

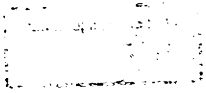
Tagungsbericht 15/1979

Gewöhnliche Differentialgleichungen

1.4. bis 7.4.1979

Die siebente Tagung "Gewöhnliche Differentialgleichungen" fand wieder unter der Leitung der Herren H.W. Knobloch (Würzburg) und R. Reißig (Bochum) statt. Die Teilnehmerzahl betrug 44 (Bundesrepublik Deutschland: 19, Ausland: 25). Im Mittelpunkt standen neuere Untersuchungen zur qualitativen Theorie, insbesondere Verzweigungsprobleme. Dementsprechend waren Einladungen an einige maßgebende Fachvertreter zu Übersichtsvorträgen ergangen. Insgesamt wurden 33 Vorträge gehalten, 10 von deutschen und 23 von ausländischen Teilnehmern. Die Themen waren breit gestreut und betrafen fast alle Teilbereiche der modernen Theorie der Differentialgleichungen, bis hin zu anwendungsorientierten Fragestellungen. Das Interesse an der Tagung war bemerkenswert; zahlreiche Teilnahmewünsche, vor allem aus dem Ausland, ließen sich wegen der begrenzten Teilnehmerzahl diesmal nicht realisieren und wurden z.T. für die nächste Tagung vorgemerkt.

Eine grobe Aufteilung der Vorträge auf Spezialgebiete ergibt etwa folgendes Bild: Lösungsmannigfaltigkeiten und Verzweigung (11), Beurteilung des asymptotischen Verhaltens dynamischer Systeme im großen (1), Differentialoperatoren und Differentialgleichungen mit bestimmten Lösungen (2), abstrakte Differentialgleichungen (1), Differentialgleichungen mit mengenwertigen rechten Seiten (1), Differentialungleichungen und Lösungseingrenzung (1), Randwertprobleme klassischer Art bei linearen Gleichungen (2), Anwendung funktionalanalytischer und topologischer Methoden auf Randwertprobleme (4), periodische Lösungen bei bestimmten Gleichungstypen (2), Anwendungen aus der Kontrolltheorie (Stabilität, Einschwingverhalten) (3), Anwendungen zu Randwertproblemen (1), verschiedene Probleme bei Funktionaldifferentialgleichungen (4).



Vortragsauszüge

B. AULBACH:

Behavior of solutions near families of periodic solutions

An autonomous differential system $\dot{x} = f(x)$ of dimension $m+n$ with an m -parameter family $p(t, \eta)$ of periodic solutions is considered with respect to the behavior of the flow in the neighborhood of the manifold M formed by the family $p(t, \eta)$. Since under the given conditions 1 is always a characteristic multiplier of the linear variational equation $\dot{y} = f_x(p(t, \eta)) y$ of multiplicity m , the behavior of solutions near M depends on the distribution of the remaining n characteristic multipliers in the complex plane. In the stable case where all lie inside the unit circle a complete description can be made. Emphasize is put on the role of asymptotic phase and asymptotic amplitude. In the general case a smooth transfer of the results from the well known situation $m = 1$ (isolated periodic solution) to the case of a family of periodic solutions is shown.

P.A. BINDING:

Differential relations and selection theory

A review will be given of existence of solutions x to the differential relation $\dot{x}(t) \in F(x(t), t)$, $t \geq 0$ for given $x(0)$. While many of the results were first proven via specially tailored approximation schemes, selection theory has gradually played a more important role in unifying and extending the area. We call f a selector for F if $f(z, t) \in F(z, t)$ for all z and t . In the simplest cases, a smooth enough selector can be found for F so that the relation can be treated via known techniques for the differential equation $\dot{x}(t) = f(x(t), t)$, $t \geq 0$. More generally, selectors are used for set valued functions induced by F on relevant function spaces.

N. CHAFEE:

On a generalized Hopf bifurcation

We consider an "unperturbed" differential equation $\dot{x}(t) = f_0(x(t))$ where $x(t)$ varies in \mathbb{R}^n and where f_0 is C^∞ -smooth on a neighborhood of the origin in \mathbb{R}^n . We suppose that $f_0(0) = 0$ and that the Jacobian matrix $f_0'(0)$ has two simple eigenvalues $\pm i$.

Also, we suppose that the remaining eigenvalues λ of $f'_0(0)$ satisfy the condition $\lambda \neq m i$ ($m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$). Next, we consider a "perturbed" differential equation $\dot{x}(t) = f(x(t))$, where f is any vector field C^∞ -smooth on a fixed neighborhood of the origin and close to f_0 in a suitably selected topology. We ask the question, how many periodic orbits Γ are there for the perturbed equation with Γ lying near the origin in \mathbb{R}^n and having period T close to 2π ? We reduce this problem to the solution of a single determining equation $\mathcal{Y}(\xi, f) = 0$ where ξ is a real variable taking its values in a small interval $[0, b)$. \mathcal{Y} itself is real-valued and C^∞ -smooth. Moreover, $\mathcal{Y}(0, f_0) = 0$. We discuss the solution of our determining equation from the standpoint of Malgrange's Preparation Theorem.

C. CONLEY:

Qualitative theory of differential equations and the Morse index

An "index" (in the form of a pointed topological space - or rather its homotopy type) is defined for compact invariant sets (of a differential equation) which are "maximal" in some neighborhood of themselves. These are called isolated invariant sets. To each isolated invariant set of a given equation there correspond isolated invariant sets of nearby equations that are obtained by "continuation" (in Poincaré's sense). The index is invariant under continuation. Using a lemma which allows one to recognize isolating neighborhoods of "fast-slow" systems, it is shown how to "continue" the periodic solution of van der Pol's equation to a periodic solution of the traveling wave equation corresponding to the Fitzhugh Nagumo equation. The change of dimension is due to taking the "product" of the former equation with a "repelling" fixed point on the line. In this way one can relate the special solutions of a wide variety of equations and "justify" the statement that the van der Pol equation serves as as a "model" for those.

