MATHEMATISCHES FORSCHUNGSINSTITUT OBERWOLFACH

Tagungsbericht 1/1980

Arbeitstagung Salzmann

1.1. bis 5.1.1980

In den Tagen zwischen dem 1. - 5. Januar 1980 fand die traditionsreiche Arbeitstagung des Baerschen Kreises unter der Leitung von H. Salzmann statt. Das Treffen wurde vom Tod Reinhold Baers überschattet, der am 22.10.1979 in Zürich gestorben ist. Die Tagung wurde mit einem Nachruf auf Herrn Baer eröffnet. An den 3 zur Verfügung stehenden Tagen hielten 24 der 38 Teilnehmer ausführliche Vorträge, je zur Hälfte über gruppentheoretische und geometrische Themen, wobei aber bei allen der Geometrie zuzurechnenden Vorträgen die Struktur und Wirkung der Automorphismengruppe eine zentrale Rolle spielte. Trotz des breiten Spektrums der vertretenen speziellen Arbeitsgebiete waren die gemeinsamen Wurzeln stark genug, eine zu große Divergenz zu verhindern. Die Tagung war im Gegenteil für alle Teilnehmer sehr anregend.

Gefördert durch DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

Vortragsauszüge

B. Amberg:

Auflösbare Produkte von zwei hyperzentralen Gruppen mit artinschen p-Komponenten

Satz 1. Ist die auflösbare Torsionsgruppe $G = AB$ das Produkt von zwei hyperzentralen Untergruppen A und B mit artinschen p-Komponenten für die Primzahl p, so ist jeder p-Faktor von G artinsch.

Satz 2. Ist die auflösbare Gruppe G das Produkt von zwei hyperzentralen Torsionsuntergruppen mit artinschen p-Komponenten für alle Primzahlen p, so gilt:

a) G ist lokal endlich und $\pi G = \pi A \cup \pi B$, wobei πX = Menge aller Primzahlen q für die es Elemente der Ordnung q in der Gruppe X gibt

b) Jeder p-Faktor von G ist artinsch

c) Das Hirsch-Plotkin-Radikal und die maximalen p-Normalteiler von G sind Produkte von Untergruppen von A mit Untergruppen von B.

B. Baumann:

2-modulare Darstellungen halbeinfacher Gruppen

In der Strukturtheorie endlicher Gruppen vom Charakteristik-2-Typ spielen folgende Begriffsbildungen eine Rolle (dabei ist G eine endliche Gruppe und V ein treuer F_2G-Modul):

$\mathfrak{P}(G,V)$ = {elementar-abelsche 2-Untergruppen A von G mit $|A|\,|C_V(A)| \geq |B|\,|C_V(B)|$ für alle $B \leq A$}

$\mathfrak{P}^*(G,V)$ = {minimale Elemente von $\mathfrak{P}(G,V)$ bzgl. einer geeigneten Halbordnung auf $\mathfrak{P}(G,V)$}

$\mathfrak{Q}(G,V)$ = {elementar-abelsche 2-Untergruppen A von G mit $|A| \geq 4$ und $[[V,A],A] = 0$ }

Es wurden einige Sätze über die Operationen von Elementen aus diesen Mengen auf den Komponenten von G und die Struktur der auftretenden Moduln angegeben.

D. Betten:

<u>Eine Klasse 4-dimensionaler projektiver Ebenen mit 3-dimensionaler Translationsgruppe</u>

Es wurde eine Schar 4-dimensionaler projektiver Ebenen in folgender Situation hergeleitet: die Kollineationsgruppe Δ ist 6-dimensional und hält genau eine Gerade W und zwei Punkte $u,v \in W$ fest. Die Translationsgruppe T bezüglich W ist 3-dimensional und Δ fixiert genau eine der T-Bahnen.

