

MATHEMATISCHES FORSCHUNGSINSTITUT OBERWOLFACH

T A G U N G S B E R I C H T 2 / 1980

KONTINUUMSMECHANIK FESTER KÖRPER

6. 1. BIS 12. 1. 1980

Die Tagung wurde von den Herren G. Herrmann (Stanford) und H. Lippmann (München) geleitet. Mit 44 Teilnehmern war die Kapazität des Forschungsinstitutes gerade ausgeschöpft. Leider mußten einige Fachkollegen kurzfristig absagen (A. Golebiewska-Herrmann, Z. Sobotka, J. Zarka). Aus organisatorischen Gründen war es der Tagungsleitung nicht möglich, daraufhin sofort weitere Interessenten einzuladen.

Die Vielfalt der vorgetragenen Themen ließen das breite Spektrum des bewußt sehr allgemein gehaltenen Tagungsthemas deutlich werden. In 33 Referaten wurde ein umfassender Überblick über den derzeitigen Stand der Forschungsschwerpunkte auf dem Gebiet der Festkörpermechanik vermittelt. Neben einer eingehenden Erörterung der physikalischen, mechanischen und thermodynamischen Grundlagen kamen bei dieser Tagung auch eine Reihe von anwendungsbezogenen Fragestellungen zur Sprache. Als Einzelschwerpunkte lassen sich stichwortartig dynamische Ausbreitvorgänge, Stabilitätsfragen, Diskussion von Materialmodellen, Bruch- und Rißaus-

breitungsvorgänge sowie numerische Lösungsverfahren anführen. Insbesondere über die Erhaltungssätze (J, L und M - Integrale) entwickelte sich im Zusammenhang mit der Bruchmechanik eine lebhafte Aussprache, die dazu führte, daß am Donnerstag Abend eine offizielle Diskussion zu diesem Themenkreis angesetzt wurde. Nahezu alle Tagungsteilnehmer waren anwesend. Die Leitung lag in den Händen von Herrn P. Chadwick (Norwich), der auch ein einführendes Referat gab. Weiterhin beteiligten sich insbesondere die Herren M. Sokolowski, G. Herrmann, D. Gross, F. Nilsson und H. Zorski mit ausführlichen Beiträgen.

Die Mannigfaltigkeit der vorgetragenen Problemkreise sowie die interessanten Aussprachen zeigten, wie hochaktuell nach wie vor das Thema der Tagung ist. Herr W.T. Koiter (Delft) als einer der international bekanntesten Teilnehmer brachte in seinem Schlußwort die einhellige Meinung aller zum Ausdruck, als er das soeben beendete Treffen als eines der erfolgreichsten seiner Art in den letzten Jahren einreichte und den Wunsch äußerte, es doch möglichst in 2 Jahren zu wiederholen. Sein herzlicher, namens der Anwesenden ausgesprochener Dank galt auch der Leitung und dem Personal des Mathematischen Forschungsinstituts sowie dessen Träger. Man ging mit dem Wunsch auf ein baldiges Wiedersehen in Oberwolfach auseinander.

## Vortragsauszüge

J.B. ALBLAS:

### Indentation by a stamp under complete adhesion

In this paper the two-dimensional problem of the indentation of a thick elastic layer by a rigid stamp is considered. There is complete adhesion between the stamp and the layer in the contact region. The layer is attached to an undeformable base.

Two cases are studied: the stamp with a straight horizontal base and the stamp with the base of a shape, given by a polynomial. Special attention is given to the indentation by a wedge and by a parabolic stamp.

K.-H. ANTHONY:

### Eine phänomenologische Feldtheorie der irreversiblen Prozesse

Unsere Bemühungen zur feldtheoretischen Beschreibung statischer Defektstrukturen sowie reversibler dynamischer Prozesse von geordneten Systemen bewegen sich durchweg im Rahmen des Lagrangeformalismus der Felder, des Hamiltonschen Prinzips und der sehr allgemeinen Methoden der nichteuklidischen Geometrien zur Beschreibung der großen Deformationen und der Defektstrukturen. Ich sehe keine Möglichkeit, diese Theorie - und an dieser Theorie soll aufgrund ihrer klaren Methodik festgehalten werden - durch Hinzufügen der phänomenologischen Thermodynamik der irreversiblen Prozesse Onsagerscher Prägung zu einer Theorie der dissipativen Phänomene auszubauen. Ein besonders gravierendes Hindernis ist die Tatsache, daß die Onsagersche Theorie eine Extrapolation der Gleichgewichtsthermodynamik ist und damit von vornherein nur in hinreichender Nähe des Gleichgewichts anwendbar ist. Der

Lagrangeformalismus und das Hamiltonsche Prinzip der Felder, die sich für nichtdissipative Phänomene längst bewährt haben, gehen umgekehrt von dynamischen Prozessen ohne Beschränkung auf die Gleichgesichtsnähe aus und schließen die Gleichgewichtszustände in natürlicher Weise ein. Die gesamte physikalische Information des Prozesses ist in einem Lagrangefunktional enthalten. Daraus folgen mittels des Hamiltonschen Variationsprinzips die Feldgleichungen (z.B. Bewegungsgleichungen) und mittels des Noether-Theorems alle Bilanzgleichungen (z.B. Energie, Impuls, Drehimpuls, Ladung, Masse) sowie alle statischen und dynamischen Zustandsgleichungen. Es wird gezeigt, daß diese Methodik auch auf irreversible Prozesse übertragbar ist. Für beliebige Prozesse ergeben sich insbesondere Definitionen für die Entropiedichte, den Entropiestrom und die Entropieerzeugung. Die positive Definitheit der Entropieerzeugung wird mit der Stabilität der Prozesse im Ljapunowschen Sinne verknüpft. Zwanglos ergibt sich auch ein verallgemeinertes Prinzip der minimalen Entropieproduktion, das im Gegensatz zum entsprechenden Prinzip der Onsagerschen Theorie nicht auf die lineare Theorie beschränkt ist. Es wurde eine Integrationsmethode entwickelt, die zu einer großen Klasse von Feldgleichungen und möglicherweise sogar zu jeder Feldgleichung eine Lagrangefunktion zu berechnen gestattet.