W.N. EVERITT:

Ordinary differential equations and orthogonal polynomials

Let $\{\mu_n : n \in N_0 = (0, 1, 2, 3, \dots)\}$ be a sequence of real numbers such that $-1/2 < \mu_n < \mu_{n+1}$ ($n \in N_0$) and $\lim_{n \rightarrow \infty} \mu_n = \infty$; suppose $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{\mu_n} = \infty$ so that (Müntz-Szasz) the set $\{\exp(\mu_n \ln x) : x \in$



$(0,1)$, $n \in \mathbb{N}_0$ is closed in $L^2(0,1)$; let $\{\varphi_n : n \in \mathbb{N}_0\}$ be the generalized orthogonal polynomials obtained by applying the Gram-Schmidt process to $\{\exp(\mu_n \ln x)\}$; then $\{\varphi_n\}$ is generated from a Sturm-Liouville equation $-(p(x)y'(x))' + q(x)y(x) = \lambda y(x)$ ($x \in (0,1)$), with boundary conditions at 0 and 1, if and only if: for some $\tau > -1/2$ and some $\varrho > 0$ it follows that $\mu_n = \tau + \varrho n$ ($n \in \mathbb{N}_0$). In this case $p(x) = x^{2-\varrho} - x^2$ and $q(x) = \tau(\tau+1-\varrho)x^{-\varrho} - \tau(\tau+1)$ for all $x \in (0,1)$. There are complications in the case of an unbounded interval $(0, \infty)$.

I.S. FENYÖ:

Über gewisse homogene Randwertaufgaben bei Differentialgleichungen vierter Ordnung

Es wird die Differentialgleichung $((ry'')' + qy')' - py = 0$ im Intervall $(0, \infty)$ betrachtet. r und p seien positive Funktionen. Daneben werden wir auch die Vergleichsdifferentialgleichung $(ry')' + qy = 0$ betrachten. Eine nicht-triviale Lösung dieser Vergleichsdgl., welche im Nullpunkt verschwindet, sei mit $z(x)$ bezeichnet. Folgende Sätze werden bewiesen:

Satz 1. Wenn die kleinste positive Wurzel v von z' existiert und endlich ist, dann existiert eine Zahl $\alpha : 0 < \alpha \leq v$, so daß die gegebene Dgl. eine nicht-triviale Lösung hat, welche den Randbedingungen $y(0) = y'(0) = 0 ; y''(\alpha) = r(\alpha) y'''(\alpha) + q(\alpha) y'(\alpha) = 0$ genügt.

Satz 2. Wenn die kleinste positive Wurzel w von $z(x)$ existiert und endlich ist, dann gibt es eine Zahl $\beta : 0 < \beta \leq w$, für welche die gegebene Dgl. eine nicht-triviale Lösung mit den Randbedingungen $y(0) = y'(0) = 0 ; y'(\beta) = (ry'')'(\beta) = 0$ hat.

D. FLOCKERZI:

Hopf-bifurcation formulae for ordinary differential equations

We consider a one-parameter family of nonlinear ordinary differential equations (1) $\dot{x} = F(x, \varepsilon)$ ($x \in \mathbb{R}^n$, $\varepsilon \in \mathbb{R}$), where F is a smooth function of (x, ε) satisfying $F(0, \varepsilon) \equiv 0$ for small $|\varepsilon|$. It admits a linearization of the form $\dot{y} = L(\varepsilon) y$ near its trivial solution $x \equiv 0$. We assume that $L(\varepsilon)$ has one pair of smooth complex conjugate eigenvalues $\varepsilon^m \lambda(\varepsilon) \pm i \omega(\varepsilon)$ ($m \in \mathbb{N}$, $\lambda(0) \neq 0$, $\omega(0) > 0$) whereas the remaining $n-2$ eigenvalues of $L(\varepsilon)$ are bounded away from the imaginary axis for small $|\varepsilon|$.

We present a bifurcation theorem for (1) containing detailed information about the number of nontrivial periodic solutions and their direction of bifurcation. The essential contribution of that theorem lies in a constructive method leading to bifurcation formulae which are given explicitly in terms of the given right-hand side $F(x, \epsilon)$.

G. FREILING:

Irreguläre Mehrpunkt-Eigenwertprobleme

Es werden Mehrpunkt-Eigenwertprobleme der Gestalt (1) $n(y) = \lambda y$, $U_\nu(y) = 0$ ($1 \leq \nu \leq n$) untersucht. Dabei sei $n(y) = y^{(n)} + \sum_{\nu=2}^n f_\nu(x) y^{(n-\nu)}$, und die Randbedingungen seien zerfallend, d.h. mit $\alpha_{\nu j} \in \mathbb{C}$ und $0 \leq k_\nu \leq n-1$ sei

$$U_\nu(y) = y^{(k_\nu)}(a_\nu) + \sum_{j=0}^{k_\nu-1} \alpha_{\nu j} y^{(j)}(a_\nu) \quad (0 = a_1 \leq \dots \leq a_n = 1).$$

Es wird gezeigt, daß die Greensche Funktion G von (1) exponentiell bezüglich λ ($|\lambda| \rightarrow \infty$) wächst; nur im Fall $n = 2\mu$, $x \in [a_\mu, a_{\mu+1}]$ gilt $G(x, \xi, \lambda) = O(\lambda^{-(n-1)/n})$. Unter Verwendung der asymptotischen Abschätzungen für G werden Entwicklungssätze hergeleitet:

(i) Im regulären Fall ($n = 2\mu$, $x \in [a_\mu, a_{\mu+1}]$) verhält sich die Entwicklung von f nach den Eigenfunktionen von (1) äquikonvergent (auf $(a_\mu, a_{\mu+1})$) mit der trigonometrischen Fourierreihenentwicklung von f .

(ii) Im irregulären Fall $n = 2\mu - 1$ oder $n = 2\mu$ und $x \notin [a_\mu, a_{\mu+1}]$ läßt sich f in eine auf $[a, b] \subset [0, 1]$ gleichmäßig konvergente Reihe nach den Eigenfunktionen von (1) entwickeln, falls f reell analytisch ist und Randbedingungen vom Typ $U_\nu(n^q(f)) = 0$ für $q \in N_0$ und $\nu \in I = I[a, b]$ erfüllt.

P. HABETS:

A singular boundary value problem in gas lubrication theory

We consider the nonlinear two point boundary value problem $(\epsilon h^3(x) y y' + h y)' = 0$, $y(0) = a$, $y(1) = b$, for small value of ϵ . We prove the existence of a unique solution in case h is almost everywhere continuous. Further, under additional assumptions on h , a uniform asymptotic expansion is obtained up to any order ϵ^N .

