätzungen verglichen, und auf Entwicklungen nach ultrasphärischen Polynomen verallgemeinert.

Weiter werden ähnliche - aber etwas schwächere - Abschätzungen angegeben, die für beliebige Orthogonalpolynomentwicklungen gelten.



L. J. CROMME:

Mannigfaltigkeiten mit Spitzen in der Approximationstheorie

Mannigfaltigkeiten mit Spitzen spielen in verschiedenen Gebieten der angewandten Mathematik eine Rolle, insbesondere auch in der Approximationstheorie (Exponentialsummen, Splines). Für numerische Verfahren sind die Dimensionsverluste der Tangentialkegel sehr unangenehm. Wir geben eine axiomatische Präzisierung des Begriffs "Mannigfaltigkeit mit Spitzen", die einerseits den numerischen Bedürfnissen gerecht wird, andererseits die Anwendung von Ergebnissen der Differentialtopologie auf Fragestellungen der Approximationstheorie ermöglicht. Es werden Anwendungen insbesondere auf  $\gamma$ -Polynome diskutiert.

W. DAHMEN:

Konstruktion mehrdimensionaler B-Splines und ihre Anwendung auf Approximationsprobleme

Rekursionsformeln für einen neuen Typ mehrdimensionaler B-Splines (positive, glatte, lokale stückweise Polynome vom totalen Grad) als auch für ihre Ableitungen werden vorgestellt und auf ihre numerischen Eigenschaften hin diskutiert. Ferner werden diese B-Splines zur Konstruktion "lokaler" Approximationsprozesse benutzt. Diese Konstruktion ist für beliebige Dimension und jeden gewünschten Glattheitsgrad unterhalb des Spline-Grades durchführbar.



LE BARON O. FERGUSON:

Approximation by polynomials with integral coefficients and digital filter design

A crucial step in the design of digital filters is essentially a case of approximation by polynomials, or more generally, rational functions with integers for coefficients. A very brief introduction to digital filters will be given. This will be followed by a result on best approximation by integral polynomials which should be useful in actually finding such polynomials.

K. GLASHOFF:

A new method for Chebyshev Approximation of Complex-Valued Functions

We are concerned with a formulation of the Chebyshev approximation problem in the complex plane as a problem of linear optimization in the presence of infinitely many constraints. It is shown that there exist stable and fast algorithms for the solution of optimization problems of this type. Some numerical examples are presented.

M. V. GOLITSCHKE:

Zur Approximation von Funktionen zweier Variabler durch die Summe zweier Funktionen einer Variablen

Die Diskretisierung des Minimierungsproblems

$$(A) \quad \inf_{f, g \in C[0, 1]} \max_{0 \leq s, t \leq 1} |f(s, t) - g(s) - h(t)|$$



bei gegebener Funktion  $f \in C([0,1] \times [0,1])$  führt zu dem folgenden Problem: Man bestimme reelle Zahlen  $x_j$  ( $j=1, \dots, m$ ) und  $y_k$  ( $k=1, \dots, n$ ), so daß bei gegebener  $(m,n)$ -Matrix  $(f_{jk})$  das Minimum

$$(B) \quad \min_{x_j, y_k} \max_{j,k} |f_{jk} - x_j - y_k|$$

erreicht wird. Im 1. Teil des Vortrags wird der Zusammenhang zwischen Problem B, dem optimalen Skalieren von Matrizen, sowie der Bestimmung der Zyklen mit kleinster mittlerer Länge in gerichteten Graphen aufgezeigt. Im 2. Teil werden Algorithmen zur Lösung des Problems B diskutiert.

D. C. HANDSCOMB:

#### Problems of Surface Smoothing

We give a brief discussion of a few problems which arise in the course of attempts to represent a smooth surface by a computer databox, as for example in the computer-assisted design of automobile bodies.

In particular we shall mention the problems of

- a) defining a criterion of success
- b) finding the best local parametrization
- c) dealing with smoothed - off singularities.

A. LE MÉHAUTÉ:

#### Extension of a Taylor field given on the boundary of a Triangle

We present a rational scheme interpolating a given Taylor field of order 1 (or a function  $f$  and its first derivatives) on the boundary of a triangle  $T$ .