H. BEDNARCZYK:

#### Bemerkungen zum Plattenbeulen unter thermischen Eigenspannungen

Bei ungleichförmiger Erwärmung einer Platte kann Beulgefahr auch ohne äußere Zwangsbedingungen, allein infolge des eintretenden Eigenspannungszustandes vorliegen. Die Frage nach den kritischen Temperaturfeldern wird erörtert. Diese müssen natürlich beschränkt sein; sie können aber danach klassifiziert werden, ob sie Druckbeanspruchungen im Platteninneren oder am Plattenrand hervorrufen. Sind die kritischen Temperaturfelder bekannt, so reduziert sich das Beulproblem auf die Angabe eines kritischen Temperaturintervalles. Solange dieses in der Platte nicht überschritten wird, besteht grundsätzlich keine Beulgefahr.

D. BESDO:

Regelmäßig aufgebaute Strukturen, als Cosserat-Kontinua behandelt

Regelmäßig aufgebaute, linear elastische, ebene Strukturen wie z.B. Gitterroste wurden in einem Gedankenexperiment einem Scher-test unterzogen, um festzustellen, ob die Berücksichtigung einer Drehfreiheit im Cosserat-Kontinuums-Modell nennenswerte Unterschiede zum Verhalten des assoziierten Punktkontinuums ergibt. Dabei stellte sich heraus, daß Gitterroste und wabenförmige Strukturen und somit auch Kugelhaufen keine deutlichen Cosserat-Eigenschaften aufweisen, wohl jedoch solche sonstigen Strukturen, bei denen die Knotenelemente scherweich aber biegesteif verbunden sind, z.B. durch je zwei Blattfedern. In diesem Sinne könnte insbesondere bei mehrfach geklüftetem Fels die Behandlung als Cosserat-Kontinuum zu empfehlen sein. Das gilt durchaus auch in anderen als linear elastischen Fällen.

Als Beispiel einer Problemstellung mit inelastischem Felsmaterial wurden Ruhezustände einer senkrecht und schräg mit in Ruhe reibungsarmen Fugen durchsetzten Felsformation untersucht, in die eine senkrechte Schichtstufe eingebracht werden soll. Die Behandlung als Punktkontinuum liefert die Forderung nach einer sehr starken Stützmauer, obwohl sich das Material selbst trägt, solange die Schichtstufe nicht zu hoch ist, was mit einem Cosserat-Kontinuum richtig beschrieben und experimentell bestätigt wird.

J.F. BESSELING:

Internal variables in Creep and Plasticity Theory

Creep and plasticity theory may be developed in terms of response functionals or in terms of constitutive equations for thermodynamic variables. In the latter case the thermodynamic state is determined by internal state variables, which only in special cases

can be identified as macroscopic variables. It will be shown that the internal state variable theory is successful in the description of complicated plasticity phenomena.

J.-P. BOEHLER:

Failure criteria for unidirectional fiber-reinforced composites under confining pressure

The actual tendency in applications of composites requires a reliable criterion of failure under complex stress. In this aim, we have performed a number of tests consisting in compression under confining pressure on an epoxy resin reinforced by unidirectional glass-fibers.

The criterion of TSAI and WU, which is the most commonly employed in engineering, is not confirmed by our experimental results. Thus, we propose a new criterion in the framework of a general theory for anisotropic plastic behavior developed by application of the representation theories for anisotropic tensor-functions. The proposed criterion is expressed by a quadratic form of the anisotropic stress invariants and their square roots. The criterion takes into account stress sign sensitivity of the material and fits well the experimental data.

N. BONTCHEVA, A. BALTOV:

Investigation of metals with composite microstructure in plastic range

A model of rate sensitive and nonlinear anisotropic hardening plastic materials is proposed. The Baltov-Sawczuk yield condition is developed so as to describe the mechanical behaviour of those materials. The influence of the preliminary plastic deformation and strain rate and of the actual plastic deformation and strain rate are considered separately. The model is applicable

to description the behaviour of metal elements, which had undergone a technological plastic forming process and are subjected to a secondary exploitation process.

O.T. BRUHNS:

On the Stability of Thin-Walled Pressure Vessels

The stability of thin-walled cylindrical vessels made of elastic-plastic linear hardening material is examined. In a first step criteria for global instability are introduced with yield stress interaction curves, at which global stability of the structure is lost. In a further step these global informations are compared with those values resulting from a bifurcation analysis where axisymmetric as well as non-axisymmetric modes of deformation are taken into account. It is shown that there exists the possibility of bifurcation even before those global (maximum load) values are reached.

O. BRULIN:

On a simple model of a fiber-composite

A model of a composite with short fibers is discussed. The fibers are assumed to be parallel and regularly arranged. Assuming the elastic moduli of the components as known the microstress field is calculated in the case of a homogenous macro-deformation. The threedimensional case is treated by dr Kurt Berglund, using a polynomial expansion as solution. The twodimensional case is treated by Göran Tolf, making a numerical integration of the Navier's equations.

H. BUFLER:

Bemerkung zu den komplementären Extremumsprinzipien der nicht-linearen Elastizitätstheorie

Komplementäre Extremumsprinzipien liegen dann vor, wenn das Gesamtpotential  $J_I$  unter allen geometrisch zulässigen Zuständen für die Lösung ein Minimum und wenn das (negative) Gesamtkomplementärpotential  $J_{II}$  unter allen statisch zulässigen Zuständen für die Lösung ein Maximum annimmt. Es werden einige Alternativen zur Konstruktion von  $J_I$  und  $J_{II}$  aus dem Funktional von Hellinger-Reißner aufgezeigt; sie unterscheiden sich durch die zugrundegelegten Spannungsdefinitionen voneinander. Insbesondere wird darauf hingewiesen, daß die (übliche) Verwendung des Piolaschen Spannungstensors nicht zwingend und mit Nachteilen behaftet ist. Die Konvexität der in den Verzerrungen ausgedrückten Formänderungsenergie und die Positivität der Hauptnormalspannungen sind hinreichend für die Existenz komplementärer Extremumsprinzipien. Zur Illustration dienen einige Beispiele.