A. Beutelspacher:

<u>Über die extremen Schnittzahlen eines Blockplanes</u>

Sei D ein 2-(v,k,λ) Blockplan und seien B und C zwei verschiedene Blöcke von D. Nach Majumdar 1953 gilt dann:
$\max(\sigma(v,k,\lambda),\tau(v,k,\lambda)) \leq [B,C] \leq \Sigma(v,k,\lambda)$;
dabei ist $\sigma(v,k,\lambda) = k-r+\lambda$, $\tau(v,k,\lambda) = 2kr/b - k$ und
$\Sigma(v,k,\lambda) = 2k\lambda/r - (k-r+\lambda)$.
Ferner gibt Majumdar Kriterien dafür an, wann ein Blockplan eine dieser Zahlen als Schnittzahl besitzt. Auf diesen Satz aufbauend läßt sich zeigen:
1) Ein 3-Blockplan hat die Schnittzahl Σ und die Schnittzahlen σ und τ nur dann, wenn diese verschwinden.
2) Die Blockpläne mit höchstens zwei Schnittzahlen, von denen eine τ ist, sind genau die Hadamard 3-Blockpläne.
3) Die Blockpläne mit höchstens drei Schnittzahlen, von denen eine Σ ist, sind genau die symmetrischen und die verdoppelten symmetrischen Blockpläne.

R. Bieri:

<u>Endlichkeitsbedingungen für Moduln über endlich erzeugten Abelschen Gruppen</u>

Eine Gruppe heißt vom typ $(FP)_\infty$, wenn der triviale G-Modul $\mathbb{Z}$ eine Auflösung durch endlich erzeugte projektive Moduln besitzt. Gemeinsam mit J. Groves:

<u>Satz</u>. Jede metabelsche Gruppe vom typ $(FP)_\infty$ hat virtuell endliche cohomologische Dimension.

Der Beweis verwendet die den KQ-Moduln A - K ein Körper, Q eine endlich erzeugte Abelsche Gruppe - zugeordneten geometrischen Invarianten $\Sigma_A \subseteq S^{n-1}$ (Bieri-Strebel "valuations and finitely presented metabelian groups", erscheint in Proc. London Math. Soc.). Mit den Σ_Λ kann man nämlich genau beschreiben, wann die Tensorpotenzen $\otimes_K^m \Lambda$ (bzw. die äusseren Potenzen $\Lambda_K^m \Lambda$) als KQ-Moduln mit diagonaler Aktion endlich erzeugbar sind.

L. Bröcker

Reelle Funktionenkörper und ihre Geometrie

Sei K endlich erzeugter Körper über $\mathbb{R}$, X der Raum der Anordnungen von K und $\overline{X}$ der Raum der Stellen: $K \to \mathbb{R} \cup \infty$. Ferner sei V ein beliebiges glattes Modell von K. Es wurden Beziehungen zwischen X, $\overline{X}$ und der Menge $V(\mathbb{R})$ der reellen Punkte von V untersucht.
Sei S die Menge der Ultrafilter im Verband der offenen semialgebraischen Mengen von $V(\mathbb{R})$. Dann gilt:

Satz. $X \cong S$ (dabei V nicht notwendig glatt)

Sei $\pi: \overline{X} \to V(\mathbb{R}), \varphi \mapsto$ Zentrum von φ.

Satz. Für $x \in V(\mathbb{R})$ ist $\pi^{-1}(x)$ zusammenhängend.

Satz. Es existiert eine kanonische Einbettung $D \to H^1(V(\mathbb{R}), \mathbb{Z}_2)$ dabei ist D die reelle Divisorenklassengruppe

Zum Schluß wurden Kongruenzbedingungen zur Lösung von Signaturverteilungen auf $V(\mathbb{R})$ durch quadratische Formen über K angegeben.

K. Faltings

Kennzeichnung von Elationen II

Sei K ein Körper und sei Λ ein K-Vektorraum. Sei $\Gamma = GL(\Lambda)$.
Sind U, V Unterräume von Λ mit $U \leq V$, so sei $E(U,V)$ die Menge aller $\delta \in \Gamma$ mit $\Lambda(\delta-1) \leq U$ und $V(\delta-1) = 0$.
Bekanntlich ist $E(U,V)$ eine zu $\mathrm{Hom}_K(\Lambda/V,U)$ isomorphe, also insbesondere abelsche, Untergruppe von Γ. Es gilt dann:

Satz. Sei $\chi K = p > 0$ und sei $\mathrm{Rang}_K \geq 2$. Dann sind die folgenden Eigenschaften der Untergruppe Δ von Γ äquivalent:

(i) a) Δ ist eine maximale elementar abelsche p-Untergruppe von Γ.
   b) Ist $1 \neq \delta \in \Delta$, so wird Δ vom Zentralisator von δ in Γ normalisiert.