W. HAHN:

Vertauschbare lineare Differentialoperatoren

Es sei $D = d/dx$; $P = p_0(x) D^m + \dots$, $Q = q_0(x) D^n + \dots$ seien lineare Differentialoperatoren. $\underline{u} = \text{col}(u_1, \dots, u_m)$ repräsentiere ein Fundamentalsystem von Lösungen von $P u = 0$. Analog sei \underline{v} durch $Q v = 0$ erklärt. Im Fall $P Q = Q P$ gilt:

- a) Man kann oBdA $p_0 = q_0 = 1$ setzen.
- b) Es gibt konstante Matrizen A und B derart, daß $Q \underline{u} = A \underline{u}$, $P \underline{v} = B \underline{v}$.
- c) Die charakteristischen Polynome lassen sich ohne Kenntnis der Lösungen \underline{u} und \underline{v} ermitteln.
- d) Es ist $\det A = (-1)^{mn} \det B$.
- e) Es gibt Polynome $\Phi(\cdot)$ und $\Psi(\cdot)$ mit konstanten Koeffizienten und den Graden n und m derart, daß $\Phi(P) = \Psi(Q)$.
- f) Im Fall $P^n = Q^m$ gibt es eine Faktorisierung von P und Q , deren Faktoren die Gestalt $D + g(x) + r_i x^{-1}$ haben. Die Funktion $g(x)$ ist für alle Faktoren die gleiche; die r_i sind ganze Zahlen.

J.K. HALE:

Effect of damping and forcing on homoclinic points

The purpose of this talk was to give a concrete example which would serve as an illustration of the following points:

- 1) multiple parameter bifurcation from a manifold
- 2) intersection of stable and unstable manifolds for nonautonomous systems
- 3) bifurcation to homoclinic points
- 4) the existence of infinitely many asymptotically stable periodic points near a homoclinic point.

The methods have more general applications than to the example. The example considered was

$$(1) \quad \dot{x} = y, \quad \dot{y} = -g(x) - \lambda_1 y + \lambda_2 f(t)$$

$$g(x) = -x + x^2, \quad f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \text{ bounded and continuous.}$$

For $\lambda = (\lambda_1, \lambda_2) = 0$ the origin of the xy -plane is a saddle point, and the point $(1,0)$ is a center surrounded by the separatrix Γ . There is a neighborhood U of $(x,y) = (0,0)$ and a neighborhood V of $\lambda = 0$ such that the system (1) has a unique solution $(g(t,\lambda), \dot{g}(t,\lambda)) \in U$ for $t \in \mathbb{R}$, $\lambda \in V$ where $g(t,0) = \dot{g}(t,0) = 0$. Let $\mathcal{J}(\lambda) = \{(t, g(t,\lambda), \dot{g}(t,\lambda))\}$, $t \in \mathbb{R}\}$. The set $\mathcal{J}(\lambda)$ has a stable (unstable) manifold $\mathcal{J}_5(\lambda)$ ($\mathcal{J}_4(\lambda)$) in $\mathbb{R} \times \mathbb{R}^2$.

Problem. For a sufficiently small neighborhood V of $\lambda = 0$, determine those λ for which $(\mathcal{J}_5(\lambda) \cap \mathcal{J}_4(\lambda)) \setminus \mathcal{J}(\lambda) \neq \emptyset$.

The following theorem is proved.

Theorem. There is a neighborhood U of Γ , a neighborhood V of $\lambda = 0$ and a C^2 function $G_\infty: R \times V \rightarrow R$, $G_\infty(\alpha, \lambda) = O(|\lambda|^2)$ as $|\lambda| \rightarrow 0$ such that $(\mathcal{J}_5(\lambda) \cap \mathcal{J}_4(\lambda)) \setminus \mathcal{J}(\lambda) \neq \emptyset$ and belongs to U for $\lambda \in V$ if and only if there is an α, λ such that

$$(2) \quad -\lambda_1 + \lambda_2 h_\infty(\alpha) + G_\infty(\alpha, \lambda) = 0$$

where

$$h_\infty(\alpha) = \int_{-\infty}^{+\infty} \dot{p}_\infty(t) f(t-\alpha) dt$$

where

$$\Gamma = \{ (p_\infty(t), \dot{p}_\infty(t)) , t \in (-\infty, +\infty) \} \cup \{ (0, 0) \} , \\ \ddot{p}_\infty + g(p_\infty) = 0 .$$

The intersection is near the point $(\alpha, p_\infty(\alpha), \dot{p}_\infty(\alpha)) \in R \times \Gamma$. The proof is an elementary application of Liapunov-Schmidt method. If $f(t+1)=f(t)$, then $h_\infty(\alpha) = h_\infty(\alpha+1)$. A special shape of h_∞ is discussed which ensures the division of the λ -plane into two angles where homoclinic points in the one and no homoclinic points in the other.

The set $\mathcal{J}_5(\lambda) \cap \mathcal{J}_4(\lambda)$ can have infinitely many intersections and therefore exhibit the nature of a homoclinic orbit even when f is not periodic. In fact, if f is almost periodic and each max and min of $h_\infty(\alpha)$ is generic and there exists one solution (α_0, λ_0) of (2) with $h'_\infty(\alpha_0) \neq 0$, then there exist infinitely many intersections.

U. AN DER HEIDEN:

Periodische Lösungen von Differenzendifferentialgleichungen

A theorem is presented, that the system

$$\dot{x}(t) = -f(x(t), y(t-\tau_1)) , \dot{y}(t) = g(x(t-\tau_2), y(t))$$

of differential-difference equations has non-constant periodic solutions whenever the nonlinear functions f and g satisfy certain differentiability, sign, and boundedness conditions and the associated characteristic equation has a root with positive real part. The proof is based on Browder's non-ejective fixed point theorem.

U. KIRCHGRABER:

The geometry in the neighborhood of an invariant manifold

In this paper we consider maps of the type

$$P: \begin{pmatrix} z \\ y \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} f(z,y) \\ Ly + Y(z,y) \end{pmatrix}$$

where $z \in \mathbb{R}^r$, $y \in \mathbb{R}^t$; f, Y are r -, t -dimensional vector functions, L is a $t \times t$ expansion matrix. Requiring a dichotomy and a weak coupling condition we prove the existence of two transversal foliations, H and V , of the space $\mathbb{R}^r \times \mathbb{R}^t$ that are preserved by P and P^{-1} . H consists of r -dimensional manifolds that are homeomorphic to the z -plane. V is given by t -dimensional manifolds that are homeomorphic to the y -plane. The construction is based on an extension of H.W.Knobloch's approach to the existence of invariant manifolds. The two foliations permit the introduction of three different kinds of coordinate systems. Accordingly P takes three different "normal" forms, namely

$$P_1(z,y) = \begin{pmatrix} F(z,y) \\ Ly \end{pmatrix}, \quad P_2(z,y) = \begin{pmatrix} f(z,G(z)) \\ Ly + Y(z,y) \end{pmatrix}, \quad P_3(z,y) = \begin{pmatrix} f(z,G(z)) \\ Ly \end{pmatrix}$$

Here $\{(z,G(z))\}$ denotes the invariant manifold attached to P . The first normal form is related to some work of J.Balbi, the third to a paper by K.Palmer.

