MATHEMATISCHES FORSCHUNGSINSTITUT OBERWOLFACH

Tagungsbericht 5|1980

Konstruktive Methoden der

finiten nichtlinearen Optimierung

27.1. bis 2.2.1980

Die Tagung wurde geleitet von Herrn L. Collatz (Hamburg), Herrn G. Meinardus (Siegen) und Herrn W. Wetterling (Enschede). Das Programm war ausgerichtet auf Fragen der Numerik bei der nichtlinearen Optimierung und auf die Anwendung numerischer Verfahren bei Problemen aus der Praxis.

Zur numerischen Lösung nichtlinearer Optimierungsaufgaben, sowohl mit als ohne Nebenbedingungen, hat man verschiedene, inzwischen gut erprobte Verfahren entwickelt. In einer Reihe von Vorträgen wurde auf das Verhalten und die Anwendung dieser Verfahren eigegangen. Besonderes Interesse erregte ein neues, 1979 bekannt gewordenes und durch Presseveröffentlichungen in ein vielleicht unrechtes Licht gerücktes Verfahren von Khachian zur Lösung von LP-Problemen in polynomialer Zeit. Obwohl die sich hierauf beziehenden drei Vorträge Hinweise zur Klärung der Frage der Brauchbarkeit dieses Verfahrens gegeben haben, fand man, dass erst nach Vorliegen von mehr numerischer Erfahrung ein Urteil möglich ist.

In einer weiteren Gruppe von Vorträgen wurde über Verfahren für Probleme mit spezieller Struktur berichtet (geometrische Optimierung, Ausgleichsprobleme, Komplementärprobleme).Als typische Anwendungen wurden Fragen aus der Versuchsplanung, Schallortung, Wirtschaftsmodelle und der Entwurf von Kühlanlagen behandelt.

In den Vorträgen, den anschliessenden Diskussionen und persönlichen Gesprächen konnten wertvolle wissenschaftliche Kontakte angeknüpft und vertieft werden. Hierfür sei an dieser Stelle der Institutsleitung im Namen aller Teilnehmer gedankt.

Vortragsauszüge:

A. Bachem:

Die Ellipsoidmethode zur Lösung konvexer Optimierungsaufgaben.

Wir berichten über den aktuellen Stand der Weiterentwicklungen zu einem Algorithmus von Shor bzw. Khachian un betrachten insbesondere Modifikationen zur Lösung approximativer konvexer Optimierungsprobleme der folgenden Art. Zu gegebener kompakter konvexer Menge $K \subseteq \mathbb{R}^n$, $c \in \mathbb{R}^n$ und $\varepsilon > 0$ finde ein $\bar{x} \in \mathbb{R}^n$ mit höchstens Abstand ε von $K (d(\bar{x},K) < \varepsilon)$, so dass $c\bar{x} + \varepsilon \geq \max\{cx | x \in K\}$. Wir nehmen an, dass eine explizite Darstellung von K selbst unbekannt ist, jedoch folgendes gilt:

a) es gibt ein $a_o \in \mathbb{R}^n$ und Umgebungen $U_r(a_o)$, $U_R(a_o)$ mit $U_r(a_o) \subseteq K \subseteq U_R(a_o)$ und
b) es gibt einen Algorithmus,welcher zu gegebenem $y \in \mathbb{R}^n$ entscheidet, ob $d(y,K) \leq \varepsilon$ gilt und falls $d(y,K) > \varepsilon$ gilt eine $\{y\}$ und K trennende Hyperebene angibt.

Über erste numerische Erfahrungen mit diesen Algorithmen wird ebenfalls berichtet.

D. Böhning:

Numerische Verfahren in der optimalen Versuchsplanung: Ein allgemeiner Schrittweiten- und ein Clusteralgorithmus.