For this we use another way than blending functions. We construct partitions of unity, using Lagrange's and Bell's triangles of the finite element method. This partition of unity is blended with Taylor formula, and we use the Whitney's extension theorem to show that we get a  $C^1$ -extension of  $f$ , namely  $\hat{F}$ .

We obtain upper bounds for  $\|\hat{F}\|_{\infty, T}$  and  $\|D^1 \hat{F}\|_{C^0, T}$  and we show that  $f \rightarrow \hat{F}$  is exact on  $\Pi_1$ , space of polynomials of degree  $\leq 1$ . The error bounds for interpolation are of the type  $\|f - \hat{F}\|_{\infty, T} \leq C_1 h^2$  and  $\|D^1 f - D^1 \hat{F}\|_{\infty, T} \leq C_2 h$ , where  $h$  is the diameter of the triangle  $T$ .

W. KRABS:

Approximationsprobleme in der Kontrolltheorie, insbesondere bei zeitoptimalen Steuerungsproblemen

Im Zusammenhang mit der optimalen Dämpfung schwingender Systeme durch Steuerung in den Randbedingungen oder in der rechten Seite der die Bewegung des Systems beschreibenden Differentialgleichungen treten gewisse konvexe Approximationsprobleme in geeigneten Hilberträumen auf. Diese lassen sich durch Anwendung eines sog. bedingten Gradientenverfahrens oft numerisch befriedigend lösen. Das wird an zwei typischen Fällen mit numerischen Beispielen demonstriert.

Das erste besteht darin, eine Membran durch geeignete Steuerung auf dem Rande aus einem vorgegebenen Anfangsschwingungszustand in vorgegebener Zeit in einen Zustand mit minimaler Energie überzuführen.

Das zweite besteht darin, eine an einer Laufkatze hängende schwingende Masse in möglichst kurzer Zeit in die Ruhelage zu bringen. Hier treten konvexe Approximationsprobleme als Unterprobleme eines sog. Isochronen-Verfahrens zur Ermittlung zeitoptimaler Steuerungen auf.



H. LOEB:

A Differential Equation Approach to the Bernstein Problem

In 1932 Bernstein conjectured that the optimal set of nodes for polynomial interpolation were the set of nodes which made the values of the extreme points equal for the corresponding Lebesgue function. He conjectured also that this set of nodes was unique. In 1947 Erdos conjectured that for each set of nodes a de la Vallée-Poussin type result was valid for the extremal values. In 1977, Kilgore and de Boor, Pinkus gave independent proofs of these conjectures. In this paper we present a constructive proof of these results using differential equations and develop an algorithm based on the construction. We believe these results are also valid for a general Tschebyscheff system and we hope to test out these propositions using the algorithm.

G. MERZ:

HERMITE-Interpolation mit periodischen Spline-Funktionen

Vorgelegt sei die Matrix  $((y_\nu^{(\rho)}))$ ,  $\nu = 0(1)N-1$ ,  $\rho = 0(1)r$ . Es wird ein Verfahren zur Konstruktion desjenigen  $N$ -periodischen Splines  $s$  vom Grad  $2k+1$ ,  $k \geq r$ , mit Knoten in den ganzen Zahlen angegeben, der das HERMITE-Problem  $S^{(\rho)}(\nu) = y_\nu^{(\rho)}$ ,  $\nu=0(1)N-1$ ,  $\rho = 0(1)r$ , löst. Die (vektoriell geschriebenen) Komponenten von  $s$  lassen sich nach Transformation auf das Intervall  $0 \leq t \leq 1$  in der Form

$$q(t) = \sum_{\rho=0}^r W^* Q_\rho(t) W y^{(\rho)}$$

darstellen. Hierbei ist  $W$  die Matrix der diskreten FOURIER-Transformation,  $Q_\rho(t)$ ,  $\rho = 0(1)r$ , bezeichnet Diagonalmatrizen mit den Eigenschaften  $Q_\rho^{(\sigma)}(1) = \text{diag } \delta_{\rho\sigma}$ ;  $\rho, \sigma = 0(1)r$ , deren Elemente aus Linearkombinationen von BERNOULLI- bzw. EULER-FROBENIUS-Polynomen bestehen und schließlich ist