P. CHADWICK:

Aspects of the existence of surface waves in elastic media with cubic symmetry

A theorem of Barnett & Lothe (1974) gives as a necessary condition for the ~~non-existence~~ of a (subsonic) surface wave in a semi-infinite anisotropic elastic body that the transonic state shall be exceptional. In other words the limiting body wave defined by the transonic state must satisfy the condition of zero traction on the surface of the body. Evidently a systematic study of the circumstances in which an elastic surface wave fails to exist requires an examination of exceptional waves, this being the term applied to an elastic body wave which leaves free of traction a family of parallel planes.



An account of the theory of exceptional waves was given, first for materials of unrestricted symmetry, then for the special case of cubic symmetry. The main points in this discussion were (a) derivations of necessary and sufficient conditions for the existence of exceptional waves, (b) the enumeration of basic properties of body wave polarization fields, (c) the presentation of complete polarization fields for the four subclasses into which cubic elastic solids are divided, and (d) the categorization of exceptional wave solutions for cubic materials. Attention was then directed to exceptional limiting waves which are exceptional waves meeting certain additional requirements. In cubic media exceptional limiting waves are of three types corresponding to three cases of surface wave propagation analyzed numerically by Farnell (1970). It was pointed out finally that the availability of the full set of exceptional limiting wave solutions makes possible the provision of a detailed theoretical framework for Farnell's investigation.

M. DIKMEN:

### On Shell Equations

A set of equations and the relating boundary conditions are obtained for the equilibrium of a shell-like body, i.e. a body whose overall shape is reminiscent of that of a shell, without however insisting on "thinness" requirement. It is assumed that the material is hyperelastic, and then some assumptions are made as regards the kinematics of the body. These assumptions result in approximations which may be viewed either as approximation in mathematical sense (say, as truncation of a power series expansion, polynomial approximation) or as "internal constraints" imposed to the kinematics of the body. An application of the principle of virtual work yields the equations and the natural boundary conditions. The set of equations contains the so-called "sixth" and "seventh"

equations, is not coupled with equations which have to be neglected a posteriori, and presents also the advantage of immediately using the constitutive law for three-dimensional elasticity. As an example, the simple case of the geometric Kirchhoff-Love hypothesis is discussed and its implications commented.

W.A. GREEN:

Wave propagation in strongly anisotropic plates

The paper considers the propagation of harmonic waves in a plate of transversely isotropic elastic material which is almost inextensible in the direction of transverse isotropy. The direction of transverse isotropy is taken to be in the plane of the plate and solutions are obtained for waves propagating in the plane at an arbitrary angle to this direction. The form assumed for the constitutive equations involve a small parameter (Green, 1978) and approximate expressions for the wave speeds are obtained by expanding in powers of this parameter.

A. GOLEBIEWSKA-HERRMANN:

Lagrangian Formulation of Imperfect Elastic Continua - Part I, Mathematical Foundations

The usual generalization of Lagrangian formalism for a continuum considers first a system of particles and is followed by a limiting process in which the vector-number of a particle becomes a space coordinate. This formalism resembles thus strongly a field theory in which positions, or, as is often preferred, displacements are considered as fields, whereby material coordinates and time are the independent variables.

In a genuine field, however, the space coordinates correspond to physical space. In such formulation it is the material coordinates which should be treated as fields, rather than as independent variables.

The relation of these two formulations, and the role of external fields on one hand, and internal imperfections (inclusions, cracks, etc.) on the other, is discussed. The connection of symmetries in both systems and (non-) conservation laws are studied, with respect, in particular, to problems of fracture mechanics.

G. HERRMANN:

Langrangian Formulation of Imperfect Elastic Continua - Part II, Application and Experiments

Several applications of non-conservation laws in the form of so-called path-independent integrals will be discussed, including, in particular, thermo-elasticity and porous media. Results of experimental determination of stress intensity factors at crack tips based on ultrasonic and other measurement techniques will be presented. These measurements made use of both the translation (J-) integral and the similarity (M-) integral. The experimental results compare favorably with theoretical calculations.

K. HERRMANN:

Numerical and experimental investigations concerning quasi-static crack extension in self-stressed two-phase materials

A quasi-static approach to thermal crack growth in self-stressed unidirectionally reinforced composite structures

is given by means of the finite element method as well as by use of the experimental method of photothermoelasticity. Using a micro-mechanical concept some microstructural informations about the thermal shock resistance of such cracked composite structures could be obtained. The resulting mixed boundary-value problems of the plane thermoelasticity were solved numerically by means of a standard finite element program with linear displacement functions. Further, the calculation of the energy release rate and the stress intensity factor, respectively, has been performed by variation of the following quantities: 1) temperature distribution, 2) shape of the external boundaries, 3) material combination fiber/matrix, 4) fiber volume fraction, 5) starting position of a microcrack.

Main emphasis is given to thermal crack growth between two fibers in an ensemble of unit cells as well as to the crack arrest phenomenon inside of a single fiber. Furthermore, debonding effects as well as the interaction of collinear cracks have been studied. Numerical results concerning crack edge displacements, strain energy release rate, and stress intensity factors for several material combinations and temperature distributions were obtained. Finally, experimental investigations were performed by use of photoelasticity and based on a similarity rule derivable from an appropriate dimension analysis. The evaluation of the isochromatic fringe pattern around the crack tip shows a reasonable agreement with the corresponding numerical calculations.

W.T. KOITER:

Some new light on column theory

The complete mathematical analysis of Euler's nonlinear elastica problem is based on the Bernoulli hypothesis for the bending of thin rods. Several authors have confirmed Euler's critical load

at the onset of buckling as a valid approximation for the actual critical load according to the three-dimensional (or two-dimensional) theory of elastic stability. The initial post-buckling range (small finite deflections) of Euler's theory has now also been confirmed by a two-dimensional analysis for a neo-Hookean material.