In der optimalen Versuchsplanung werden Versuchspläne gesucht, die die Kovarianzmatrizen der zu den jeweiligen Versuchsplänen gehörenden Methode-der-kleinsten-Quadrate-Schätzer für die unbekannten Parameter im linearen Modell im Sinne eines konvexen Funktionals minimieren. Mit dieser Hintergrundinformation wird die Aufgabe betrachtet, ein konvexes Funktional auf einer Menge von Wahrscheinlichkeitsmassen zu minimieren. Zunächst wird ein allgemeiner Schrittweitenalgorithmus behandelt, dessen Konvergenz für Spezialfälle schon bekannt ist (Fedorov 1975, Wu und Wynn 1978). Des weiteren werden Überlegungen darüber angestellt, wie man das für optimale Versuchsplanungsalgorithmen typische Verhalten der Bildung von Clustern vermeiden kann. Als Ergebnis wird ein Verfahren vorgestellt, das - bei geeigneter Wahl einiger Parameter - diese Eigenschaft besitzt, und seine Arbeitsweise wird an einem Beispiel illustriert.

L.J. Cromme:

Sind Fixpunktverfahren effektiv?

Fixpunktverfahren zur Berechnung von Fixpunkten einer stetigen Funktion haben einerseits den Vorteil, vielseitige Anwendungsmöglichkeiten zu haben (auf Gleichungssysteme, Gleichgewichtszustände einer Volkswirtschaft, globale Probleme (Berechnung aller Lösungen), Bifurkationsprobleme....); andererseits besteht vielfach das Vorurteil, diese Vielseitigkeit müsse auf Kosten der Effektivität gehen und durch hohen Rechenaufwand erkauft werden.

Dieses Vorurteil bestand für Verfahren der ersten Generation sicher zu Recht. Bei modernen Fixpunktverfahren muss die Situation jedoch wesentlich differenzierter beurteilt werden.

U. Eckhardt:

Zum Algorithmus von Khachian.

Der Algorithmus von Khachian (bzw. Shor) zur iterativen Lösung linearer Ungleichungssysteme hat beträchtliches Aufsehen erregt, da er sich dazu verwenden lässt, diese Aufgabenstellung in polynomial beschränkter Zeit zu lösen. Numerische Erfahrungen mit verwandten Algorithmen und die bekannten Schwächen von iterativen Verfahren lassen es als unwahrscheinlich erscheinen, dass diese Methode mit dem Simplex-Verfahren konkurrieren könnte.

J.J.M. Evers:

Parametric Programming with the Lemke complementarity algorithm and an application to a multi-periodic growth model.

A parametric procedure is introduced, which is based upon Lemke's pivoting rule. Termination properties are deduced for the case that the matrix of the linear complementarity problem consists of the sum of a positive semi-definite matrix and a co-positive matrix. As an application, stationary optimal trajectories concerning a concave quadratic multi-periodic growth model are calculated as a function of the time discount factor.

M. Grötschel:

Anwendungen der Ellipsoidmethode auf kombinatorische Optimierungsprobleme.

Sei $G = [V,E]$ ein Graph, dann ist die Shannon-Kapazität $c(G)$ von G definiert durch $c(G) := \sup_k \sqrt[k]{\alpha(G^k)}$, wobei G^k der k-fache kartesiche Produkt von G und $\alpha(G)$ die Stabilitätszahl von G sind. Sei (P) das nichtlineare Optimierungsproblem $\max\{ \sum_{i,j} b_{ij} \mid B = (b_{ij})$ eine symmetrische, positiv-semidefiniete (n,n)-Matrix mit Spur 1 und $b_{ij} = 0 \iff \{i,j\} \in E\}$. Für das Maximum $\theta(G)$ von (P) gilt $\alpha(G) \leq c(G) \leq \theta(G)$. Wir zeigen, dass es einen polynomialen Separationsalgorithmus und somit eine polynomiale Ellipsoidmethode zur Lösung von (P) gibt. Da für perfekte Graphen G $\alpha(G) = c(G) = \theta(G)$ gilt, können wir mit dem Ellipsoidalgorithmus die Stabilitätszahl und die Shannon-Kapazität von G in polynomialer Zeit berechnen. Diese Resultate werden auf die gewichteten Versionen des stabile-Mengen-Problems, Cliquenproblems, Färbungs- und Überdeckungsproblems verallgemeinert, womit auch für diese Problemklassen im Falle perfekter Graphen polynomiale Algorithmen, die auf der Ellipsoid-Methode basieren, existieren.