(ii) a) Es gibt einen Punkt P oder eine Hyperebene H von Λ mit $\Delta = E(P,P)$ oder $\Delta = E(H,H)$.
   oder:
   b) $\mathrm{Rang}_K \Lambda = 3$, K ist der Körper mit 3 Elementen und Δ ist eine der beiden weiteren maximalen Untergruppen einer 3-Sylowuntergruppe von Γ.

U. Felgner

Endliche QE-Gruppen

Eine endliche Gruppe G heißt QE-Gruppe, wenn jeder Isomorphismus zwischen Untergruppen von G zu einem Automorphismus von G erweitert werden kann. Die Bezeichnung "QE-Gruppe" wurde gewählt, weil bei endlichen Gruppen die angegebene Bedingung mit dem Modell-theoretischen Begriff der Quantoren-Elimination äquivalent ist. Resultate: (1) Endliche auflösbare QE-Gruppen ungerader Ordnung sind abelsch, derart daß alle Sylow Untergruppen homozyklisch sind.

(2) Die einzigen endlichen 2-Gruppen, die QE-Gruppen sind, sind die Quaternionengruppe Q der Ordnung 8, die Gruppe P der Ordnung 64, welche als Sylow 2-Gruppe in der einfachen Gruppe $U_3(4)$ auftritt, und schließlich die abelschen homozyklischen 2-Gruppen.

(3) Die auflösbaren QE-Gruppen gerader Ordnung sind klassifiziert, es gibt davon 4 Familien.

(4) Weitere Resultate betrafen endliche einfache QE-Gruppen. In ihnen sind alle Involutionen konjugiert und es gilt $O(C_G(i)) = 1$. Unter den bis heute bekannten endlichen einfachen Gruppen sind $PSL_2(5)$ und $PSL_2(7)$ die einzigen QE-Gruppen.

M. Funk

Regularität in Kreisgeometrien

Man betrachtet für die Gruppe Π_e der eigentlichen Projektivitäten eines Kreises auf sich in Möbius-, Laguerre- und Minkowskiebenen $\mathbb{B}$ Regularitätsbedingungen P_n: "Jede Projektivität mit n Fixpunkten ist die Identität" und interessiert sich für die Lücke zwischen den bekannten Fällen n=3 (H.J. Kroll: P_3 für $\Pi_e \Leftrightarrow$ Satz von Miquel, Geo. Ded. 6 (1977)) und n=6 (in freien Kreisgeometrien gilt P_6 für Π_e, vgl. Arbeitstagung des Baer'schen Kreises vom 1.-6. 1.79):

1) Aus P_5 für Π_e folgt im projektiven Abschluß $\mathbb{B}_\infty$ jeder affinen Ableitung $\mathbb{B}_\infty$ der Satz von Pappos.

(Damit sind endliche Laguerre- und Minkowskiebenen ungerader Ordnung mit P_5 für Π_e miquelsch.)

2) Im Allgemeinen folgt der Satz von Miquel wenigstens schon aus P_4 für Π_e.

R. Göbel

Martinsaxiom und schlanke Gruppen

Ist $\mathbb{M}$ die Menge aller monotonen Abbildungen $f: \mathbb{N} \to \mathbb{N}$, so ist die Hausdorff-Ordnung $\leq$ [Hausdorff 1908] auf $\mathbb{M}$ durch ($f \leq g \iff \exists\, k \in \mathbb{N} \ni f_n \leq kg_n \ \wedge n \in \mathbb{N}$) definiert. Die Ideale von $(M,\leq)$ nennt man (nach E. Specker) Wachstumstypen. E. Specker konstruierte $2^{2^{\aleph_0}}$ Wachstumstypen $\neq M$, die alle in M beschränkt sind. Mit ZFC und Martinsaxiom werden unbeschränkte Wachstumstypen $\neq$ M konstruiert, was zur Existenz gewisser schlanker, abelscher Gruppen führt. Literatur, s. Burkhart Wald und R. G., Sympos. Math. 23 (1979) 201-239, Math. Zeitschrift (eingereicht) 1980?.