G. KUHN:

Eine Randintegralgleichungsmethode für zwei- und dreidimensionale thermoelastische Probleme

Die BOUNDARY-Element-Method (kurz: BEM) wurde für den ebenen Fall von RIZZO (1967) vorgeschlagen und stellt ein numerisches Lösungsverfahren für elastostatische Randwertprobleme dar. Die Methode ist inzwischen für axialsymmetrische und räumliche Probleme ausgebaut. Sie hat wegen der um eine Dimension niedrigeren Problembeschreibung gegenüber anderen Verfahren (z.B. Methode der finiten Elemente) immer dann Vorteile, wenn kompakte Bauteile vorliegen, d.h. wenn das Verhältnis zwischen Bauteiloberfläche und Volumen klein ist. In einem ersten Lösungsschritt werden zunächst alle Größen auf dem Rand ermittelt. Das Spannungs- und Verschiebungsfeld im Inneren des Bereiches kann in einem nachgeschalteten zweiten Schritt punktweise berechnet werden. Bei Anwendung der Substrukturtechnik ergeben sich die Spannungen und Verschiebungen entlang der Elementgrenzen unmittelbar aus dem ersten Lösungsschritt.

Das Verfahren kann auf thermoelastische Randwertprobleme erweitert werden, ohne daß der Hauptvorteil - der um eine Dimension niedrigere Diskretisierungsaufwand - verloren geht.

Rißprobleme lassen sich elegant behandeln, wenn als Referenzgruppe nicht die KELVIN-Lösung, sondern die Einzellastlösung mit lastfreiem Riß herangezogen wird. Beim ersten Lösungsschritt

entfällt das Integral längs des Rißrandes. Einem von Stern et al. im Zusammenhang mit MFE-Rechnungen geäußerten Gedankengang folgend, können in einem nachgeschalteten zweiten Rechenschritt die Spannungsintensitätsfaktoren  $K_I$  und  $K_{II}$  entkoppelt ermittelt werden. Dieser Gedankengang wurde vom Verfasser auf das BEM-Verfahren übertragen und ferner auf thermoelastische Rißprobleme erweitert.

Th. LEHMANN:

Zur Kopplung thermischer und mechanischer Prozesse bei inelastischen Formänderungen fester Körper

Im Rahmen der klassischen Kontinuumsmechanik und der klassischen Thermodynamik soll eine phänomenologische Theorie nicht-isothermer inelastischer Formänderungsvorgänge entwickelt werden, die auch innere Strukturänderungen des Werkstoffes, z.B. durch Rekristallisation usw. mit erfaßt. Dies erfordert zunächst eine sorgfältige Beschreibung der Kinematik solcher Kontinua. Dabei kommt der möglichen Aufteilung der Verzerrungen und damit der entsprechenden Arbeiten in elastische und inelastische Anteile besondere Bedeutung zu. Der thermodynamische Rahmen leitet sich aus einer Theorie der irreversiblen Prozesse mit inneren Variablen ab. In diesem Rahmen sind die konstitutiven Gleichungen (bestehend aus Zustandfunktion für die freie Energie und aus den Entwicklungsgleichungen für die konjugierten externen Variablen und die internen Variablen sowie für die dissipierte Energie) zu definieren. Als Beispiel wird ein elastoviskoplastischer Körper unter Einschluß von Rekristallisationsvorgängen betrachtet. Dabei wird insbesondere die Kopplung zwischen thermischen und mechanischen Prozessen bei solchen Formänderungsvorgängen erörtert.

H. LIPPMANN:

Ductility Caused by Progressive Formation of Cracks

In rock-like materials, the growing number and extension of shear cracks in the compression test weaken the matrix so that finally, after a maximum pressure was reached, some collapse occurs leading to a granular state. In that transitional domain between purely elastic and completely broken behaviour the superimposed elastic deformation, or its average inclination (E-modulus), depend on the foregoing "plastic" strain. This coupling effect was described by heuristic means in several papers by Haeckel while a series of papers opened up by Dougill, is based on the mathematical model of mode-I cracks under tension. It only explains an decreasing E-modulus, and is properly not applicable to shear cracks under compression. Moreover, theoretical considerations on rock bursting in coal mining lead to the concept of "unnormal" elastic/plastic coupling for which, the superimposed elastic strain decreases (!) with growing plastic deformation. In order to understand this effect a new rheological model of material behaviour was developed which is based on nonlinear elastic springs combined with fracture elements. These ones distinguish between the (higher) fracture stress and the subsequent lower sliding (slipping) stress along the crack. The originally discrete model can be extended to a continuous one using a statistical description. It furthermore leads to the conclusion that the COULOMB-MOHR limit hypothesis may be applied to the transitional state also, provided that it is valid for the final granular one, that the fracture stress in the model does not depend on the hydrostatic pressure component, and that the elastic spring characteristics are not influenced by the hydrostatic pressure as well.

O. MAHREHOLTZ, H. ISMAR:

Ein Modell des elastisch-plastischen Übergangsverhaltens metallischer Werkstoffe

Beim Werkstoffmodell nach v. Mises ist der Übergang vom rein elastischen in den plastischen - genauer:elastisch-plastischen - Verformungszustand mit einer Unstetigkeit im Spannungszustand verbunden. Dies ist bei einem physikalischen Modell zwar nichts Ungewöhnliches, man darf allerdings annehmen, daß der reale Werkstoff diese Unstetigkeit nicht kennt.

Wir stellen die Frage: Wie muß ein Fließkriterium beschaffen sein, das diese Unstetigkeit vermeidet?