K. KUNISCH:

Mild and strong solutions of the abstract Cauchy problem

The functional differential equation

$$(FDE) \quad \dot{x}(t) = L(x(t), x_t) + g(t, x(t), x_t), \quad t \geq s$$

$$x(s) = \eta, \quad x_s = \varphi$$

with $z = (\eta, \varphi) \in Y \times L^p(-\infty, 0; Y) = Z$ is considered. Y is a reflexive Banach-space and $L(\eta, \varphi) = L_1(\eta) + \sum_{i=1}^1 A_i \varphi(-r_i) + L_3(\eta, \varphi)$, where L_1 is the generator of a linear semigroup, A_i are continuous linear operators on Y and L_3 is continuous on Z and positive definite. Define the operator $D: \text{Dom}(D) \rightarrow Z$ by $\text{Dom}(D) = \{(\eta, \varphi) \in Z \mid \eta = \varphi(0), \varphi \in W^{1,p}, \varphi(0) \in \text{Dom}(L_1)\}$ and $D(\varphi(0), \varphi) = (L(\varphi(0), \varphi), \varphi)$.

Using the linear semigroup $T(t)$ generated by D consider

$$(VAR) \quad u(t; s, z) = T(t-s) u(s; s, z) + \int_s^t T(t-r) (g(r, u(r; s, z)), 0) dr.$$

In analogy to the theory of ODE in Banach spaces solutions of (VAR) are called mild solutions of (FDE). Of course, (VAR) can

be viewed as a variation of constant formula of (FDE) in Z . Solutions $x(\cdot; s, \eta, \varphi)$ of (FDE) generate solutions of (VAR) via $u(t) = (x(t), x_t)$. The opposite is not true in general. However, under reasonably weak assumptions solutions of (VAR) will give rise to solutions of

$$x(t) = x(s) + L \int_s^t (x(r), x_r) dr + \int_s^t g(r, x(r), x_r) dr .$$

For $Y = \mathbb{R}^n$, L can be interchanged with the integral in the last equation.

R. LEMMERT:

Über Differential-Ungleichungen zweiter Ordnung

Es wird bewiesen folgender

Satz. Es seien $v, w \in C[0,1]$, $v \leq w$, $M = \{(t,x) : 0 \leq t \leq 1, v(t) \leq x \leq w(t)\}$ und $f: M \rightarrow \mathbb{R}$ stetig. Es gelte

$$(1) \quad \begin{cases} \underline{D}^2 v \leq f(t,v) \\ \underline{D}^2 w \geq f(t,w) \end{cases} \quad \text{auf } (0,1)$$

und

$$(2) \quad f(t,x) - f(t,\bar{x}) \geq -\pi^2(x-\bar{x}), \quad x \geq \bar{x} \\ (t,x), (t,\bar{x}) \in M .$$

Dann existiert $u \in C^2[0,1]$ mit $u'' = f(t,u)$, $v \leq u \leq w$.

(Es ist $\underline{D}^2 w(t) = \limsup_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h^2} \{w(t+h) - 2w(t) + w(t-h)\}$, \underline{D}^2 entsprechend mit $\lim \inf$.)

Dieser Satz wurde von Schrader 1977 (unter anderen Voraussetzungen über f und mit anderen Methoden) für $v, w \in C^2[0,1]$ bewiesen. Werden in (1) die Ungleichheitszeichen umgekehrt, so gilt bekanntlich ein entsprechender Satz (sogar ohne (2)); in diesem Fall dürfen noch Randwerte zwischen $v(0), w(0)$ bzw. $v(1), w(1)$ vorgeschrieben werden.

N.G. LLOYD:

Perturbation of periodic solutions

Let $\varphi(t)$ be an ω -periodic solution of the equation $\dot{x} = f(t,x)$, where f is ω -periodic in t . If f is perturbed in a neighborhood of φ , then generally either φ is perturbed to a periodic solution of the new equation or bifurcates into a set of such solutions. The multiplicity $\mu(\varphi)$ of φ is the maximum number of periodic solutions into which φ can bifurcate. The index $i(\varphi)$ of φ is defined as the degree at 0 of the mapping $c \mapsto x_f(\omega; 0, c) - c$ relative to a neighborhood of $\varphi(0)$.

Results are proved relating $\mu(\varphi)$ and $i(\varphi)$. Structural results



is completely continuous and such that, in $[0, \pi] \times H \times H$,
 $(x, f(t, x, y)) \leq a |x|^2 + b |x||y| + c |x|$,
with $a+b < 1$ and $c \geq 0$, f verifying moreover a generalized Nagumo-type condition.

The uniqueness is ensured for every continuous f such that, with a, b like above, one has, in $[0, \pi] \times H \times H$,
(1) $(x - u, f(t, x, y) - f(t, u, v)) \leq a |x - u|^2 + b |x - u||y - v|$.
Finally, the existence and uniqueness of a solution is proved, using the previous results and finite-dimensional approximations, when f is continuous and satisfies (1) as well as a generalized Nagumo-type condition.

K.J. PALMER:

Structural stability of systems of time-varying linear differential equations

$A(t)$, $B(t)$ seien auf $[0, \infty)$ beschränkte und stetige reelle $n \times n$ -Matrixfunktionen. Die linearen Systeme

(1) $\dot{x} = A(t)x$ und (2) $\dot{x} = B(t)x$

heißen topologisch äquivalent, wenn eine Funktion $h: [0, \infty) \times \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ existiert, so daß:

- (i) $|h(t, x)| \rightarrow \infty$ für $|x| \rightarrow \infty$, gleichmäßig bezüglich t ;
- (ii) $h_t: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ ($h_t(x) = h(t, x)$) ist für jedes t eine homöomorphe Abbildung von \mathbb{R}^n ;
- (iii) auch $g(t, x) = (h_t)^{-1}(x)$ hat die Eigenschaft (i);
- (iv) wenn $x(t)$ eine Lösung von (1) ist, dann ist $h(t, x(t))$ eine Lösung von (2).