P.L. Hammer, P. Hansen, B. Simeone:

Best Linear Relaxation for Quadratic 0-1 Optimization.

We study the problem of maximizing a real-valued quadratic function in binary variables and introduce a class of "upper planes" (linear majorants) for these functions. It is shown that the existence of an upper plane having a positive (negative) coefficient c_j implies the existence of an optimal solution to the original problem having the corresponding $x_j = 1(0)$. In other words, the "hard core" of the problem is to maximize a quadratic function having $c_j = 0$ $(j = 1,\ldots,n)$ in all its upper planes, i.e. having as upper planes only the constant c_o. Further it is shown that these upper planes can be easily determined by solving the continuous relaxation of a vertex packing problem. An application of this technique to finding maximum stable sets in a graph results in the characterization by means of forbidden partitionings of those graphs which cannot be simplified by the proposed approach.

R. Hettich, P. Zencke.

Lokal superlinear konvergente Methoden zur semi-infiniten Optimierung im stark eindeutigen Fall.

Die Newton-Methode zur Lösung semi-infiniter Optimierungsprobleme $\min\{F(z)\,|\,g(z,x) \leq 0,\ x \in B\}$ beruht darauf, dass lokal die Lösung des Optimierungsproblems auf die Lösung eines nichtlinearen Gleichungssystems zurückgeführt werden kann, welches dann eben mit dem Newton-Verfahren gelöst wird. Dieses Gleichungssystem hat eine spezielle Struktur, die es ermöglicht, neben dem Newton-Verfahren eine Reihe ebenfalls lokal quadratisch konvergenter Varianten zu benutzen, z.B. Block-Einzellschritt-Verfahren, welche u.a. den verschiedenen Newton-Versionen, dem Simultan-Austausch und der Linearisierungsmethode entsprechen. Hierdurch ergibt sich nicht nur eine einheitliche Konvergenz-Theorie, sondern auch Anhaltspunkte dafür, wie genau man z.B. in einzelnen Methoden die Teilprobleme zu lösen hat.

K.H. Hoffmann:

Identifizierung von Systemen mit verteilten Parametern.

Verfahren zur numerischen Identifizierung von verteilten Parametern in dynamischen Systemen werden vorgestellt. An Beispielen wird demonstriert, wo solche Probleme auftreten. Zunächst wird ein Verfahren der Kontrolltheorie skizziert und einige Beispiele damit gelöst. Als Alternative wird eine Methode entwickelt, die Minimierungsalgorithmen vermeidet und in kurzer Rechenzeit in Spezialfällen garantiert die Lösung liefert (Lyapunov's Methode). Einige gerechnete Beispiele demonstrieren die Brauchbarkeit des Verfahrens.

H.Th. Jongen:

Optimalitätskriterien und lokale Stetigkeit des Tschebyscheff-Operators.

Es seien $A \subset \mathbb{R}^n$, $B \subset \mathbb{R}^m$, nichtleere Mengen, B kompakt und $f: B \to \mathbb{R}$, $F: A \times B \to \mathbb{R}$ stetige Funktionen. Das Tschebyscheff - Approximiations-problem besteht darin, die Abstandsfunktion $\rho_f(a) = \| F(a,.)-f(.)\|_\infty$ zu minimieren. Es sei $a_f \in A$ ein striktes lokales Minimum der Funktion ρ_f. Es werden Strukturen für die Mengen A,B und Bedingungen an die Funktionen f, F angegeben die - von einem zweistufigen Gesichtspunkt der Optimierung her - auf eine natürliche Weise dazuführen, dass - bzgl. (C^2-) Variationen der Funktion f - der lokal optimale Parameter a_f stetig von f abhängt. Die obigen Strukturen und Bedingungen werden geometrisch interpretiert. Einerseits führt dieser Ansatz zu einer stabilen Problemformulierung bzgl. der zu approximierenden Funktion f und andererseits wird die Anwendbarkeit von Methoden der finiten nichtlinearen Optimierung bei der Bestimmung lokaler Minima van ρ_f garantiert (z.B. Newton-Verfahren).