Der allgemeine Ansatz für ein Fließpotential bei isotropem Werkstoff lautet

$$F = F(I_1^\sigma, I_2^\sigma, I_3^\sigma)$$

mit  $I_1^\sigma, I_2^\sigma, I_3^\sigma$  als den drei Hauptinvarianten des Spannungstensors. Der geforderte stetige Übergang des Spannungsvektors kann durch ein Fließpotential der Form

$$F = F(I_1^\sigma, I_2^{\sigma'}) = \alpha_1 (I_1^\sigma)^2 + \alpha_2 I_2^{\sigma'}$$

gewährleistet werden. Die Ansatzfunktion  $\alpha_1$  hängt im wesentlichen von der plastischen (Vergleichs-)Formänderung nach der vorangegangenen Plastifizierung ab. Sie ist experimentell zu ermitteln.

J. MEIXNER:

Ungleichungen in Thermostatik und Thermodynamik

A.) Für fluide Materialien gewinnt man aus dem Maximumprinzip der Entropie in einfacher Weise Stabilitätsbedingungen. Für Festkörper sind solche nicht bekannt. Die von Coleman und Noll vorgeschlagene, aber nicht bewiesene Ungleichung kann nicht als Stabilitätsbedingung gedeutet werden.



B.) Die Clausiussche Ungleichung (ohne Diffusion) lautet:

$$S(B) - S(A) \geq \int_A^B \delta Q/T.$$

Dabei sind A und B zwei aufeinanderfolgende Gleichgewichtszustände eines Systems,  $S(A)$ ,  $S(B)$  die zugehörigen Gleichgewichtsentropien,  $\delta Q/T$  die im Prozeß von A nach B zugeführten reduzierten Wärmemengen. Sie läßt sich in einer "black box"-Beschreibung des Materials für Materialelemente auf die formale Gestalt  $t(A) = -\infty$ ,  $t(B) = +\infty$

$$-\infty \int^{\infty} \sum_k u_k(t) \cdot i_k(t) dt \geq 0 \quad (1)$$

bringen. Die  $u_k$  sind intensive Variable, die  $i_k$  sind "rates". Die Materialgleichungen stellen die  $u_k(t)$  als Nachwirkungsfunktionale der  $i_n(s)$ ,  $-\infty < s \leq t$ , dar. Sie müssen (1) erfüllen. Die Eigenschaft (1) wird schwache Passivität genannt. Sie ist ein schwacher Ausdruck des zweiten Hauptsatzes. An ihre Stelle sollte man setzen (starke Passivität)

$$-\infty \int^T \sum_k u_k(t) i_k(t) dt \geq 0, \quad \forall T \in \mathbb{R}. \quad (2)$$

Dafür werden vier Argumente gebracht.

1. Legt man einen thermodynamischen Formalismus mit inneren Variablen zugrunde, in welchem eine auch von den inneren Variablen abhängige Zustandsentropie im Nichtgleichgewicht mit positiver Produktion existiert, so läßt sich durch Elimination der inneren Variablen eine "black box"-Beschreibung gewinnen, welche die Eigenschaft der starken Passivität besitzt.
2. Eine quantenmechanische kanonische Gesamtheit werde durch einen Hamilton-Operator  $H_1(t)$  gestört. Dies führe zur Störung  $\rho_1(t)$  der Dichtematrix. Dann gilt für die "rate equations"

$$H_1(t) \rightarrow -\dot{\rho}_1(t) dt,$$

die starke Passivität

$$-\infty \int^T \text{Tr} H_1(t) (-\dot{\rho}_1(t)) dt \geq 0, \quad \forall T \in \mathbb{R}.$$

3. Bei den linearen elektrischen Netzwerken ist die starke Passivität seit langem erkannt und bildet eine wichtige Grundlage ihrer Theorie.
4. Für die linearen oder linearisierten Materialgleichungen in der "black box" - Thermodynamik besitzt man explizite Darstellungen des schwach passiven Verhaltens (Hakenbroch 1967) und des stark passiven Verhaltens (H. König und Meixner 1958/59). Stellt man an das Materialverhalten die Forderung, daß eine Unstetigkeit von  $di_k/dt$  höchstens zu einer Unstetigkeit in den  $u_n(t)$  führt, so kann die schwache Passivität durch die starke ersetzt werden.

Damit erhält die übliche Anwendung der starken Passivität (z.B. Meixner Archive Rat.Mech.Anal. 1970 und Zeitschrift Physik 1969) eine tragfähige Grundlage.

Es sei ausdrücklich bemerkt, daß die ersten beiden Argumente auch bei großen Gleichgewichtsabweichungen anwendbar sind.

I. MÜLLER:

#### Zustandsfunktionen von Memorylegierungen

Die Form der Last-Deformationskurve eines pseudoelastischen Körpers hängt stark von der Temperatur ab. Bei niedriger Temperatur verhält sich der Körper ähnlich einem plastischen Körper, während er bei hohen Temperaturen ein nicht-linear elastisches Verhalten zeigt. Bei mittleren Temperaturen hat der Körper eine Fließgrenze, aber bei Entlastung stellt sich trotzdem die Ausgangsdeformation wieder her.

Dieses eigenartige Verhalten beruht auf einer Phasenumwandlung und auf Zwillingbildung. Bei hohen Temperaturen befindet sich der Körper in der austenitischen Phase und bei niedrigen nimmt er martensitische Gitterstellungen ein.

Dieser Vortrag stellt ein Modell vor, welches die Komplexitäten des Gitteraufbaus eines pseudoelastischen Körpers ignoriert und trotzdem die Eigenschaften eines solchen Körpers simuliert.

F. NILSSON:

Recent developments in the analysis of dynamic crack propagation and crack arrest

The aims and possible practical applications of crack propagation and arrest theory are discussed. The energy balance equation is set up and possible fracture criteria are investigated. For the linear case explicit solutions for the crack tip singularity field and a relation between energy release rate and the stress-intensity factor exist. The crack growth equation is formulated for the linear case.

Some example of analytical solutions for the stress-intensity factor are reviewed.

In the general case, numerical methods must be used. Finite element methods for analysis of dynamic crack growth problems are briefly reviewed together with some typical results.

The question of applicability of linear theory is addressed. A few results for non-linear problems have been obtained and their significance with respect to description of crack growth problems is discussed.