(1) heißt strukturell stabil, wenn ein $\delta > 0$ existiert, so daß aus $\sup_t |A(t) - B(t)| < \delta$ die topologische Äquivalenz von (1) und (2) folgt. Man zeigt, daß (1) strukturell stabil ist genau dann, wenn das System eine exponentielle Dichotomie besitzt.

H.-O. PEITGEN:

Artificial bifurcation

Giving a piecewise linear analogue for the Pontryagin construction we define topological degree for the needs of numerical analysis. From this approach we establish a new tool for the numerical study of $F(x, \lambda) = 0$, where $F: E \times \mathbb{R} \rightarrow E$, E some Banach space. Especially, we describe how a suitable interpretation of the

Leray - Schauder continuation method
and the

bifurcation principles of Krasnoselskii and Rabinowitz can be designed as numerical devices for the study of $F^{-1}(0)$. We focus our attention on a "complete numerical study" of bifurcations in $F^{-1}(0)$, i.e. singularities in $F^{-1}(0)$. For this we develop a new technique, artificial bifurcation, which is a perturbation of F in a topological sense and has the aim to create "controlled artificial" bifurcations in $F^{-1}(0)$ in order to make the "natural" bifurcations accessible. The methods are demonstrated by a collection of typical two point boundary value problems.

W. SCHAPPACHER:

Functional differential equations and nonlinear semigroups

Let $(Y, \|\cdot\|)$ be a real Banach space, and let X be a real vector space of functions $\varphi: (-\infty, 0] \rightarrow Y$. Let $\Omega \subset \mathbb{R} \times X$, and let f be a map $\Omega \rightarrow Y$. Given $t_0 \in \mathbb{R}$ and $\varphi \in X$ we consider the Cauchy problem

$$(FDE) \quad \frac{d}{dt} x(t) = f(t, x_t), \quad t \geq t_0; \quad x_{t_0} = \varphi.$$

We give axioms on X such that we can develop a qualitative theory for (FDE). Moreover, we show that under certain additional assumptions on X , the solutions of (FDE) are just the mild solutions of an abstract Cauchy problem. Finally it is shown that the solution semigroup associated with (FDE) has 'nice' properties.

B. SCHMITT:

Solutions périodiques de l'équation de Duffing sans dissipation

Étant donnée l'équation de Duffing sans dissipation,

$$(1) \quad \ddot{x} + p x + q x^3 = s \cos(\omega t)$$

il est montré que

1. quels que soient les coefficients p, q, s, ω réels, $q > 0, \omega \neq 0$, l'équation (1) admet

- une infinité de solutions $\frac{2\pi}{\omega}$ - périodiques, paires et harmoniques impaires (c.à.d. telles que $x(t + \frac{\pi}{\omega}) = -x(t)$);
- une infinité de solutions $\frac{2\pi}{\omega}$ - périodiques, paires, mais non harmoniques impaires;
- une infinité de solutions $\frac{2\pi}{\omega}$ - périodiques, qui ne sont ni paires, ni impaires.

Ces solutions sont de période minimale $\frac{2\pi}{\omega}$ si $s \neq 0$. Leurs con-



ditions initiales tendent asymptotiquement (pour $|x|$ grand) vers celles de l'équation

$$(2) \quad \ddot{x} + q x^3 = 0 .$$

2. pour $p, q \neq 0, s \neq 0$ donnés, la courbe de réponse de (1) (qui représente l'amplitude A des solutions périodiques, en fonction de la fréquence du terme forçant ω) admet une infinité de branches infinies, asymptotes aux droites d'équation $A = k\alpha\omega$, $k \in \mathbb{Z}$ où $\alpha \in \mathbb{R}$ est un réel, lié à (2), que l'on peut calculer. Il est à noter que ces résultats ont été obtenue à l'aide des techniques de l'Analyse Non-Classique (Non-Standard Analysis).

K. SCHMITT:

Bifurcation results for nonlinear differential equations

We discuss some bifurcation results for nonlinear equations containing nondifferentiable terms and describe the "spectrum" of such a class whose nonlinearities are Lipschitz continuous. As applications we discuss some nonlinear Sturm-Liouville eigenvalue problems.

I. TROCH:

Disconjugacy-Eigenschaften von linearen autonomen Differentialgleichungen

Es werden die maximalen Intervalle der Diskonjugiertheit linearer, autonomer Differentialgleichungen n -ter Ordnung untersucht. Für deren Länge L werden Abschätzungen nach oben und unten angegeben, die lediglich die maximale Eigenfrequenz, bzw. Schranken für diese, benützen und in dieser Allgemeinheit bestmöglich sind. Mit deren Hilfe können obere Schranken für die Anzahl N der Nullstellen einer beliebigen Lösung der Differentialgleichung in einem Intervall gegebener Länge abgeleitet werden. Letztere können durch die Kenntnis der Anzahl r der reellen Wurzeln der charakteristischen Gleichung beträchtlich verschärft werden - im Gegensatz zu der Tatsache, daß L selbst weitgehend unabhängig von r ist. Abschließend wird gezeigt, daß für Differentialgleichungen, deren Koeffizienten stetig von einem Parameter abhängen, auch L eine stetige Funktion dieses Parameters ist.



A. TROESCH:

Étude macroscopique de systèmes différentiels

Nous montrons sur deux exemples comment l'Analyse non Standard permet de donner des démonstrations rapides et simples de l'existence de solutions bornées. Le premier exemple est:

$$\epsilon x'' + (x^2 - 1)x' + x = 0 \text{ ou encore } x' = \frac{1}{\epsilon}(u - x^3/3 + x), u' = -x.$$

Si ϵ est standard et α i.p. (= infiniment petit) la transformation $X = \alpha x$, $U = \alpha^3 u$, $T = \alpha^2 t$ nous fournit un système différentiel:

$$X' = (U - X^3/3 + X)/(\epsilon \alpha^4), U' = -X$$

dont la première composante est i.g. (= infiniment grand) et la seconde finie (pour X , U fini et non infiniment proche de la courbe $U = X^3/3 + X$). Il en résulte que les solutions se dirigent vers cette courbe parallèlement (à un i.p. près) à l'axe des X puis restent infiniment proche de cette courbe en se dirigeant vers le point $(0,0)$. Ce qui montre que toutes les trajectoires sont bornées.