H. Hähl

Streckungen und Schiebungen in topologischen Ebenen

Es wurde der folgende Satz bewiesen, dessen Aussage analog zu einem bekannten Resultat von André für endliche Ebenen ist:

Satz. Sei A eine Gerade einer kompakten, zusammenhängenden topologischen projektiven Ebene, und Ω eine abgeschlossene Lie-Untergruppe der Gruppe der axialen Kollineationen zur Achse A (mit der kompakt-offenen Topologie). Dann ist die Menge $\mathfrak{Z}$ der Zentren von nichtidentischen Homologien in Ω die Vereinigung von höchstens abzählbar vielen Bahnen unter der Zusammenhangskomponente der Gruppe $\Omega_{[A]}$ der Elationen in Ω. Falls die Zusammenhangskomponente Ω^1 von Ω nichtidentische Homologien enthält, besteht $\mathfrak{Z}$ aus genau einer solchen Bahn und $\Omega_{[A]}$ ist zusammenhängend.

Eine strengere Analogie zum Satz von André kann man nicht erwarten: Es gibt Beispiele (mit $\Omega^1 \subseteq \Omega_{[A]}$), in denen $\mathfrak{Z}$ aus mehr als einer $\Omega_{[A]}$ - Bahn besteht.

P. Hauck

Frattiniduale in endlichen Gruppen

Es handelte sich um einen Bericht über eine gemeinsame Arbeit mit K. Doerk. Im Hinblick auf Anwendungen in der Theorie der Fittingklassen endlicher auflösbarer Gruppen wurde eine Dualisierung der Frattinigruppe angegeben. Dazu wird zunächst zu jedem Abschließungsoperator τ für jede endliche Gruppe G eine τ-Frattinigruppe $\Phi_\tau(G) = \langle N \mid N \trianglelefteq G,\ \tau(G/M) \leq \tau(G/MN)$ für alle $M \trianglelefteq G\rangle$ definiert; für $\tau = E_\Phi$ ist $\Phi_\tau(G) = \Phi(G)$. Dies läßt sich dualisieren zu

$\Psi_\tau(G) = \cap\{N \mid N \trianglelefteq G,\ \tau(M) \leq \tau(N \cap M)$ für alle $M \trianglelefteq\trianglelefteq G\}$, dem τ-Frattinidual von G. $\Psi_\tau(G)$ besitzt eine ganze Reihe wünschenswerter Eigenschaften, und für gewisse Abschließungsoperatoren τ ist $G/\Psi_\tau(G)$ für alle endlichen Gruppen G auflösbar. Schließlich wurden für gewisse τ Charakterisierungen E^{Ψ_τ}-abgeschlossener Fittingklassen angegeben, wobei der Abschließungsoperator E^{Ψ_τ} definiert ist durch
$E^{\Psi_\tau}(\underline{X}) = \{G \mid$ es existiert $N \trianglelefteq\trianglelefteq G,\ \Psi_\tau(G) \leq N \in \underline{X}\}$.

L. Hefendehl-Hebeker

Quadratische Divisionsalgebren über Hilbert-Körpern

Die Klassifizierung der endlichdimensionalen quadratischen Divisionsalgebren über einem Körper K (Char K $\neq$ 2) läßt sich weitgehend, die der speziell vierdimensionalen vollständig auf Probleme aus der Theorie der quadratischen Formen zurückführen.
In der Klasse der Hilbert-Körper, die A. Fröhlich untersucht und axiomatisch beschrieben hat (1967), sind diejenigen Körper zusammengefaßt, die eine Theorie der quadratischen Formen wie der reelle oder die $\mathfrak{p}$-adischen Zahlkörper haben.
Eine vollständige Klassifizierung der vierdimensionalen quadratischen Divisionsalgebren über einem Hilbert-Körper K anhang ihrer Automorphismengruppe ist möglich. Sei A eine solche Algebra, q die bis auf Isometrie bestimmte ternäre quadratische Form über K, für die die Summenform $\langle 1\rangle \perp q$ anisotrop ist, und q' eine binäre Teilform von q. Dann ist die Automorphismengruppe von A entweder trivial oder isomorph zu einer der Gruppen $\mathbb{Z}_2$, $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_2$, $O_2^+(K,q')$, $O_2(K,q')$, $O_3^+(K,q)$.

H. Heineken

Gewisse drei-Erzeuger p-Gruppen

Es wurden Gruppen T mit folgenden Eigenschaften betrachtet:
1) T ist p-Gruppe , p $\neq$ 2
2) $T/T_3 \cong G$, wobei $G^p = G' = Z(G) = \{x \mid x^p = 1\}$ und $|G'| = p^3$
Von den Gruppen G gibt es genau p+3 Isomorphieklassen, außer bei einer dieser Klassen ist $|T|$ beschränkt, man findet p^2+p+2 Isomorphieklassen von Gruppen der Ordnung p^8 und eine der Ordnung p^9 von Gruppen mit trivialem Schurmultiplikator (Ergebnisse erhalten zusammen mit G. Werner).