Z. OLESIAK:

On triple integral equations and applications

The purpose of the lecture was to present the method of solution to the equations of the theory of elasticity with mixed boundary

value problems. Two problems have been discussed. The first one, a torsion of an elastic semispace by an annular punch. The stress singularities at the inner and outer circumference of the annulus have been determined, and the coefficients at the singularities found on an approximate way without a necessity of solving the Fredholm integral equation of the second kind to which the problem usually is reduced. Examples were presented in a diagram form.

The second problem referred to a solution of the set of problems by a reduction to a sequence of crack and punch problems for a circle. It has been shown that one has to be careful when constructing such a sequence, and that there exist both the possibilities, namely when the convergence may be doubtful, and when it can be proved. A sketch of the proof by a contraction operator and the fixed point method has been discussed. The results were obtained in a joint work with mr. J. Kokot.

A. SAWCZUK:

#### On Yield Criteria for Strongly Deforming Structures

Descriptions of perfect plasticity are given either in spatial or in material coordinates. In structural mechanics customarily the Lagrangian description is used. It is shown in the note that at large strains the results may quantitatively depend on the reference system used.

The yield condition given in spatial variables for isotropic perfectly plastic materials is transformed to the material variables. The resulting anisotropy in the material description is discussed for the Huber-Mises yield criterion. For dynamically loaded spherical shell sustaining large deformations finite displacements are evaluated and discussed.

(Presentation based on a paper by H. Stolarski and A. Sawczuk submitted for publication in the Bull.Acad.Pol.Sci., 1980.)

M. SOKOŁOWSKI, M. MATCZYŃSKI:

On the physical interpretation of the J-Integral

The problem of a quasi-static or stationary propagation of a crack is considered from the point of view of defect dynamics (following the Eshelby-Zorski approaches), and in terms of the energy or power balance conditions. Using the J-potentials introduced it is demonstrated that the crack stability or propagation conditions may be formulated in three equivalent versions: the force exerted by the external field on the crack-defect must be smaller than the resistance force of the medium, or the J-integral must not exceed the critical value of the corresponding energy release rate or, finally, the known quadratic combination of the stress intensity factors should be smaller than the surface tension.

E. STEIN:

Nichtlineare Deformationsprozesse in inkrementeller Darstellung bei Verwendung von Diskretisierungen

Es werden statisch belastete, homogene Kontinua mit nichtlinearem Deformationsverhalten und elastisch-plastisch-viskosen Materialbeschreibungen (einschl. Kriechen) unter dem Gesichtspunkt numerischer Berechnungen mit Hilfe von FE-Diskretisierungen untersucht. Wegen der verschiedenen Nichtlinearitäten ist die Inkrementierung der Deformationsprozesse erforderlich.

Zunächst wird für ein Lastinkrement eine Differenzform des Prinzips der virtuellen Arbeit in materiellen Koordinaten unter Verwendung des 2. P.K.-Spannungstensors und des Greenschen Verzerrungstensors abgeleitet. Nach Perzyna können viskoplastische Deformationen für verfestigende Materialien einbezogen werden. Es ergibt sich mit den FE-Diskretisierungen ein kubisch nichtlineares Gleichungssystem für den inkrementellen globalen Knotenverschiebungsvektor  $\Delta \underline{v}$  der Form

$$[\underline{K}_{el} + \underline{K}_{Gu}(\underline{V}) + \underline{K}_{Gs}(\underline{S}) + \underline{K}_{GP}(S, \alpha)] \Delta \underline{V} = \underline{R}(\underline{V}, \underline{S}, \Delta \underline{V}, \alpha, \Delta \underline{P}, \Delta t).$$

elasti- sche Steifig- keits- matrix	initial displ.- matrix	initial stress matrix	initial geometrical- physical matrix
---	------------------------------	-----------------------------	---

Für inelastische Deformationen im Ausgangszustand und große plastische Deformationen ist eine TOTAL-LAGRANGE-Formulierung nicht möglich. Mit Hilfe der Lee'schen multiplikativen Zerlegung wird ein plastisch deformativer Zwischenzustand gemäß  $\underline{F} = \underline{F}_{el} \underline{F}_{pl}$  definiert, in dem die Plastizitätstheorie formuliert wird. Von hier ist sowohl eine Transformation auf den vorherigen Grundzustand als auch auf den jeweiligen Nachbarzustand in Eulerscher Beschreibung möglich. Im Falle infinitesimaler Nachbarschaft ergibt sich dann die UPDATED-LAGRANGE-Formulierung, d.h. eine Darstellung in der Metrik des jeweils letzten Deformationszustandes.

W. SZCZEPINSKI:

A study of plastic deformation of polycrystalline aggregates under combined stresses

Two different models of polycrystalline aggregates are studied. In the first model the structure of the aggregate is idealized by a regular array of elasto-plastic cubic grains of the same elastic properties and various yield locii. Such models allow us to examine the effect of residual microstresses on the behaviour of metals exposed to complex triaxial loadings. They allow also to obtain a sounder physical interpretation of the tensorial internal parameter appearing in the strain-hardening hypotheses accounting for generalized Bauschinger effect. The second model is used to study the role of grain boundaries in a polycrystalline aggregate subjected to plastic deformation. Even if plastic deformation is assumed to be limited to occur

along the grain boundaries only, such effects are obtained as the existence of upper and lower yield locii and instability of the stress-strain curve of the aggregate at certain level of deformation.