Comme deuxième exemple nous considérons:

$$x'' + (x^2 - 1)x' + x = \int_0^t x(s) ds \text{ ou encore}$$

$$(1) \quad u' = x, v' = u - x, x' = v - x^3/3 + x.$$

Le changement de variable $X = \alpha x$, $V = \alpha^3 v$, $U = \alpha^2 u$, $T = \alpha t$ (α i.p.) donne alors:

$$U' = X, V' = U - \alpha X, X' = (V - X^3/3 + \alpha^2 X)/\alpha^3.$$

Cette fois-ci les trajectoires se dirigent vers la surface $S: V = X^3/3 - \alpha^2 X$ en étant infiniment proches de parallèles à l'axe des X . On montre ensuite en posant $W = (V - X^3/3 + \alpha^2 X)/\alpha^3$ qu'au bout d'un temps i.p. on a $U - \alpha X - (X^2 - \alpha^2)W$ i.p. et par suite les projections dans le (X,U) -plan des trajectoires infiniment proches de S vérifient à un i.p. près $X' = U/X^2$, $U' = X$. De la forme des solutions de ce système on déduit facilement qu'il existe au moins deux trajectoires de (1) qui entrent dans la sphère unité de l'espace des (X,U,V) et qui n'en ressortent plus, c'est à dire l'existence d'au moins deux trajectoires non bornées pour $t < 0$ et bornées pour $t > 0$.

A. VANDERBAUWHEDE:

An abstract setting for the study of the Hopf bifurcation

We consider the equation $Ax = \sigma F(x, \lambda)$ (1) where A is a bounded linear operator and F a nonlinear operator between two Banach spaces, depending on a parameter λ in a Banach space Λ ; σ is a real parameter. We assume that the equation (1) is covariant for a representation of the circle group, while for $(\sigma, \lambda) = (\sigma_0, \lambda_0)$ we assume that $F(0, \lambda_0) = 0$, $L = A - \sigma_0 \cdot D_x F(0, \lambda_0)$ is Fredholm, while the representation of the circle group induced on $\ker L$ is irreducible and nontrivial. We want to study the solutions (x, σ) of (1) near $(0, \sigma_0)$, for each λ given near λ_0 . The problem is reduced to that of solving a scalar equation $G(\varrho, \lambda) = 0$, where ϱ is a scalar unknown, and G is odd in ϱ , for each λ near λ_0 . It is shown how this result generalizes a number of well known results on Hopf bifurcation.

P. VOLKMANN:

Existenz von Lösungen für Randwertprobleme in konvexen Teilmengen eines Banachschen Raumes

Satz. (R. Lemmert und der Vortragende; erscheint in Arch. der Math.) Sei C eine abgeschlossene, konvexe Teilmenge eines reellen Banachraumes E (mit topologischem Dualraum E^*) und $f: [0, 1] \times C \rightarrow E$ eine stetige Funktion, welche den folgenden Bedingungen genügt:

- A) $\|f(t, x) - f(t, y)\| \leq L \|x - y\|$ ($0 \leq t \leq 1$; $x, y \in C$)
mit einer Lipschitz-Konstante $L < \pi^2$.
- B) Aus $0 \leq t \leq 1$, $\varphi \in E^*$, $c \in C$, $\varphi(c) = \max_{x \in C} \varphi(x)$
folgt $\varphi(f(t, c)) \geq 0$.

Dann besitzt das Randwertproblem

$$u(0) = a, u(1) = b, u''(t) = f(t, u(t)) \quad (0 \leq t \leq 1)$$

für beliebige $a, b \in C$ stets eine (eindeutig bestimmte) Lösung $u: [0, 1] \rightarrow C$.

W. WALTER:

Existenzsätze für ein Zwei-Punkt-Randwertproblem im Banachraum unter Verwendung des Nichtkompaktheitsmaßes

Es werden zwei Existenzsätze für das Randwertproblem im Banachraum

$$(1) \quad u''(x) + f(x, u(x), u'(x)) = 0 \text{ in } I = [0, 1], u(0) = c, u(1) = d$$

bewiesen. Dabei ist X ein Banachraum, f eine Abbildung von $I \times X^2$ in X .

Satz 1. (Verallgemeinerung des Satzes von Scorza Dragoni):

Ist f stetig und beschränkt und genügt f einer Abschätzung

$$(2) \mathcal{J}(f(I, M, N)) \leq \omega(\mathcal{J}(M), \mathcal{J}(N)) \text{ mit } \omega \in \text{CSA}$$

oder ist f beschränkt und gleichmäßig stetig und genügt f einer Abschätzung

$$(3) \mathcal{J}(f(x, M, N)) \leq \omega(x, \mathcal{J}(M), \mathcal{J}(N)) \text{ mit } \omega \in \text{CSA},$$

so hat das RWP (1) eine Lösung $u \in C^2(I, X)$.

Dabei ist $\omega \in \text{CSA}$, falls gilt:

(a) für $C > 0$ gibt es Funktionen $\sigma(x), \tau(x)$ mit

$$\sigma(x) \geq \int_0^1 |G(x, s)| \omega(s, \sigma(s), \tau(s)) ds \text{ und } \sigma(x) \geq C \sin \pi x$$

$$\tau(x) \geq \int_0^1 |G_x(x, s)| \omega(s, \sigma(s), \tau(s)) ds \text{ mit } \tau(x) \geq C$$

(b) $\omega(0, 0, 0) = 0$, $\omega(x, s, t)$ wachsend in s und t für $s, t \geq 0$

(c) Das RWP $g'' + \omega(x, g, 2g + (1-2x)g') = 0$ in I , $g(0) = g(1) = 0$

hat nur eine Lösung g mit $g \geq 0$, $g'' \leq 0$, nämlich $g \equiv 0$.

Bemerkung. Falls

$$|f(x, y, p) - f(x, \bar{y}, \bar{p})| \leq \omega(x, |y - \bar{y}|, |p - \bar{p}|) \text{ mit } \omega \in \text{CSA}$$

gilt, so konvergiert das übliche Verfahren der sukzessiven Approximationen, angewandt auf (1). Insbesondere hat (1) genau eine Lösung. Deshalb die Bezeichnung CSA = Klasse der Funktionen, die die Konvergenz der sukzessiven Approximationen garantiert.

Satz 2. (Verallgemeinerung des Satzes von Hartman):

Ist X ein Hilbertraum, $f: I \times \mathbb{E}_R \times X \rightarrow X$ stetig und gilt

$$(x, f(x, y, p)) \leq |p|^2 \text{ für } |y| = R, (y, p) = 0$$

$$|f(x, y, p)| \leq h(|p|) \text{ für } |y| \leq R$$

und (2) bzw. (3), falls f gleichmäßig stetig ist, so hat (1) für $|c|, |d| \leq R$ eine in \mathbb{E}_R verlaufende Lösung $u \in C^2(I, X)$.

