

Tagungsbericht 17|1979

Arbeitsgemeinschaft über "Sphärische Raumformen"

16.4. bis 21.4.1979

Die Arbeitsgemeinschaft fand unter der Leitung von Herrn Prof. Dr. T. tom Dieck (Göttingen) statt. Wie üblich bei den zweimal jährlich stattfindenden Arbeitsgemeinschaften wurde über neuere Ergebnisse in einem allgemein interessierenden aktuellen Forschungsgebiet von Nichtspezialisten referiert. Gegenstand waren die "sphärischen Raumformen", d. h. die freien Gruppenoperationen auf Sphären. Berichtet wurde über Arbeiten von Swan (Homotopietheorie der Raumformen) sowie Petrie, Wall, Thomas, Madsen (Surgery und differenzierbare Raumformen). Dabei kamen als Hilfsmittel auch ältere Arbeiten der Gruppentheorie (Gruppen mit periodischer Kohomologie) zur Sprache. Schließlich wurden neuere Arbeiten von Thomas (Operationen auf der 3-Sphäre) und Milgram (Zahlentheorie und Swan-Hindernis) erwähnt. Im einzelnen fanden die Vorträge in folgender Reihenfolge statt:

Vortragsauszüge

A. Stieglitz:

Freie Operationen auf Sphären und Gruppen mit periodischer Kohomologie.

Sei X ein $(n-1)$ -dimensionaler CW-Komplex mit freier G -Operation, der zur Sphäre S^{n-1} homotopieäquivalent ist. Ist n ungerade, so ist $G = \mathbb{Z}/2\mathbb{Z}$ und die Operation ändert die Orientierung. Sei n gerade und G erhalte die Orientierung. Dann hat das Sphärenbündel $EG \times_G X \longrightarrow BG$ eine Euler-Klasse $e(X) \in H^n(BG; \mathbb{Z})$. Es hat

BG periodische Kohomologie und Multiplikation mit $e(X)$ liefert Periodizität. Eine Gruppe G hat genau dann periodische Kohomologie, wenn alle abelschen Untergruppen zyklisch sind bzw. die p -Sylow-Gruppen für $p \neq 2$ zyklisch sind und für $p = 2$ zyklisch oder quaternional.

J. Gamst:

Periodische Auflösungen von Gruppen.

Vorgetragen wurde der Satz von Swan, daß eine Gruppe der Periode n eine periodische Auflösung der Länge n hat; d. h. es existiert eine exakte Sequenz

$$0 \longrightarrow \mathbb{Z} \longrightarrow C_{n-1} \longrightarrow \dots \longrightarrow C_0 \longrightarrow \mathbb{Z} \longrightarrow 0$$

mit endlich erzeugten projektiven ZG-Moduln C_i . Man kann die C_i genau dann frei wählen, wenn das Swan-Hindernis

$$\sum (-1)^i [C_i] \in \tilde{K}_0(\text{ZG})$$

in der reduzierten projektiven Klassengruppe verschwindet.

R. Beyl:

Homotopieklassifikation der sphärischen Raumformen.

Vorgetragen wurde ein Beweis des Satzes von Swan, daß die äquivarianten Homotopietypen von $(n-1)$ -dimensionalen freien G -Räumen X , die zu S^{n-1} homotopieäquivalent sind, vermöge $X \mapsto e(X)$ genau den erzeugenden Elemente der zyklischen Gruppe $H^n(\text{BG}; \mathbb{Z})$ entsprechen.

G. Martens:

Klassifikation von Gruppen mit periodischer Kohomologie.

Es wurde über die Klassifikation der auflösbaren periodischen Gruppen im einzelnen referiert. Die minimale Periode wurde bestimmt. Die Gruppen mit der Periode 4 wurden genauer angegeben.

R. Vogt:

Semi-Charakteristik und freie Operationen.

Berichtet wurde über eine Arbeit von R. Lee worin eine äquivariante Semi-Charakteristik dazu benutzt wird zu zeigen, daß die Dieder-Gruppe D_{2p} nicht frei auf einer Mannigfaltigkeit, die eine $Z/2Z$ -Homologie-Sphäre ist, operieren kann. Außerdem wurde gezeigt, daß gewisse Gruppen der Periode 4 nicht auf einer dreidimensionalen Sphäre frei operieren können.

J. Huebschmann:

Surgery.

In Anlehnung an das Buch von Wall wurde erläutert, was "surgery" ist und bezweckt. Ferner wurde die Normaleninvariante erläutert und damit die exakte surgery-Folge formuliert.

H. Hauschild:

Induktionssätze

Der Transfer für endliche Überlagerungen wurde definiert. Damit wurde die homotopie-theoretische Form der Frobenius-Reziprozität und der Doppelnebenklassenformel von Mackey bewiesen. Anwendung auf die Existenz von Normaleninvarianten für sphärische Raumformen.

D. Siersma:

Das Swan-Hindernis.

Berichtet wurde über einen Beweis von Wall für die Tatsache, daß das Swan-Hindernis für gewisse hyperelementare Gruppen verschwindet.

P. Löffler:

Freie Operationen auf Sphären.

Unter Verwendung der Ergebnisse aller früheren Vorträge wurde berichtet, auf welchen Sphären S^{n-1} man die Existenz freier differenzierbarer G-Operationen kennt. Weitere Hilfsmittel und die Beweismethode wurde erläutert.

Berichterstatter: Tammo tom Dieck

Liste der Tagungsteilnehmer

Abels, Prof. Dr. H., Fakultät für Mathematik, Universitäts-
straße, 48 Bielefeld 1.

Beyl, Dr. R., Mathematisches Institut, Im Neuenheimer Feld 288,
69 Heidelberg.

Booß, Dr. B., Fakultät für Mathematik, Universitätsstraße,
48 Bielefeld 1.

tom Dieck, Prof. Dr. T., Mathematisches Institut, Bunsenstr. 3/5,
34 Göttingen.

Gamst, Prof. Dr. J., Studienbereich 4 Mathematik, Kufsteinerstr.,
28 Bremen.

Hauschild, Dr. H., Mathematisches Institut, Bunsenstraße 3/5,
34 Göttingen.

Helling, Prof. Dr. H., Fakultät für Mathematik, Universitäts-
straße, 48 Bielefeld 1.

Huebschmann, Dr. J., Mathematisches Institut, Im Neuenheimer
Feld 288, 69 Heidelberg.

Hurrelbrink, Dr. J., Fakultät für Mathematik, Universitätsstraße,
48 Bielefeld 1.

Kneser, Prof. Dr. M., Mathematisches Institut, Bunsenstraße 3/5,
34 Göttingen.

Löffler, Dr. P., Mathematisches Institut, Bunsenstraße 3/5,
34 Göttingen.

Lorenz, Prof. Dr. F., Mathematisches Institut, Roxelerstr. 64,
44 Münster.

Martens, Dr. G., Mathematisches Institut, Bismarkstraße 1^{1/2},
8520 Erlangen.

Maus, Prof. Dr. E., Mathematisches Institut, Bunsenstraße 3/5,
34 Göttingen.

Miller, Prof. Dr. L., Mathematisches Institut II, Englerstr. 2,
75 Karlsruhe.

Okonek, Chr., Mathematisches Institut, Bunsenstraße 3/5,
34 Göttingen.

Ossa, Prof. Dr. E., Fachbereich Mathematik, Gaußstraße 20,
56 Wuppertal 1.

Popp, Prof. Dr. H., Fakultät für Mathematik, Seminargebäude A5,
68 Mannheim.

Scheerer, Prof. Dr. H., Fachbereich Mathematik, Hüttenweg 9,
1000 Berlin 33.

Siersma, Prof. Dr. D., Mathematisches Institut, Rijksuniversiteit
Utrecht, Budapestlaan 6, 3508 TA Utrecht,
Niederlande.

Singhof, Dr. W., Mathematisches Institut, Weyertal 86 - 90,
5000 Köln 41.

Stieglitz, Dr. A., Institut für Mathematik, Postfach 10 21 48,
4630 Bochum 1.

Staub, R., Am Fort Gonsenheim 121, 65 Mainz 1.

Switzer, Prof. Dr. R. M., Mathematisches Institut, Bunsenstr. 3/5,
34 Göttingen.

Vogt, Prof. Dr. E., Fachbereich Mathematik, Hüttenweg 9,
1000 Berlin 33.

Vogt, Prof. Dr. R., Fachbereich Mathematik, Albrechtstr. 28,
45 Osnabrück.