$$y^{(\rho)} := (y_0^{(\rho)}, \dots, y_{N-1}^{(\rho)})^T.$$



E. NEUMANN:

Convex interpolating splines of arbitrary degree

Let  $x_0 < x_1 < \dots < x_n$  be given knots and  $y_i (i=0, 1, \dots, n)$  given real numbers. The aim of my talk is to describe how to construct the spline function  $s$  of degree  $k+1$  ( $k \geq 1$ ) such that  $s \in C^k[x_0, x_n]$  and that  $s$  interpolates the data  $y_i$  in knots  $x_i$ . A sufficient condition for convexity of such spline is given.

G. OFFER:

Conformal Mappings via Optimization Techniques

All well known extremal principles for conformal mappings of simply connected regions yield mappings onto disks. We consider here an extension of one of these principles, and demonstrate that the use of positively homogeneous functionals instead of the modulus yields mappings onto star shaped regions which even may be unbounded.

If the star shaped region is a polygon then the extremal principle is equivalent to a continuous linear programming problem, which can be solved approximately by simplifying it to a standard linear programming problem. This in turn can be treated by a suitable version of the simplex algorithm. Various numerical examples are presented including one in which the mapping has an unbounded and nonconvex range.



P. W. PEDERSEN:

Some approximations for trigonometrical functions

Using  $\tan(x)$  will often mean two extra problems: the power series converges so slowly that it is useless and the singularities at  $\pm \pi/2$ . It is shown how the second problem can be solved by taking the singular part out, i.e. writing

$$(*) \quad \tan(x) = S(x) + R(x)$$

where S contains the singular part, f.ex.  $S(x) := (\frac{\pi}{2} - x)^{-1} - (\frac{\pi}{2} + x)^{-1}$  and the rest R (or rather its continuation) thus is finite or even  $C^\infty$  in the closed interval  $[-\pi/2, \pi/2]$ .

And at the same time the first problem is also solved in the sense that you (for simple functions S) can get functions R with very rapidly converging power series and with low degree approximations for any reasonable accuracy. It is also shown that (\*) is an example of a more general situation where the approximation of a given function f is split in two parts

$$f = f_p + f_a$$

$f_p$  being a "preconditioning" (low accuracy) part which mainly serves to make approximation of the "accuracy" part  $f_a$  possible with certain desirable qualities like low loss of accuracy when using continued fraction-approximations or rational approximations with small integer coefficients.

A. SARD:

Integrating terms for inexact differentials

Consider an approximation  $P ds + Q dt$  of an exact differential, where P, Q are functions on an open subset A of  $R^2$ . Because of the errors of approximation, it need not be true that  $\frac{\partial Q}{\partial s} = \frac{\partial P}{\partial t}$

on A. We therefore seek functions p, q on A such that  $\iint_A (p^2 + q^2)$



is minimal among all  $p, q$  for which  $\frac{\delta(Q+q)}{\delta s} = \frac{\delta(P+p)}{\delta t}$  on  $A$ . The problem is independent of axes.

The case in which  $A$  is a rectangle is worked out completely:

$p, q$  are given explicitly in terms of the discrepancy  $\delta := \frac{\delta Q}{\delta s} - \frac{\delta P}{\delta t}$ .

The key to the solution is the Fourier expansion of  $\delta$  in terms of the eigenvectors

$$\sqrt{\frac{2}{a}} \sin \frac{m\pi s}{a}, \sqrt{\frac{2}{b}} \sin \frac{n\pi t}{b}, 0 \leq s \leq a, 0 \leq t \leq b; m, n = 1, 2, \dots,$$

where axes have been taken so that the origin and  $(a, b)$  are opposite vertices of  $A$ .

R. SCHABACK:

#### Eine Bemerkung zur Fehlerabschätzung bei nichtlinearer Tschebyscheff-Approximation

Durch Verknüpfung des Konzepts der  $H$ -Mengen von Collatz mit dem Prinzip der starken Eindeutigkeit kann eine Fehlerabschätzung für beste lineare Tschebyscheff-Approximationen im Funktionenraum angegeben werden, die sich für die praktische Rechnung leicht handhaben läßt.