H.Th. Jongen, P. Jonker, F. Twilt.

Some reflections on the continuous Newton-method.

Let f be a meromorphic function defined on $\mathbb{C}$. The system $N(f)$ given by $\frac{dz}{dt} = -\frac{f(z(t))}{f'(z(t))}$ is not defined on $\{z \mid f(z) \neq 0 \ , \ f'(z) = 0\}$ (= set of critical points). We extend (desingularize) $N(f)$ to a real analytical system $\bar{N}(f)$ on the whole $\mathbb{C}$ and in special cases (e.g. if $f \in R$ (= set of rational functions)) even to the Riemannian sphere $S^2(\bar{N}(f))$. A quite complete description of the local and global properties of the phase-portrait of $N(f)$ is given.

Let $\tilde{R}$ be the set of all non-degenerate functions $f \in R$ (i.e. all finite zeros, poles and all critical points for f are simple, no critical points are connected by a trajectory of $\bar{N}(f)$). The following theorem holds:

Th. (i) $\tilde{R}$ is open and dens in R (w.r.t. a natural topology).

(ii) $\bar{N}(f)$ is structurally stable iff $f \in \tilde{R}$.

Applications:

1. Our theory provides a lot of examples of so called Branin-systems, among which a counter-example for a conjecture of F.H. Branin on the global convergence of his method.
2. Using the concept of structural stability we prove a conjecture of D. Braess on the basins of the attractors of $N(f)$ if f is a polynomial of degree 3.
3. Using the concept of structural stability we give a graph-theoretical characterization of the system $N(f)$ for f in a certain subclass of R.

K. Kubik:

On the choice of the minimum function in approximation problems.

In many sets of data there are fairly large percentages of "outliers" due to heavily tailed models or errors in collecting and recording. Since outliers have an unusually great influence on "least squares" estimators, the author proposes the following formulation of the problem:

$r_i = Z_i - b_{ij}x_j$ $\quad$ $i = 1,\dots,n$, $j = 1,\dots,m$

Z measurements, x unkonwns

$\max_p [p]$ $\quad$ index $p \in n$

[.] number of.

$|r_p| \leq 2\sigma$

$$\|r_p\|_2 = \min_{\xi} \| Z_i - b_{ij}\xi_j \|_2$$

This problem can be solved by the penalty method using the iterations

$$\sum (r_i^2 P_i)_\alpha \rightarrow \min \qquad \alpha = 0,1,2....$$

$$P_{i,o} = 1$$

$$P_{i,\alpha+1} = \exp{-r_{i,\alpha}^2/\text{const}_\alpha}$$

Note, that $r_i^2 \exp{-r_i^2/\text{const}}$ is a non-convex function of r_i. Most other penalty functions, which are common in robust estimation, like

$P_i = {}^1/ \| r_i \|_k$, $0 \le k \le 1$ do not necessarily lead to convergence and thus not necessarily detect the outliers.

Examples are given for data fitting and inverse problems for differential equations.

F.A. Lootsma:

Performance Evaluation of Non-linear Optimization Codes via Multi-Criteria Decision Analysis.

In the nineteen seventies, several comparative studies have been carried out to assess the performance of non-linear optimization codes, on a variety of real-life and artificial test problems, and under various performance criteria such as robustness, efficiency, and capacity. Nevertheless, it is difficult to use the comparitive studies in order to draw general conlusions about the codes and the underlying algorithms, since the authors employed incompatible performance criteria and differing test problems. We are currently using multi-criteria decision analysis in order to take into account, both the performance criteria of a decision maker and the results of recent comparative studies, in order to arrive at an overall assessment of non-linear optimization codes.
Particular attention is given to ranking methods under the performance criteria of efficiency and robustness. The comparative studies show that the codes may fail on several test problems so that cross-section of test problems that have been successfully solved by all codes is relatively small (or even empty). Via a pairwise comparison of the codes we obtain a matrix of efficiency ration which can be used to detect cyclic triades in the computational experiments and to rank the codes according to efficiency. Under special scaling conditions we use the percentage of successfully solved test problems to rank the codes according to robustness.