R. Löwen

Äquivariante Einbettungen symmetrischer Ebenen

In einer stabilen Ebene M (topologische Geometrie mit eindeutigen Verbindungungsgeraden und stabilen Geradenschnitten) ist jede offene Teilmenge U wieder eine stabile Ebene. Im Folgenden sei M lokalkompakt und $0 < \dim M \leq 4$. Eine hermitesche Ebene ist eine durch eine hermitesche Form definierte Unterebene U der reellen oder komplexen projektiven Ebene, und ihre Bewegungsgruppe $\Sigma(U)$ ist das Erzeugnis der unitären Punktspiegelungen.

Satz. Ist eine hermitesche Ebene U in eine stabile Ebene M so offen eingebettet, daß sich die Wirkung von $\Sigma(U)$ auf M fortsetzt, so ist M eine hermitesche Ebene oder eine desarguessche fastprojektive Ebene oder einer von drei Ausnahmetypen (zwei Scharen, eine Einzelebene), die durch Modifikation von reellen hermiteschen Ebenen entstehen.

Das hiermit gelöste Erweiterungsproblem ist deshalb interessant, weil sich hermitesche Ebenen im wesentlichen durch Existenz "aller" Punktspiegelungen charakterisieren lassen. Insbesondere erhält man als
Korollar: Besitzt M eine offene Menge von Spiegelungszentren, so ist M eine der Ebenen des Satzes oder eine fastprojektive Translationsebene.

O. Mutzbauer

Endomorphismen torsionsfreier abelscher Gruppen des Ranges 2

Die Endomorphismenringe und Automorphismengruppen aller torsionsfreien abelschen Gruppen des Ranges 2 wurden angegeben; für zerlegbare und fastzerlegbare Gruppen in Form von Matrizenringen, für den besonders interessanten Fall stark unzerlegbarer Gruppen ist die Automorphismengruppe isomorph der direkten Summe einer zyklischen Gruppe der Ordnung 2,4 oder 6 mit einer freiabelschen Gruppe, deren Rang bestimmt wurde. Eine vollständige Palette von torsionsfreien abelschen Gruppen des Ranges 2 mit endlicher Automorphismengruppe wurde als Beispielsammlung angegeben.

P. Plaumann

Lokal kompakte abelsche Gruppen endlichen Ranges

Den Rang einer lokal kompakten Gruppe definiert man als Supremum

der minimalen Erzeugerzahl topologisch endlich erzeugter Untergruppen. Es wurde gezeigt, daß die Klasse aller Gruppen des Ranges 1 mit den Faktoren von $\{\mathbb{Q}, \mathbb{H}, \mathbb{S}\}$ übereinstimmt; insbesondere ist diese Klasse selbstdual. Hierbei bezeichnet $\mathbb{H}$ das lokale direkte Produkt der additiven Gruppen der Körper der p-adischen Zahlen und $\mathbb{S}$, die Charaktergruppe von $\mathbb{Q}$, ist das universelle Solenoid der Dimension 1.
In ähnlicher Weise werden die lokal kompakten abelschen Gruppen von endlichem Rang charakterisiert, und es wurde gezeigt, daß genau dann jeder Faktor einer lokal kompakten Gruppe G eine lokal nilpotente Automorphismengruppe hat, wenn G ein Faktor von $\{\mathbb{Q}, \mathbb{R}, \mathbb{H}, \mathbb{S}\}$ ist.

K. W. Roggenkamp

Einheiten in metabelschen Gruppenringen

Sei G eine endliche metabelsche Frobeniusgruppe so daß jede Untergruppe des Kernes G-invariant ist. Dann ist die Einheitengruppe $U(\mathbb{Z}G)$ des ganzzahligen Gruppenringes ein semidirektes Produkt einer torsionsfreien Gruppe mit $G \times C_2$.