Dies wird durch eine Reihe von Beispielen belegt, in denen "singuläre" Fälle im Vordergrund stehen: Nichterfülltsein der Haarschen Bedingung bei ein- und mehrdimensionalen Grundgebieten sowie Fehlen einer ausreichenden Anzahl von Extrempunkten der Fehlerfunktion.



W. SCHEMPP:

Approximation und Transformationsmethoden II

Im ersten Teil des Vortrags wurde u.a. die Approximation der Logarithmus-Funktion durch interpolierende kardinale logarithmische Splines  $(S_m)_{m \geq 1}$  mit Hilfe reeller Transformationsmethoden untersucht [Approximation und Transformationsmethoden. In: Numerische Methoden der Approximationstheorie, Band 4, pp. 299-305. ISNM 42. Basel: Birkhäuser 1978]. Es wurde insbesondere eine geeignete Verfeinerung des Abel-Tauber-Satzes von Karamata für die Laplace-Transformation herangezogen [On the convergence of cardinal logarithmic splines. J. Approximation Theory 23, 108-112 (1978)]. Teil II benutzt komplexe Transformationsmethoden zur Untersuchung des Newman-Schoenberg-Phänomens. Er beruht auf der Pincherle-Identität, also der inversen Mellin-Transformierten der Gamma-Funktion  $\Gamma$  und der Methode der Integrationswegverschiebung. Auf diese Weise erhält man eine asymptotische Darstellung des Fehlergliedes [A note on the Newman-Schoenberg phenomenon. Math. Z. (im Druck)].

G. SCHMEISSER:

Zwei Bemerkungen zum Restglied von Quadraturformeln

1. Es sei  $G$  ein Gebiet der komplexen Ebene, das das Einheitsintervall  $[1, 1]$  enthält. Zu einer Familie  $(QF(h))_{h \in ]0, 1]}$  von Quadraturformeln des Einheitsintervalls existiert dann eine Restgliedabschätzung

$$|R(f; h)| \leq c(G; h) \sup_{z \in G} |f(z)|,$$

falls sich  $f$  zu einer in  $G$  holomorphen und beschränkten Funktion  $\hat{f}$  fortsetzen läßt. Für die (von  $f$  nicht abhängende) Konstante  $c(G; h)$  ist selbst im Falle einfachster Quadraturverfahren wie der zusammengesetzten Sehnentrapezregel und



einfachster Gebiete, wie z.B. Kreise, kein bestmöglicher Wert bekannt. Es wird gezeigt, wie man mit funktionalanalytischen Überlegungen eine asymptotisch bestmögliche Konstante finden kann.

- 2. Unter Berücksichtigung von theoretischen Überlegungen als auch praktischen Erfahrungen wird diskutiert, welches  $p$  sich für eine Restgliedabschätzung

$$|R(f)| \leq c_p \|f^{(m)}\|_{L^p[-1,1]} \quad (1 \leq p \leq \infty)$$

besonders eignet.

O. SHISHA:

Tschebycheff systems and best partial bases

This is a contribution to the partial basis problem and in particular to the case where the basis elements are cosines or consecutive powers. Theorem A. Let  $0 < a < b < \infty$  and let  $N, n$  be integers,  $1 \leq n < N$ . Let  $f$  be a real function, continuous in  $[a, b]$  and assume that, for  $k = 0, 1, \dots, n$ ,  $(x^{k-N} f)^{(k)}$  exists and is  $\geq 0$  in  $(a, b)$ , with strict inequality there for  $k = n-1, n$ . Let

$0 \leq \lambda_1 < \lambda_2 \dots < \lambda_n < N$  be integers,  $\{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n\}$

$\dagger \{N-n, N-n+1, \dots, N-1\}$  and let  $1 \leq p \leq \infty$ . Then

$$\min_{c_k \text{ real}} \|f(x) - \sum_{k=N-n}^{N-1} c_k x^k\|_{L^p(a,b)} < \min_{c_k \text{ real}} \|f(x) - \sum_{k=1}^n c_k x^{\lambda_k}\|_{L^p(a,b)}$$

Theorem B. Let  $0 \leq \alpha_{N-1} < \alpha_{N-2} \dots < \alpha_0 < \frac{1}{2}$  and let  $1 \leq n < N$ ,  $n$  an integer. Let  $f$  be a real function with  $f^{(2k+1)}(0) = 0$ ,

$k = 0, 1, \dots, N-1$ , and  $f^{(2k)}(x) > 0$  on  $(0, \pi]$  for  $k=0, 1, \dots, N$ .