K. Nixdorff:

Zwei Anwendungen der nichtlinearen Optimierung in der Schallortung.

Bei der Schallortung in der Atmosphäre ist bisher bei zwei , eng verwandten, Problemen die nichtlineare Optimierung verwendet worden. Das erste Problem umfasst die Bestimmung der Koordinaten der Knallquelle aus den Messdaten. Wird diese Aufgabe als eine der nichtlinearen Optimierung behandelt, so werden wensentliche Nachteile der früheren Verfahren vermieden. Allerdings gibt es einen seltenen, aber wichtigen Sonderfall, der zwar mit einigen der älteren Verfahren, aber nicht mit dem hier vorgestellten Optimierungsansatz beherrschbar ist. Das zweite Problem beinhaltet die Bewertung der verschiedenen Auswerteverfahren. Es ist schwierig , für diese Auswerteverfahren ein nichtmanipulierbares Gütekriterium zu finden. Als bisher bestes Kriterium wird eine Optimierungsformulierung vorgeschlagen.

C.P. Ortlieb:

Optimale periodische Steuerung diskreter Prozesse.

Ausgehend von einem einfachen ökonomischen Modellproblem werden diskrete optimale Steuerungsprobleme betrachtet, bei denen eine periodische Lösung unbekannter Periodenlänge gesucht ist, die die durchschnittlichen Kosten minimiert. Zu diesem gemischt-ganzzahligen Optimierungsproblem wird ein duales Problem aufgestellt, für das ein schwacher Dualitätssatz gilt. Im Falle eines endlichen Zustandsraums lässt sich auf konstruktive Weise ein starker Dualitätssatz herleiten.

B. Simeone:

An assymptotically exact polynomial algorithm for a class of quadratic semi-assignment problems.

The problem of partitioning a set of n objects with known weights into p classes, so that the variance of the weights of the classes be minimum, can be formulated as a "quadratic semi-assignment" problem. One can see that the problem is NP-complete even when p = 2. An O(nlogp) approximation algorithm is developed, exploiting the observation (due to Carlson and Nemhauser, Oper. Res. 1966) that the continuous relaxation of a quadratic semi-assignment problem has always a binary optimal solution. If r is the maximum ratio between the weights of any two objects, it is proved that the relative approximation error is $O(\frac{1}{n})$ for fixed p and r. Hence in this sense the algorithm might be said to be assymptotically exact.

J. Stoer:

Ein Verfahren zur Lösung schlecht konditionierter linearer restingierter least-squares-Probleme.

In Verallgemeinerung eines Algorithmus von Paige [SIAM J. Numer. Anal. 16, 165–171 (1979)] wurde ein Verfahren zur Lösung von least-squares-Problemen folgenden Typs beschrieben:

$$(P) \qquad \text{Bestimme} \quad \min_{x \in K := \{x \in \mathbb{R}^n \mid a_i^T x \,\rho_i\, b_i \quad \text{für} \quad i = 1,2,\ldots,p\}} (Cx-y)^T W^{-1} (Cx-y).$$

Hier sind C eine m×n-Matrix, W eine positiv definite m×m-Matrix, $A^T = (a_1,\ldots,a_n)$ eine p×n-Matrix, $y \in \mathbb{R}^m, b \in \mathbb{R}^p$ und $\rho_i \in \{\le,\ge,=\}$. Wenn W schlecht konditioniert is, lässt sich W^{-1} sehr ungenau berechnen; eine Reduktion von (P) auf das equivalente übliche least-squares-Problem

$$\min_{x \in K} \| W^{-\frac{1}{2}}Cx - W^{-\frac{1}{2}}y \|^2$$

fühlst deshalb grossen Genauigkeitsverlusten.
Das vorgeschlagene Verfahren vermeidet deshalb die Berechnung von $W^{-\frac{1}{2}}$.
Mit Hilfe der Cholesky-Zerlegung $W = B.B^T$ von W kann man stattdessen (P) equivalent umformen in das Problem

$$(\bar{P}) \qquad \min_{x,v \,:\, Cx + Bv = y \,,\, x \in K} v^T v$$

Die Lösung von $(\bar{P})$ bestimmt in endlich vielen Schritten mit Hilfe eines Verfahrens von "projizierten-Gradienten-Typ". Dabei spielen gewisse Dreieckszerlegungen der Matrizen A^T, C, B eine Rolle, die sich effektiv und numerisch stabil durchführen lassen. Die schliesslich gefundene Lösung lässt sich deshalb als exakte Lösung einer Optimierungsaufgabe $(\bar{P})$ mit leicht geänderten Daten C, B, A, y, b interpretieren.