H.J.WEINITSCHKE:

Zur nichtlinearen Saite unter vertikaler Belastung

Die nicht-dehnbare Saite hat bei vertikaler Belastung zwei Gleichgewichtslagen (und nicht drei, wie in der Literatur gelegentlich behauptet). Die dehnbare Saite in der Föppl-Kärman Näherung besitzt bei hinreichend kleiner Vertikalbelastung und Stauchung der Saitenenden drei Gleichgewichtslagen, eine stabile und zwei instabile. Die Stabilität wird z.T. mit dem Energiekriterium, ferner vollständig mit der kinetischen Methode nachgewiesen. Gleiche Verhältnisse liegen vor für die exakte Theorie der Saite bei Vertikalbelastung. Die Verhältnisse bei einer normal belasteten Saite sind wiederum anders, hier können im Gegensatz zur Vertikalbelastung mehrere Gleichgewichtslagen bei Zugspannung existieren, sowie mehr als zwei instabile Gleichgewichtslagen mit Druckspannung. Die Stabilität dieser Zustände wird mit der kinetischen Methode bestimmt.

W. WUNDERLICH:

Eine konsequente Formulierung der Theorie dünner Schalen mit Hilfe gemischt-varianter Tensorkomponenten

Die Formulierung der Theorie dünner Schalen erfolgt meist mit Hilfe ko- und kontravarianter Komponenten der Variation. Mit der gemischt-varianten Definition der Schnittgrößen und Verzerrungs- bzw. Verkrümmungstensoren ergeben sich dagegen eine Reihe von Vorteilen, insbesondere kann das Werkstoffgesetz - das in gemischt-varianter Form die Metrik nicht explizit ent-

hält - wie beim Kontinuum in geschlossener Form dargestellt werden. Die konsequente Reduktion vom Kontinuum über den Schalenraum auf zweidimensionale Schalengleichungen basiert auf globalen Energieausdrücken bzw. einem gleichwertigen verallgemeinertem Variationsprinzip, dessen Form mit den zugehörigen lokalen Gleichungen (Gleichgewicht, Kinematik) angegeben wird. Die tensorielle Formulierung wird durch eine Matrixdarstellung ergänzt, die Struktur- und Symmetrieeigenschaften der Theorie besser erkennen läßt und die direkt als Ausgangspunkt numerischer Rechnungen brauchbar ist. Numerische Ergebnisse werden für einen elastischen Zylinder und für die elasto-plastische Berechnung einer zusammengesetzten Rotationsschale dargestellt.

F. ZIEGLER:

Zur Streuung akustischer Wellen in elastischen Körpern mit Inhomogenitäten - Die Methode der T-Matrix -

Am Beispiel der Streuung einer einfallenden ebenen SH-Welle an parallelen zylindrischen Einschlüssen (Verstärkungsfasern oder Löchern) wird die Anwendung der T-Matrix demonstriert. Eine einzelne gestreute Welle wird vollständig durch die T-Matrix beschrieben (vergl. P.C. WATERMAN, J.Acoust.Soc. Am., 45, 1417-1429 (1969)), die als Informationsträger der geometrischen und mechanischen Eigenschaften des streuenden Objekts in die Berechnung eintritt. Einfallende und gebrochene Wellen werden in zylindrische Wellenfunktionen in lokalen Zylinderkoordinaten entwickelt. Die Reihendarstellung kann anschließend gliedweise m.H. eines Additionstheorems von GRAF in ein beliebiges globales Koordinatensystem transformiert werden.

Mit diesen Einzellösungen kann nach Superposition das Dispersions- und "Dämpfungs"-Verhalten der kohärenten (mittleren) Welle im inhomogenen Körper angegeben werden. Insbesondere läßt sich bei gleichartigen Einschlüssen der Formeinfluß und die Orientierungsabhängigkeit parametrisch formulieren (über die entsprechende



T-Matrix). Eine Erweiterung auf zufällig verteilte Einschlüsse ist möglich.

H. ZORSKI:

Nonlocal continua with electromagnetic interactions

Field equations and conservation principles of a non-local continuum (a direct model based on semiphenomenological interparticle potentials) with central and spin interactions. Particular solutions. Interpenetrating continua. Structure of the stress and couple stress tensors. Linearization and localization of the theory, comparison with the existing theories. Two-point and three-point interactions.

Berichterstatter: G. KUHN

Liste der Tagungsteilnehmer

Prof. Dr. J. B. ALBLAS  
Department of Mathematics  
Technological University  
Eindhoven  
P.O. Box 513  
Eindhoven, The Netherlands  
NL

Herrn  
Prof. Dr.-Ing. D. BESDO  
Institut für Mechanik  
Technische Universität  
Appelstr. 11

3000 Hannover

Herrn  
Prof. Dr. J.F. BESSELING  
Delft University of Technol  
Engineering Department  
Mekelweg 2  
NL 2628 CD Delft

Herrn  
Prof. Dr. O. BRUHNS  
Institut für Mechanik  
Ruhr-Universität  
Postfach 10 21 48

4630 Bochum - 1

Herrn  
Prof. O. BRULIN  
The Royal Institute of  
Technology, Department  
of Mechanics  
S - 10044 Stockholm 70

Herrn  
Prof. Dr. M. DIKMEN  
Istanbul-Teknik  
Universitesi  
Temel Bilimler Fakültesi  
ISTANBUL/Türkei

Herrn  
Dr. K.H. ANTHONY  
Institut f. Theoret. u.  
Angew. Physik  
Universität Stuttgart  
Pfaffenwaldring 57/VI  
7000 Stuttgart - 80

Herrn  
Prof. Dr. H. BEDNARCZYK  
Institut für Mechanik der  
Universität Stuttgart  
Keplerstr. 11  
7000 Stuttgart - 1

Herrn  
Dr. J.P. BOEHLER  
Institut de Mécanique  
Université Scientifique  
B.P. 53, Centre de Tri  
F - 38 041 Grenoble -Cédex

Frau  
Dr. Nikolina BONTCHEVA  
Bulgarian Academy of Scien  
Institute of Mechanica  
and Biomechanics  
P.O. Box 373  
1090 Sofia  
Bulgaria

Herrn  
Prof. Dr. H. BUFLER  
Lehrstuhl II für Mechanik  
Universität Stuttgart  
Pfaffenwaldring 7  
7000 Stuttgart - 80

Herrn  
Prof. Dr. F. CHADWICK  
School of Mathematics  
University of East-Anglia  
Norwich Nr. 4 7 TJ  
U.K.