Assume  $f^{(2N-1)}(x)$  is continuous from the right at 0. Let

$0 \leq m_1 < m_2 \dots < m_n < N$  be integers,

$\{m_1, \dots, m_n\} \dagger \{N-n, N-n+1, \dots, N-1\}$  and let  $1 \leq p \leq \infty$ . Then



$$\min_{c_k \text{ real}} \|f(x) - \sum_{k=N-n}^{N-1} c_k \cos \alpha_k x\|_{L^p(0, \pi)}$$
$$< \min_{c_k \text{ real}} \|f(x) - \sum_{k=1}^n c_k \cos \alpha_{m_k} x\|_{L^p(0, \pi)}$$

G.A. WATSON AND R. MCLEAN:

### Numerical Methods for nonlinear discrete $L_1$ approximation

In the problem of curve fitting to discrete data, the  $L_1$  norm can play an important role when the data contains large errors (wild points), or when some of the data is exceptional. In this paper, the problem of providing robust, efficient methods, capable of fast ultimate convergence, for the nonlinear discrete  $L_1$  approximation problem is considered. Algorithms based on a Levenberg-like approach are given, together with a convergence analysis, and it is shown how second derivative information may be incorporated. Numerical results for some test problems are included.

H. WERNER:

### Ein Algorithmus zur rationalen Interpolation

Wegen der Möglichkeit des Auftretens unerreichbarer Punkte ist die Existenz einer rationalen Interpolierenden nicht für jede Datenvorgabe gesichert. Es wird in diesem Vortrag zunächst auf die formale Darstellung einer rationalen Interpolierenden durch einen Kettenbruch eingegangen. Er wird in vektorieller Form  $\begin{pmatrix} Z \\ N \end{pmatrix}$  (Z der Zähler, N der Nenner) mit Hilfe von Matrizen

$$T_j = \begin{pmatrix} \alpha_j & x-x_j \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$



beschrieben. In natürlicher Weise ergeben sich die inversen Differenzenquotienten als Werte für die  $\alpha_j$ . Bei ihrer Berechnung können die im Nenner auftretenden Differenzen verschwinden, was aber durchaus nicht mit der Nichtexistenz der Interpolierenden gleichbedeutend ist. Zur Behebung dieser Schwierigkeit werden die Matrizen  $T_j$  verallgemeinert zu

$$T_{j,k} = \begin{pmatrix} P_{j,k} & (x-x_j) \dots (x-x_k) \\ 1 & 0 \end{pmatrix},$$

aus denen die Interpolierende in jedem Fall aufgebaut werden kann. Der zur Bestimmung der  $j,k$  und  $P_{j,k}$  benutzte Algorithmus und die Verallgemeinerung des Horner-Schemas zur Auswertung der so erhaltenen rationalen Interpolierenden werden skizziert.

K. ZELLER:

#### Gestufte Approximation in zwei Variablen

Multivariate Approximationen führt man in vielen Fällen auf univariate Approximationen zurück (Stufung). Einige konkrete Verfahren dieser Art werden auf numerische Brauchbarkeit (Fehler, Grenzen) untersucht: Koeffizienten-Approximation (z.T. ungünstig), Blending Interpolation (gewisse Nachteile), Appolation (Fehlerschranke nahe dem Optimum). Ergänzungen: Operatoren, trigonometrischer Fall, Abgrenzungsbeispiel (mit  $E_{xy}$ =IP-Norm;  $E_x$  und  $E_y < 1$ ), Kubatur, verfeinerte Lagrange-Darstellung, Dreiecke, Remez u.a. .