G.A. Watson:

An algorithm for a class of nonlinearly constrained nondifferentiable optimization problems.

A general class of nonlinearly constrained nondifferentiable optimization problems is considered, in which a convex funtion of a differentiable vector function of the unknown parameters is minimized subject to nonlinear constraints which involve similar quantities. Examples of problems of this type are constrained minimum norm and robust estimation problems. A linear sub-problem is introduced and the relationship of this to stationary points of the original problem is established. For the cases when this subproblem can be solved in a finite number of steps, a method based on the solution of a sequence of such problems is developed. A solution to the subproblem of a given point is shown to be a descent direction at that point for an exact penalty function, and a choice of step length is given which can lead to guarantee convergence to a stationary point.
Finally, some remarks on the numerical possibilities of the method are given.

R. Wiebking:

Erfahrungen mit der geometrischen Programmierung.

Die Bedeutung der geometrischen Programmierung für die Praxis wird an einer Anwendung aus dem Engineering Design und einer kurzen Übersicht über erfolgte Anwendungen erläutert.
Es wird auf die Frage eingegangen, ob allgemeine nichtlineare Optimierungssoftware für die Lösung von geometrischen Programmierungsmodellen einsetzbar ist. Ein spezieller Algorithmus der geometrischen Programmierung wird vorgestellt.
Schliesslich wird auf einige Aspekte der geometrischen Progammierung eingegangen, die bei der Lösung von praktischen Optimierungsaufgaben von Bedeutung sind.

Berichterstatter: U. Grothkopf (Hamburg)
H.Th. Jongen (Enschede)

Liste der Teilnehmer

Prof.dr. J. Albrecht
Institut für Mathematik
Technische Universität Clausthal
Erzstrasse 1
D-3392 Clausthal-Zellerfeld.

Dr. A. Bachem
Institut für Operations Research
Universität Bonn
Nassestrasse 2
D-5300 Bonn 1.

Dr. D. Böhning
Fachbereich Mathematik III. Institut
Arnimallee 2-6
D-1000 Berlin 33

Dr. E. Bredendiek
Rechenzentrum der Universität Hamburg
Rothenbaumchaussee 81
D-2000 Hamburg 13

Prof.dr. R. Bulirsch
TU München
Mathematisches Institut
Arcisstrasse 21
D-8 München 2

Prof.dr. R.E. Burkard
Mathematisches Institut
Universität Köln
Weyertal 86
D-5 Köln 41.

Dr. L.J. Cromme
Inst. für Numerische und
Angewandte Mathematik der Universität
Lotzestrasse 16-18
D-3400 Göttingen.

Prof.dr. L. Collatz
Eulenkrugstrasse 84
D-2000 Hamburg 67.

Prof.dr. F.J. Delvos
Fachbereich Mathematik
Universität Siegen
Hölderlinstrasse 3
D-59 Siegen.

Prof.dr. U. Eckhardt
Institut für Angewandte Mathematik
Bundesstrasse 55
D-2000 Hamburg 13

Dr.ir. J.J.M. Evers
Twente University of Technology
Department of Applied Mathematics
Postbus 217
7500 AE Enschede
The Netherlands.

Prof.dr. B. Fleischmann
FB Wirtschaftswissenschaften
Universität Hamburg
Von-Melle-Park 5
D-2000 Hamburg 13.

Prof.dr. C. Geiger
Institut für Angewandte
Mathematik der Universität
Bundesstrasse 55
D-2000 Hamburg 13.

Prof.dr. K. Glashoff
Institut für Angewandte Mathematik
der Universität Hamburg
Bundesstrasse 55
D-2 Hamburg 13.