Herrn  
Prof. Dr. G. F I C H E R A  
  
Via Pietro Mascagni 7  
  
I - 00199 - R o m a

Herrn  
Prof. Dr. D. G R O S S  
Technische Hochschule  
Institut für Mechanik  
  
Hochschulstr. 1  
  
6100 D a r m s t a d t

Herrn  
Prof. Dr. G.H. H A H N  
Universität Kaiserslautern  
Fachbereich Maschinenwesen  
Postfach 30 49  
  
6750 Kaiserslautern

Herrn  
Prof. Dr. G. HERRMANN  
Division of Applied Mecha-  
nics  
Stanford University  
STANFORD, California 94305  
U S A

Herrn  
Prof. Dr. H. I S M A R  
Universität des Saarlandes  
Technische Mechanik  
Bau 22  
  
6600 Saarbrücken

Herr  
Dr.-Ing. habil. G. KUHN  
Lehrstuhl A für Mechanik  
Technische Universität  
Postfach 20 24 20  
  
8000 München - 2

Herrn  
Prof. Dr.techn. U. GAMER  
Lehrstuhl f.Techn.Mechanik  
Technische Universität  
Karlsplatz 13  
  
A - 1040 W i e n - IV

Herrn Prof.  
Dr. W.A. G r e e n  
Dept. of Theoretical  
Mechanics, the University  
of Nottingham  
University Park  
Nottingham NG 7 2RD  
U. K.

Herrn  
Prof. Dr. W. H A U G E R  
Institut für Mechanik  
Fachbereich 6 der TH  
  
Hochschulstr. 1  
  
6100 D a r m s t a d t

Herrn  
Prof. Dr. K. HERRMANN  
Gesamthochschule Paderborn  
FB 10, Maschinentechnik  
  
Pohlweg 47 - 49  
  
4790 Paderborn

Herrn  
Prof. Dr. W.T. KOITER  
Technische Hochschule  
Mekelweg 2  
  
NL - 2628 CD D e l f t

Herrn  
Prof. Dr. E. K R Ö N E R  
Institut für Physik  
Universität Stuttgart  
Bardiliweg 6  
  
7000 Stuttgart - 1

Herrn  
Prof. Dr. Th. LEHMANN  
Institut für Mechanik  
Ruhr-Universität  
Postfach 1o 21 48

463o B o c h u m - 1

Herrn  
Dr. M. MATCZYNSKI  
Polish Academy of Sciences  
Inst. of Fundamental Tech-  
nological Research

Ul. Swietokrzyska 21

PL - oo-o49 W a r s c h a u

Herrn  
Prof. Dr. J. MEIXNER

Am Blockhaus 31

5100 A a c h e n

Herrn  
Prof. Dr. Z. OLESIAK

ul. Lowicka 17m6o

o2-574 W a r s c h a u  
Polen

Herrn  
Prof. Dr. W.J. PROVAN  
Dept. of Mechanical Eng.  
McGill University  
817 Sherbrooke Street West  
M o n t r e a l , P Q  
Canada H3A2K6

Herrn  
Prof. Dr. M. SOKOLOWSKI  
Institute of Fundamental  
Technologie Research  
Polish Academy of Sciences

Ul. Swietokrzyska 21

PL - oo-o49 Warschau

Herrn  
Prof. Dr. H. LIPPMANN  
Lehrstuhl A für Mechanik  
Technische Universität

Postfach 2o 24 2o

8000 München - 2

Herrn  
Prof. Dr. O. MAHRENHOLTZ  
Universität Hannover  
Institut für Mechanik

Appelstr. 11

3000 H a n n o v e r - 1

Herrn  
Prof. Dr. Ingo MÜLLER  
Lehrstuhl für Thermodynamik  
HFI - Fachbereich 9  
TU Berlin

Straße des 17. Juni 135

1000 B e r l i n - 12

Herrn  
Prof. Dr. F. NILSSON  
Dept. of Strength of  
Materials and Solid Mech.  
The Royal Institute of  
Technology

S - 1oo 44 Stockholm - 7o

Herrn  
Prof. Dr. A. SAWCZUK  
Polish Academy of Sciences  
Institute of Fundamental  
Technological Research

Ul. Swietokrzyska 21

PL - oo-o49 WARSCHAU

Herrn  
Doz. Dr. Z. S O B O T K A  
Ceskoslovenská Akad. VED  
Ustav Teor. a aplik. Mech.  
Nové Mesto

Vysehradska 49

CSSR - 128 49 Prag - 2

Herrn  
Prof. Dr. W. SZCZEPINSKI  
Polish Acad. of Sciences  
Institute of Fundamental  
Technological Research  
Ul. Swietokrzyska 21

PL - 00-049 WARSCHAU

Herrn  
Prof. Dr. H.J.WEINITSCHKE  
Universität Erlangen  
Institut für Angewandte  
Mathematik

Martensstr. 3

8520 Erlangen

Herrn  
Prof. Dr. F. ZIEGLER  
Technische Hochschule

Karlsplatz 13

A 1040 Wien - IV

Frau  
Dr. A.GOLEBIEWSKA-HERRMANN  
Division of Applied Mecha-  
nics  
Stanford University  
STANFORD, California 94305  
U S A

Herrn  
Prof. Dr. E. S T E I N  
Universität Hannover  
Lehrgebiet Baumechanik  
Callinstr. 32  
3000 Hannover

Herrn  
Prof. Dr. W. WUNDERLICH  
Institut für Konstruktiven  
Ingenieurbau Lehrstuhl IV  
Ruhr Universität Bochum  
Postfach 10 21 48  
4630 Bochum - 1

Herrn  
Prof. Dr. J. Z A R K A  
Laboratoire der Mécanique  
des Solides  
Ecole Polytechnique  
F - 91 120 PALAISEAU

Herrn  
Prof. Dr. H.Z O R S K I  
Polish Academy of Sciences  
Institute of Fundamental  
Technological Research  
Ul. Swietokrzyska 21

PL 00-049 WARSCHAU