P. ZENCKE:

#### Numerische Resultate zur T-Approximation mit allgemeinen Exponentialsummen

Unter Verwendung einer Parametrisierung der allgemeinen Exponentialsummen durch Differentialgleichungen mit nichtlinearen Nebenbedingungen, die schon 1977 auf der Tagung zu numerischen



Methoden der Approximationstheorie in Oberwolfach vorgestellt wurde, ist ein newtonartiger Algorithmus zur Bestimmung sämtlicher lokaler Exponentialapproximationen bis zum Grad  $N - 4$  entwickelt worden.

Im Vergleich zu Linearisierungsverfahren mittels herkömmlicher Parametrisierungen liefert dieses Verfahren Konvergenz auch noch bei relativ schlechten Startnäherungen.

Dadurch wurde es möglich, die Braess'sche Konstruktion lokaler Approximationen nach aufsteigendem Grad praktisch zu realisieren und damit numerische Resultate zum sog. Anzahlproblem vorzulegen.

Berichterstatter: H. Arndt, U. Grothkopf



Liste der Tagungsteilnehmer

- Albrecht, J., Technische Universität Clausthal, Institut für  
Mathematik, Erzstr. 1, 3392 Clausthal-Zellerfeld
- Arndt, H., Institut für Numerische und instrumentelle Mathematik  
der Universität Münster, Roxeler Str. 64,  
4400 Münster
- Blatt, H.P., Fakultät für Mathematik und Informatik, Universität  
Mannheim, A 5, 6800 Mannheim
- Böhmer, K., Institut für Praktische Mathematik an der Universität  
Karlsruhe, Kaiserstr. 12, 7500 Karlsruhe
- Braess, D., Mathematisches Institut, Ruhr-Universität,  
Universitätsstr. 150, 4630 Bochum 1
- Braß, H., Lehrstuhl E für Mathematik der T.U. Braunschweig,  
Pockelsstr. 14, 3300 Braunschweig
- Bredendiek, E., Rechenzentrum der Universität, Rothenbaumchaussee 81  
2000 Hamburg 13
- Butzer, P.L., Lehrstuhl A für Mathematik, Rhein. Westf. Technische  
Hochschule, 5100 Aachen
- Collatz, L., Institut für Angewandte Mathematik der Universität,  
Bundesstr. 55, 2000 Hamburg 13
- Cromme, L., Institut für Numer. und Angewandte Mathematik der  
Universität, Lotzestr. 16-18, 3400 Göttingen
- Dahmen, W., Institut für Angewandte Mathematik der Universität Bonn,  
Wegelerstr. 6, 5300 Bonn
- Delvos F.-J., Gesamthochschule Siegen, Fachbereich Mathematik,  
Hölderlinstr. 3, 5900 Siegen 21
- Ferguson, L. Baron O., Department of Mathematics, University of  
California, Riverside, CA 92521, USA



- Forst, W., FB Mathematik der Universität, Postfach 7733,  
7750 Konstanz
- Geiger, C., Institut für Angewandte Mathematik der Universität,  
Bundesstr. 55, 2000 Hamburg 13
- Glashoff, K., Institut für Angewandte Mathematik der Universität,  
Bundesstr. 55, 2000 Hamburg 13
- v. Golitschek, M., Institut für Angewandte Mathematik und Statistik,  
8700 Würzburg
- Grothkopf, U., Institut für Angewandte Mathematik, Bundesstr. 55,  
2000 Hamburg 13
- Gutknecht, M., Seminar für angewandte Mathematik, ETH-Zentrum HG,  
CH-8092 Zürich, Schweiz
- Handscob, D., Oxford University Computing Laboratory, 19 Parks Road,  
Oxford OX1 3PL, England
- Haußmann, D., Fachbereich Mathematik der GH Duisburg, Lotharstr. 65,  
4100 Duisburg 1
- Haverkamp, R., Institut für Numerische und Instrumentelle  
Mathematik der Universität Münster, Roxeler Str. 64,  
4400 Münster
- Joubert, G., Institut für Angewandte Mathematik, Bundesstr. 55,  
2000 Hamburg 13
- Krabs, W., Fachbereich Mathematik der TH Darmstadt,  
Schloßgartenstr. 7, 6100 Darmstadt
- Le Méhauté, A., Institut National des Sciences Appliquées,  
20 Avenue des Buttes de Coesmes, BP14A,  
35031 Rennes Cedex France
- Loeb, H., Mathematics Dept. University of Oregon, Eugene,  
Oregon USA
- Meinardus, G., Lehrstuhl IV für Mathematik, GH Siegen,  
Hölderlinstr. 3, 5900 Siegen 21