Insbesondere ist $\omega(x, s, t) = Ls + Kt$ mit $L + 4K < \pi^2$ aus CSA.

Ein Gegenbeispiel einer Funktion $f(x, y, p) = f(y)$, welche beschränkt ist und der Abschätzung $|f(y) - f(\bar{y})| < \pi^2 |y - \bar{y}|$ genügt und für welche das RWP (1) keine Lösung besitzt (Lemmer), zeigt, daß Satz 1. ein bester Satz ist.

W. WALTER:

Fixpunkte der Poincaré-Abbildung bei Nichteindeutigkeit (mit Anwendungen auf periodische Lösungen)

Eine bekannte Methode, Lösungen der periodischen Randwertaufgabe $u'(t) = f(t, u)$ in $I = [0, T]$, $u(0) = u(T)$ zu gewinnen, besteht darin, einen Fixpunktsatz auf die Abbildung (Poincaré-Abbildung) $u(0) \mapsto u(T)$ (u ist Lösung von $u' = f$) anzuwenden. Die Schwier-

rigkeit besteht darin, daß diese Abbildung nur dann stetig ist, wenn die Eindeutigkeit für das Anfangswertproblem vorausgesetzt wird. Der folgende Satz zeigt, daß ein Fixpunkt auch bei Nicht-eindeutigkeit existieren kann.

Satz. Es sei $G \subset I \times \mathbb{R}^n$ offen und $F: G \rightarrow \mathbb{R}^n$ stetig. Ferner sei $B \subset \mathbb{R}^n$ eine konvexe, kompakte Menge mit der Eigenschaft, daß jede Lösung u von $u' = f(t, u)$ mit $u(0) \in B$ über I existiert, wobei $u(T) \in B$. Dann existiert eine Lösung $u \in C^1(I, \mathbb{R}^n)$ mit $u(0) = u(T) \in B$. - Es wird ein elementarer Beweis dieses Satzes gegeben. Der Satz gilt auch im reflexiven Banachraum, falls f kompakt ist.

Problem. Bleibt der Satz richtig, wenn man nur voraussetzt, daß zu jedem $c \in B$ eine Lösung u mit $u(0) = c$ und $u(T) \in B$ existiert?

D. WEXLER:

The operational Riccati equation and its applications to stability of control systems

Let A be the generator of an exponentially stable linear C^0 -semi-group in a complex Hilbert space X , B a bounded linear operator from a complex Hilbert space U to X , and F a continuous Hermitian form on $X \times U$, $F(x, u) = (F_1 x, x) + 2 \operatorname{Re}(F_2 x, u) + (F_3 u, u)$, with F_3 coercive. The Riccati equation consists in looking for an operator $H \in L(X)$ which is self-adjoint and such that H and $h = -F_3^{-1}(B^*H + F_2)$ satisfy $2 \operatorname{Re}(Hx, Ax + Bu) + F(x, u) = |F_3^{-1/2}(u - hx)|^2 \forall (x, u) \in D(A) \times U$. In the way of extending to this setting the results which are well-known for the finite-dimensional case, a significant contribution has been given in some recent papers by V.A. Yakubovich by means of optimal control methods. We enlarge his results concerning the singular case and the analogue in this setting of the linear matrix inequality. We also discuss the minimal solution, a closed operator which may be here unbounded. As in the finite-dimensional case, these results may be applied to construct some kind of Liapunov functionals and to obtain in this way frequency domain stability criteria for certain nonlinear control systems.

H. WIMMER:

Exponential-Lösungen von Differentialgleichungssystemen unendlicher Ordnung

Lineare Differenzen-Differentialgleichungen wie z.B.

$$(1) \quad \sum_{i=0}^m \sum_{j=0}^k B_{ij} x^{(i)}(t-h_j) = 0, \quad B_{ij} \in \mathbb{R}^{n \times n},$$

oder andere Typen von linearen Funktional-Differentialgleichun-

gen haben i.a. Exponential-Lösungen der Form $x(t) = e^{\lambda t} p(t)$, wobei die Elemente des Vektors $p(t)$ Polynome sind. Wenn man nur an Exponential-Lösungen interessiert ist, kann man $x^{(i)}(t-h_j)$ durch die Taylor-Entwicklung um t ersetzen und (1) als eine Differentialgleichung unendlicher Ordnung ansehen. Es werden daher Gleichungen der Form

$$(2) \quad \sum_{\mu=0}^{\infty} A_{\mu} x^{(\mu)}(t) = 0, \quad A_{\mu} \in C^{n \times n},$$

untersucht, wobei die Elemente von $\sum_0^{\infty} A_{\mu} z^{\mu}$ ganze Funktionen sind. Es zeigt sich, daß man den Raum der Exponential-Lösungen von (2) leichter in den Griff bekommt als den von (1). Da die ganzen Funktionen einen Elementarteilerbereich bilden, kann man durch eine geeignete Transformation (2) in ein System von skalaren Differentialgleichungen überführen.

S. ZAIDMAN:

Well-posed weak Cauchy problem for abstract differential equations

We consider continuous weak solutions of the initial value problem in a Banach space X for the differential equation $u'(t) = A u(t)$, $0 \leq t \leq T$, where A is a densely defined (unbounded) linear operator in X and $u(t)$, $0 \leq t \leq T \rightarrow X$ is a strongly continuous function, such that $u(0) = x_0$ is arbitrarily given in X . We establish continuous dependence of the solutions on the initial data, as a consequence of an "existence + unicity" assumption. Next, we prove that existence + uniqueness in an interval $[0, T]$ implies well-posedness of the Cauchy problem on the positive real line. Finally, we associate a C^0 -semigroup to our weak Cauchy problem, and, under the supplementary assumption that A has at least one regular point we conclude that A is in fact the infinitesimal generator of the associated semigroup.

E. ZEHNDER:

Multiple periodic solutions of Hamiltonian systems

The following existence theorems were obtained recently jointly with H. Amann. We are looking for nontrivial periodic solutions of Hamiltonian systems with prescribed period. The setting is as follows: We assume the system to have an equilibrium point, say O , and to be asymptotically linear. The "difference" between the linearized system at O and at ∞ describes the nonlinearity needed in order to prove the existence of periodic solutions.

The proof is based on a saddle point reduction of an abstract functional equation, which reduces the original problem to the study of critical points of a functional g defined on a finite dimensional space. Then we employ arguments of elementary critical point theory, generalized Morse theory in the sense of C.C.Conley, Lusternik-Schnirelman category theory, and Faddell-Rabinowitz index theory.