H. Salzmann

Kennzeichnung der Quaternionen-Ebene

Sei $\mathcal{P} = (P, \mathcal{L})$ eine kompakte topologische projektive Ebene mit $4 < \dim P < 14$, und sei Γ ihre Automorphismengruppe. Gilt dann $\dim \Gamma > 18$, so ist $\mathcal{P}$ die desarguessche Ebene über dem Quaternionenkörper $\mathbb{H}$. (Dagegen gibt es 8-dimensionale echte Translations-Ebenen mit $\dim \Gamma = 18$.) Ist $\mathcal{P}$ nicht desarguessch, und enthält Γ eine mindestens 16-dimensionale halbeinfache Untergruppe Δ, so ist $\mathcal{P}$ ein zu $\mathbb{H}$ gehörendes topologisches Analagon einer Hughes-Ebene, $\Delta \cong SL_3\mathbb{C}$, und $\dim \Gamma = 17$.

A. Schenkel

2-dimensionale Minkowskiebenen mit kompakten Kreisen

Eine Minkowskiebene deren Punktraum $\mathbb{P}$ und Kreisraum $\mathbb{K}$ Topologien tragen, so daß die geometrischen Abbildungen stetig sind, heißt topologisch.
Sind die Kreise kompakt und gilt $\dim P = 2$, so sind Kreise und Parallelklassen homöomorph zu S^1 und $\mathbb{K}$ besteht aus zwei Zusammenhangskomponenten, die beide homöomorph zu $\mathbb{R}^2 \times S^1$ sind. Die Automorphismengruppe Γ ist eine höchstens 6-dimensionale Liegruppe mit zwei Trägheitsnormalteilern N_+ und N_-, die die Plus- bzw. Minusparallelklassen als ganzes

festlassen.

Für $N_{+(-)} = PSL_2(R)$ läßt sich die Ebene darstellen durch $\mathbb{P} = S^1 \times S^1$, $\mathbb{K} = PSL_2(R) \cup f PSL_2(\mathbb{R})$, wobei f ein orientierungsumkehrender Homöomorphismus von S^1 ist und (P_1, P_2) liegt genau dann auf einem Kreis γ falls $P_1^{\gamma} = P_2$.

Ist $\dim\Gamma > 4$, so ist die Minkowskiebene klassisch.

Für $\dim\Gamma = 4$ existieren nur für die Gruppe $L^2 \times L^2$ nicht klassische Beispiele: $\mathbb{P} = \mathbb{R} \cup \{\infty\} \times \mathbb{R} \cup \{\infty\}$ Die Elemente von $\mathbb{K}$ sind die Geraden von $\mathbb{R}^2$ jeweils vereinigt mit $\{\infty\}$ und die Bilder folgender Kurven unter $L^2 \times L^2$ vereinigt mit ihren Asymptoten.

$$f_1(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{x^{m1}} & \text{für } x>0 \\ \dfrac{-z1}{(-x)^{m1}} & \text{für } x<0 \end{cases} \qquad f_2(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{(-x)^{m2}} & \text{für } x<0 \\ \dfrac{-z2}{x^{m2}} & \text{für } x>0 \end{cases}$$

wobei $m1, m2, z1, z2 \in \mathbb{R}^+$

U. Schoenwaelder

Darstellungsgruppen elementar-abelscher p-Gruppen

Die p-Gruppen G mit $p \neq 2$, $G/Z(G) \cong V = V(d,p)$ und $Z(G) = G' \cong V \wedge V \cong V(n,p)$, $n = d(d-1)/2$, bilden eine Familie $\underline{F}$ isokliner Gruppen zur Kommutatorabbildung $\wedge: V \times V \longrightarrow V \wedge V$ und Autoklinismengruppe $Akl(\underline{F}) = \{(\alpha, \alpha\wedge\alpha) \mid \alpha \in GL(V)\} = GL(d,p)$. Die Struktur von $G \in \underline{F}$ ist durch die Abbildung $(xZ(G) \longrightarrow x^p)$, die einem Homomorphismus $\varphi: V \to V\wedge V$ entspricht, festgelegt. φ, $\overline{\varphi} \in Hom(V, V\wedge V)$ liefern bekanntlich genau dann isomorphe Gruppen, wenn $\varphi = \alpha^{-1}\varphi(\alpha\wedge\alpha)$ für ein $(\alpha, \alpha\wedge\alpha) \in Akl(\underline{F})$. In Matrizen: man hat die Bahnen der Darstellung $D_1(H) = (M \longrightarrow H^{-1}MH\hat{}$ für $M \in \underline{M} = V(d \times n, p))$ von $GL(d,p)$ zu bestimmen. Dies erscheint wegen $H\hat{}$ für $d \geq 4$ rechnerisch schwierig.