Dipl.Math. U. Grothkopf
Institut für Angewandte Mathematik
der Universität Hamburg
Bundesstrasse 55
D-2000 Hamburg 13.

Dr. M. Grötschel
Institut für Operations Research
Universität Bonn
Nassestrasse 2
D-53 Bonn 1.

Dr. S.-Å. Gustafson
Institut für Angewandte Mathematik [SFB 72]
Wegelerstrasse 6
D-5300 Bonn 1

Prof.dr. P.L. Hammer
University of Waterloo
Department of Combinatorics
and Optimization
Waterloo, Ontario, Canada.

Prof.dr. R. Henn
Institut für Statistik und
Math. Wirtschaftstheorie der Universität
D-75 Karlsruhe.

Prof.dr. R. Hettich
Institut für Angewandte Mathematik
Wegelerstrasse 6
D-53 Bonn.

Prof.dr. K.H. Hoffmann
Institut für Mathematik III der
Freien Universität Berlin
Arnimallee 2-6
D-1 Berlin 33.

Dr. J.L. de Jong
University of Technology Eindhoven
Department of Applied Mathematics
P.O. Box 513
Eindhoven
The Netherlands.

Dr. H.Th. Jongen
Technische Hogeschool Twente
Onderafdeling der Toegepaste Wiskunde
Postbus 217
7500 AE Enschede
The Netherlands.

Dr. H.J. Kornstaedt
Hahn-Meitner-Institut
Glienickerstrasse 1000
D-1000 Berlin 39.

Prof.dr. K. Kubik
Institut 4
Aalborg Univ. Centrum
Fibigerstraede 11
9000 Aalborg,Denmark.

Prof.dr. F.A. Lootsma
Department of Mathematics
University of Technology
2600 AJ Delft.
The Netherlands.

Prof.dr. G. Meinardus
Paffenschlade 20
D-5963 Wenden 1.

Prof.dr. G. Merz
Gesamthochschule Kassel
Fachbereich 17 - Mathematik
Wilhelmshöher Allee 73
D-3500 Kassel.

Prof.dr. K. Nixdorff
Hochschule der Bundeswehr Hamburg
Fachbereich Maschinenbau
Holstenhofweg 85
D-2 Hamburg 67.

Dr. C.P. Ortlieb
Institut für Angewandte Mathematik
Universität Hamburg
Bundesstrasse 55
D-2000 Hamburg 13.

Prof.dr. K. Ritter
Mathematisches Institut
Pfaffenwaldring 57
D-7 Stuttgart 80.

Dr. K. Roleff
Institut für Angewandte Mathematik
der Universität Hamburg
Bundesstrasse 55
D-2000 Hamburg 13.

Prof.dr. J. Schröder
Universitat Köln
Mathematisches Institut
Wegertal 86/90
D-5 Köln 41.

Prof.dr. B. Simeone
Instituto per le Applicazioni del Calcolo
v. le der Policlinico 137
Rome, Italy.

Dipl.Math. G. Still
Fachbereich Mathematik
Hölderlinstrasse 3
D-59 Siegen.

Prof.dr. J. Stoer
Universität Würzburg
Institut für Angewandte Mathematik und
Statistik
Am Hubland
D-8700 Würzburg.

Dipl. Math. G.A. Theuschl
Institut für Angewandte Mathematik
Bundesstrasse 55
D-2000 Hamburg 13

Drs. F. Twilt
Twente University Of Technology
Department of Applied Mathematics
Postbus 217
7500 AE Enschede
The Netherlands.

Dr. V. Vogelsang
Mathematisches Institut der Universität
Erzstrasse 1
D-3392 Clausthal Zellerfeld.

Prof.dr. G.A. Watson
Department of Mathematics
University of Dundee
Dundee DD14HN Scotland.

Prof.dr. W.W.E. Wetterling
Twente University of Technology
Department of Applied Mathematics
Postbus 217
7500 AE Enschede
The Netherlands.

Dr. R. Wiebking.
Deutsche Unilever GmbH
Dammtorwall 15
D-2000 Hamburg 36.