Berichterstatter: R. Reißig

Liste der Tagungsteilnehmer

- Albrecht, Prof. F. , Dept. of Mathematics, University of Illinois, Urbana, Ill. 61801, USA
- Albrecht, Prof. Dr. J. , Mathematisches Institut der Technischen Universität Clausthal, Erzstraße 1, D-3392 Clausthal
- Atkinson, Prof. F. , Dept. of Mathematics, University of Toronto, Toronto, Ont. M 5 S 1 A 1 , Kanada
- Aulbach, Dr. B. , Mathematisches Institut, Universität Würzburg, Am Hubland, D-8700 Würzburg
- Binding, Prof. P. , Dept. of Mathematics, University of Calgary, Calgary, Alberta T 2 N 1 N 4 , Kanada
- Chafee, Prof. N. , Stichting Mathematisch Centrum, 2 e Boerhaavestraat 49, 1091 AL Amsterdam, Niederlande
- Conley, Prof. C. , Dept. of Mathematics, University of Wisconsin, Madison, Wisc. 53706, USA
- Eberhard, Prof. Dr. W. , Fachbereich Mathematik, Gesamthochschule Duisburg, Lotharstraße 63, D-4100 Duisburg
- Everitt, Prof. W. N. , Dept. of Mathematics, The University, Dundee D D 1 4 H N , Scotland U.K.
- Fenyö, Prof. Dr. I. S. , Istenhegyi ut 48/A, 1125 Budapest, Ungarn
- Flockerzi, Dr. D. , Mathematisches Institut, Universität Würzburg, Am Hubland, D-8700 Würzburg
- Freiling, Dr. G. , Fachbereich Mathematik, Gesamthochschule Duisburg, Lotharstraße 63, D-4100 Duisburg
- Habets, Prof. P. , Institut Mathématique, Université Catholique de Louvain, Chemin du Cyclotron 2, 1348 Louvain-la-Neuve, Belgien
- Hahn, Prof. Dr. W. , Institut für Mathematik II, Technische Universität, Kopernikusgasse 24, 8010 Graz, Österreich

Hale, Prof. J. , Division of Applied Mathematics, Brown University, Providence, R.I. 02912, USA

an der Heiden, Dr. U. , Lehrstuhl für Biomathematik, Universität Tübingen, Auf der Morgenstelle 28, D-7400 Tübingen

Kappel, Prof. Dr. F. , Institut für Mathematik, Universität Graz, Elisabethstraße 11, 8010 Graz, Österreich

Kirchgraber, Dr. U. , Mathematik-Seminar, ETH Zürich, ETH-Zentrum, 8092 Zürich, Schweiz

Knobloch, Prof. Dr. H. W. , Mathematisches Institut, Universität Würzburg, Am Hubland, D-8700 Würzburg

Kunisch, Dr. K. , Institut für Mathematik II, Technische Universität, Kopernikusgasse 24, 8010 Graz, Österreich

Lemmert, Dr. R. , Mathematisches Institut I, Universität Karlsruhe, Englerstraße 2, D-7500 Karlsruhe 1

Lloyd, Prof. N. , Dept. of Pure Mathematics, University College of Wales, Aberystwyth, U.K.

Martin, Prof. R. , Dept. of Mathematics, North Carolina State University, Raleigh, N.C. 27650, USA

Mawhin, Prof. J. , Institut Mathématique, Université Catholique de Louvain, Chemin du Cyclotron 2, 1348 Louvain-la-Neuve, Belgien

Nixdorff, Prof. Dr. K. , Fachbereich Maschinenbau, Hochschule der Bundeswehr Hamburg, Holstenhofweg 85, D-2000 Hamburg 70

Palmer, Dr. K. J. , Institut für Mathematik, Ruhr-Universität, Universitätsstraße 150, D-4630 Bochum 1

Peitgen, Prof. Dr. H.-Ö., Fachbereich Mathematik, Universität Bremen, D-2800 Bremen 33

Reißig, Frau Dr. G. , Institut für Mathematik, Ruhr-Universität, Universitätsstraße 150, D-4630 Bochum 1

Reißig, Prof. Dr. R. , Institut für Mathematik, Ruhr-Universität, Universitätsstraße 150, D-4630 Bochum 1

- Rüßmann, Prof. Dr. H. , Fachbereich Mathematik, Universität
Mainz, Saarstraße 21, D-6500 Mainz
- Schappacher, Dr. W. , Institut für Mathematik, Universität
Graz, Elisabethstraße 11, 8010 Graz, Österreich
- Schmitt, Dr. B. , Département de Mathématique, Faculté des
Sciences, Ile du Saulcy, 57000 Metz, Frankreich
- Schmitt, Prof. K. , Dept. of Mathematics, University of Utah,
Salt Lake City, Ut. 84112, USA
- Staide, Prof. Dr. U. , Fachbereich Mathematik, Universität
Mainz, Saarstraße 21, D-6500 Mainz
- Troch, Frau Prof. Dr. I. , Institut für Technische Mathematik,
Technische Universität, Gußhausstraße 27-29, 1040
Wien, Österreich
- Troesch, Dr. A. , Département de Mathématique, Université
Louis Pasteur, 7 rue René Descartes, 67084 Strasbourg
Cedex, Frankreich
- Thoma, Prof. Dr. M. , Institut für Regelungstechnik, Univer-
sität Hannover, Appelstraße 11, D-3000 Hannover 1
- Vanderbauwhede, Prof. A. , Instituut voor Theoretische Mecha-
nika, Rijksuniversiteit Gent, Krijgslaan 207, S 9,
9000 Gent, Belgien
- Volkman, Prof. Dr. P. , Mathematisches Institut I, Univer-
sität Karlsruhe, Englerstraße 2, D-7500 Karlsruhe 1
- Walter, Prof. Dr. W. , Mathematisches Institut I, Univer-
sität Karlsruhe, Englerstraße 2, D-7500 Karlsruhe 1
- Wexler, Prof. D. , Département de Mathématique, Facultés
Universitaires N.D. de la Paix, 61 rue de Bruxelles,
5000 Namur, Belgien
- Wimmer, Prof. Dr. H. , Mathematisches Institut, Universität
Würzburg, Am Hubland, D-8700 Würzburg
- Zaidman, Prof. S. , Département de Mathématique, Université
de Montréal, Montréal, Québec, Kanada
- Zehnder, Prof. Dr. E. , Institut für Mathematik, Ruhr-Uni-
versität, Universitätsstraße 150, D-4630 Bochum 1