- Merz, G., Gesamthochschule Kassel, Fachbereich 17 - Mathematik,  
Wilhelmshöher Allee 73, 3500 Kassel
- Müller, M.W., Universität Dortmund, Lehrstuhl Mathematik VIII,  
Postfach 500 500, 4600 Dortmund 50
- Neumann, E., Institute of Computer Science, Wroclaw University,  
50-384 Wroclaw, pl. Grundwaldzki 2/4, Poland
- Nürnberger, G., Universität Erlangen-Nürnberg, Institut für  
Angewandte Mathematik, Martensstr. 3, 8520 Erlangen
- Opfer, G., Universität Hamburg, Institut für Angewandte Mathematik,  
Bundesstr. 55, 2000 Hamburg 13
- Pallaschke, D., Institut für Angewandte Mathematik der Universität  
Bonn, Wegelerstr. 6, 5300 Bonn
- Pedersen, P.W., Mathematisches Institut, Bg 303, D.T.H.,  
DK-2800 Lyngby, Dänemark
- Rauch, E., SCS Scientific Control Systems GmbH, Poreitwiesenstr. 27,  
7000 Stuttgart 1
- Sard, A., Queens College, Cuny, Flusbing, New York, z.Zt. Univers.  
Siegen, Current address: ob dem Hügliacker 16,  
CH-4102-Binningen
- Shisha, O., University of Rhode Island, Department of Mathematics,  
Kingston, RI 02881, USA
- Sippel, W., Gesamthochschule Kassel, Fachbereich 17 - Mathematik,  
Wilhelmshöher Allee 73, 3500 Kassel
- Sommer, M., Universität Erlangen-Nürnberg, Institut für  
Angewandte Mathematik, Martensstr. 3, 8520 Erlangen
- Schaback, R., Lehrstühle für Numerische u. Angewandte Mathematik,  
Lotzestr. 16-18, 3400 Göttingen
- Schempp, W., Lehrstuhl für Mathematik I, Hölderlinstr. 3,  
5900 Siegen 21
- Schmeisser, G., Mathematisches Institut der Universität Erlangen-  
Nürnberg, Bismarckstr. 1/2, 8520 Erlangen



Schmidt, R., Hahn-Meitner Institut für Kernforschung GmbH,  
Bereich Datenverarbeitung und Elektronik,  
Glienicke Str. 100, 1000 Berlin 39

Strauß, H., Institut für Angewandte Mathematik, Universität  
Erlangen-Nürnberg, Martensstr. 3, 8520 Erlangen

Watson, G.A., Mathematics Dept., University Dundee, Dundee DD14HH  
Scotland

Welker, G., Gesamthochschule Siegen, Fachbereich Mathematik,  
Hölderlinstr. 3, 5900 Siegen 21

Werner, H., Institut für Numerische und instrumentelle Mathematik  
der Universität Münster, Roxeler Str. 64,  
4400 Münster

Wetterling, W., Technische Hogeschool Twente, Onderafdeling TW,  
Postbus 217, 7500 AE Enschede, Niederlande

Wuytack, L., Department of Mathematics, University of Antwerp,  
Universiteitsplein 1, B-2610 Wilrijk, Belgium

Zeller, K., Universität Tübingen, Mathematisches Institut,  
Auf der Morgenstelle 10, 7400 Tübingen

Zencke, P., Institut für Angewandte Mathematik der Universität  
Bonn, Wegelerstr. 6, 5300 Bonn

Zielke, R., Universität Osnabrück, Fachbereich 5, Albrechtstr. 28.  
4500 Osnabrück