Für $d = 3$ jedoch wird bei geeigneten Basen $H\hat{} = (adH)^{tr} = H^{-tr}\det H$. Setze $Y = H^{-tr}$. Zu den Darstellungen $D_2(Y) = (M \longrightarrow Y^{tr}MY(\det Y)^{-1})$ und $D_3(X) = (M \longrightarrow X^{tr}MX)$ kann man Vertreter für die Bahnen auf $\underline{M}$ und deren Stabilisatoren explizit berechnen (beachte: D_2-Stab(M) = Aut(G)/zentrale Automorphismen für $M \leftrightarrow G$). Es ergeben sich 2p+10 Isomorphieklassen in $\underline{F}$. - Diese Anzahl wurde schon von P. Plath (Aachen) über die Formel für die Anzahl der Bahnen einer endlichen Gruppe mit Operationsbereich bestimmt.

K. Strambach

Gruppenuniversalität von Geometrien

Eine Klasse von Geometrien heiße gruppenuniversell, wenn jede Gruppe G als die volle Automorphismengruppe einer Geometrie aus dieser Klasse auftritt.
Es wurde gezeigt, daß alle bisher betrachteten Geometrien, in denen durch k Punkte in allgemeiner Lage genau ein Block hindurchgeht, gruppenuniversell sind.

M. Walker

Central Root Automorphisms of Finite Generalized Polygons

Let Δ be a finite building of type $I_2(n)$ with $n \equiv 0 \pmod 2$ and $n > 2$ (so $n = 4,6$ or 8 by a theorem of Feit and Higman). An automorphism α of Δ is said to be a central root automorphism, with centre the vertex X of Δ, provided α fixes each vertex in the sphere of radius n/2 centred at X. Let G be a group of special automorphisms of Δ, fix a type class in the vertex set of Δ and let I be the totality of non-trivial central root automorphisms in G having centre in this type class. Set $E = \langle I \cup \{1\} \rangle$ and let Ξ be the natural subgraph of Δ determined by the centres of the elements in I. The structure of the pair (Ξ, E) was discussed for $n = 6$ and 8 under the assumption that E fixes no vertex in Δ. In case Ξ is connected, the pairs can be completely classified. If Ξ is disconnected, then each non-trivial connected component of Ξ is a tree of diameter 0 (i.e., a single vertex) or 2. Moreover, with certain exceptions, $E/Z(E)$ contains a unique minimal normal subgroup M and M is non-abelian and simple.

J. S. Wilson

Polycyclic Groups

A short proof was given of a theorem of Malcev, that if G is a polycyclic group, then each subgroup of G is closed in the profinite topology on G. The relevance of this and similar results to decision problems was then discussed. To motivate further work, some subsets of $\mathbb{Z}$ were considered. It was shown that

(a) $\{n^2 ; n \in \mathbb{Z}\}$ is closed in the profinite topology on $\mathbb{Z}$
(b) $\{6n^2 - 5n ; n \in \mathbb{Z}\}$ is not closed in $\mathbb{Z}$
(c) the set of Fibonacci numbers i- closed in $\mathbb{Z}$
(d) if C, D are closed in $\mathbb{Z}$, then $\{c+d ; c \in C, d \in D\}$ is not neces-

sarily closed in Z.
In view of (d), the following Theorem is a little surprising:
<u>Theorem</u>: If H, K are subgroups of a polycyclic group G, then the product $HK = \{hk;\ h \in H,\ k \in K\}$ is closed in G.
Using (b), an example can be constructed which shows that the Theorem cannot be extended to products of more than two subgroups.

Michael Forst (Tübingen)

Gefördert durch
DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

Liste der Tagungsteilnehmer

Herrn
Dr. M.S. Adnan
Mathematisches Institut
Albertstr.23 b
7800 Freiburg

Herrn
Prof. Dr. L. Bröcker
Mathematisches Inst.
Roxeler Str. 64
4400 Münster

Herrn
Prof.Dr. B. Amberg
Fachbereich Mathematik
Saarstr.21
6500 Mainz

Herrn
Dr. T. Buchanan
Heinrichstr. 233
6100 Darmstadt

Herrn
Dr. B. Baumann
Fakultät f.Mathematik
Universitätsstraße
4800 Bielefeld

Herrn
Dr. R. Burkhardt
Mathematisches Inst.
Am Hubland
8700 Würzburg

Herrn
Prof.Dr. D. Betten
Mathematisches Seminar
Olshausenstr. 40-60
2300 Kiel 1

Herrn
Dr. K. Faltings
Fachbereich Mathematik
Pfaffenbergstr. 95
6750 Kaiserslautern

Herrn
Dr. A. Beutelspacher
Fachbereich Mathematik
Saarstr. 21
6500 Mainz

Herrn
Prof. Dr. U. Felgner
Mathematisches Institut
Auf der Morgenstelle 10
7400 Tübingen 1

Herrn
Dr. R. Bieri
Mathematisches Inst.
Albertstr. 23 b
7800 Freiburg

Herrn
Prof. Dr. B. Fischer
Fakultät f. Mathematik
Universitätsstraße
4800 Bielefeld

Herrn
Dr. Michael Forst
Mathematisches Instit.
Auf der Morgenstelle
10

7400 Tübingen 1

Herrn
M. Funk
Mathematisches Instit.
Bismarckstr. 1 1/2

8520 Erlangen

Herrn
Prof. Dr. R. Göbel
FB 6 Mathematik
Universitätsstr. 2

4300 Essen

Herrn
Dr. H. Hähl
Mathematisches Institut
Auf der Margenstelle 10

7400 Tübingen 1

Herrn
Dr. H.R. Halder
Institut f.Mathematik
Arcisstr. 21

8000 München 2

Herrn
Dr. P. Hauck
Mathematisches Institut
Albertstr. 23 b

7800 Freiburg

Frau
Dr.Lisa Hefendehl-
Hebeker
FB 11 Mathematik
Lotharstr. 65

4100 Duisburg

Herrn
Prof. Dr. H. Heineken
Mathematisches Instit.
Am Hubland

8700 Würzburg

Herrn
Prof.Dr. Ch. Hering
Mathematisches Institut
Auf der Morgenstelle 10

7400 Tübingen 1

Herrn
Prof.Dr. O.H. Kegel
Mathematisches Institut
Albertstr. 23 b

7800 Freiburg

Herrn
Prof.Dr. H. Kurzweil
Mathematisches Institut
Bismarckstr. 1 1/2

8520 Erlangen

Herrn
Prof. Dr. W. Liebert
Institut f.Mathematik
Arcisstr. 21

8000 München

Herrn
Dr. R. Löwen
Mathematisches Institut
Auf der Morgenstelle 10

7400 Tübingen

Herrn
Dr. O Mutzbauer
Mathematisches Institut
Am Hubland

8700 Würzburg

Herrn
Dr. M.L. Newell
Dept.of Mathematics
University College
Galway
Irland

Herrn
Dr. B. Stellmacher
Fakultät f.Mathematik
Universitätsstraße
4800 Bielefeld

Herrn
Prof. Dr. P. Plaumann
Mathematisches Institut
Bismarckstr. 1 1/2
8520 Erlangen

Herrn
Prof.Dr.K.Strambach
Mathematisches Institut
Bismarckstr. 1 1/2
8520 Erlangen

Herrn
Prof.Dr.K.W.Roggenkamp
Mathematisches Institut
Pfaffenwaldring 57
7000 Stuttgart 80

Herrn
Prof.Dr.F.-G.Timmesfeld
Mathematisches Institut
Weyertal 86-90
5000 Köln 41

Herrn
Prof. Dr. H. Salzmann
Mathematisches Institut
Auf der Morgenstelle 10
7400 Tübingen

Herrn
C. Torrechante
Mathematisches Institut
Auf der Morgenstelle 10
7400 Tübingen 1

Frau
Antonie Schenkel
Fachbereich Mathematik
Schloßgartenstr. 7
6100 Darmstadt

Herrn
Dr. M. Walker
Mathematisches Institut
Auf der Morgenstelle 10
7400 Tübingen

Herrn
Dozent Dr.U.Schoenwaelder
Lehrstuhl D f.Mathematik
Templergraben 64
5100 Aachen

Prof.Dr.J.S. Wilson
Dept. of Pure Math.
and Math.Statistics
Cambridge CB2 1SB
16. Mill Lane
England

Gefördert durch
DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft