MATHEMATISCHES FORSCHUNGSINSTITUT OBERWOLFACH

Tagungsbericht 10/1981

Partial Differential Equations

22.2. bis 28.2.1981

Die elfte Tagung über partielle Differentialgleichungen fand unter Leitung der Herren G. Hellwig (Aachen) und J. Weidmann (Frankfurt) statt. Die große Zahl von 61 Teilnehmern (davon 14 aus dem Ausland), von denen 35 Vorträge hielten, zeigt das große Interesse an dieser Tagung. Das Spektrum der Vortragsthemen erstreckte sich wieder über alle Teilgebiete der partiellen Differentialgleichungen, wobei der größere Teil der Vorträge über Gegenstände mit physikalischem Hintergrund handelte.

Trotz des äußerst umfangreichen Vortragsangebots bot sich vielfache Gelegenheit zu anregenden wissenschaftlichen Diskussionen, weshalb auch diese Tagung wieder einen großen Gewinn für die Teilnehmer darstellte. Der Dank der Tagungsbesucher galt dann der Tagungsleitung und besonders auch Herrn Haack (Berlin), der diese Tagung 1961 zusammen mit Herrn Hellwig erstmals durchführte, sowie Herrn Heinz (Göttingen), der von 1973 bis 1979 der Tagungsleitung angehörte. Die Betreuung dieser großen Tagung durch das Institut war vorbildlich wie immer, wofür der Leitung des Instituts und dem Personal herzlich zu danken ist.

Vortragsauszüge:

H. W. ALT:

Nonlinear elliptic parabolic differential equations

We consider the initial boundary value problem

$\partial_t b(u) - \nabla\cdot a(b(u),\nabla u) = f(b(u))$ in $]0,T[\times\Omega$,

$b(u) = b(u^0)$ for $t = 0$, $u = u^D$ for $x\in\partial\Omega$

Here a,b,f are continuous functions such that

b is monotone non-decreasing,

$(a(z,p_1) - a(z,p_2))\cdot(p_1-p_2) \geq c|p_1-p_2|^r$,

$|a(b(z),p)|+|f(b(z))| \leq C(1+B(z)^{\frac{r-1}{r}}+|p|^{r-1})$.

Moreover, we assume $u^D\in L^r(0,T;H^{1,r}(\Omega))\cap L^\infty(]0,T[\times\Omega)$

and $B(u^0)\in L^1(\Omega)$, where

$$B(z) = \int_0^z (b(z)-b(s))ds.$$

Problems of this type arise, e.g., for fluied flow through porous media. If $\partial_t u^D\in L^1(0,T;L^\infty(\Omega))$, one can prove the existence of a weak solution.

Under certain continuity conditions on the data one can also show the existence of a regular solution, which means that $\partial_t b(u)\in L^1(]0,T[\times\Omega)$, and the uniqueness in this class. Elliptic-parabolic systems can be handled in the same way, provided $\partial_{z_j} b^i = \partial_{z_i} b^j$.

J. BEMELMANS:

A free boundary value problem in viscous fluid flow

We consider the stationary motion of a drop of viscous fluid which is immersed in a second fluid of different viscosity. The shape of the surface Σ that separates the two fluids is assumed to be governed by surface tension. The problem can be formulated in the following way

$$(*)\quad \begin{aligned} -\nu_1 \Delta \underline{v} + \nabla p + (\underline{v}\cdot\nabla)\,\underline{v} &= \underline{f} \\ \nabla\cdot\underline{v} &= 0 \end{aligned} \quad \text{in } \Omega$$

$$\begin{aligned} -\nu_2 \Delta \underline{u} + \nabla q + (\underline{u}\cdot\nabla)\underline{u} &= \underline{g} \\ \nabla\cdot\underline{u} &= 0 \end{aligned} \quad \text{in } \Lambda$$

$$\underline{v}\cdot\underline{n} = \underline{u}\cdot\underline{n} = 0\ ,\ \underline{v} = \underline{u}\ ,\ \underline{\tau}_k\cdot\underline{I}(\underline{v})\cdot\underline{n} = \underline{\tau}_k\cdot\underline{I}(\underline{u})\cdot\underline{n} \quad \text{on } \Sigma$$

+ Dirichlet boundary conditions on rigid boundaries.

$$2\,k\,H = \underline{n}\cdot[\underline{I}(\underline{v}) - \underline{I}(\underline{u})]\cdot\underline{n} \quad \text{on } \Sigma\ ,\quad \text{meas}\,\Omega = V.$$

Here $(\underline{v},p)$ describes the flow inside the drop Ω, $(\underline{u},q)$ in the surrounding fluid, $\underline{n}$, $\underline{\tau}_k$ are normal and tangents on Σ , $\underline{I}$ denotes the stress tensor, and H is the mean curvature of Σ .
Existence and uniqueness of a solution $(\underline{v},p,\underline{u},q,\Sigma)$ to the problem (*) can be given by a successive approximation procedure.
The problem to get a closed surface Σ of prescribed mean curvature is solved by a variational method.

PHILIP BRENNER:

<u>On the decay in L_p of solutions to certain nonlinear hyperbolic equations</u>

By a systematic use of L_p-L_q-estimates for the Klein-Gordon equation, decay and scattering results by Morawetz and Strauss and by Pecher for nonlinear Klein-Gordon equations are extended and improved. The methods used apply equally well to the variable coefficient case, provided certain à priori estimates hold (these estimates are well known in the constant coefficient case, and can be established also for certain variable coefficient problems as well).

FELIX E. BROWDER:

Some properties of higher order Sobolev spaces and strongly nonlinear elliptic boundary value problems

In joint work with H. Brezis, the speaker has established the following property of the Sobolev spaces $W_o^{m,p}(G)$ for an arbitrary open subset G of R^n: Let u be an element of $W_o^{m,p}(G)$, T an element of $W^{-m,p'}(G) \cap L^1_{loc}(G)$ such that a.e. $T(x)u(x) \geq f(x)$ for some f in $L^1(G)$. Then $T.u$ lies in $L^1(G)$ and

$\langle T,u\rangle = \int T(x)u(x)\,dx$,

provided that either: (1) T lies in L^1 on bounded subsets of G; or (2) $p > 2 - n^{-1}$; or (3) $m \geq 1$. The proof is based upon approximation techniques due to L.I.Hedberg.

Using this result, one may obtain an extremely simple proof of existence and uniqueness results for the strongly nonlinear Dirichlet problem for the equation $A(u) + g(x,u) = h(x)$, where $A(u) = \sum_{|\alpha|\leq m}(-1)^{|\alpha|}D^\alpha A_\alpha(x,u,\ldots,D^m u)$ is a strongly elliptic nonlinear operator yielding a pseudo-monotone mapping from $W_o^{m,p}(G)$ into $W^{-m,p'}(G)$ and $g(x,r)$ is a strong nonlinearity without control on its order of growth which merely satisfies the sign condition: $g(x,r)r \geq 0$.

J. BRÜNING:

Asymptotische Entwicklungen für invariante elliptische Differentialoperatoren

Es sei M eine kompakte Riemannsche Mannigfaltigkeit, Δ ihr Laplace-Beltrami-Operator und G eine kompakte zusammenhängende Liesche Gruppe, die auf M durch Isometrien arbeitet. Es sei Δ_λ der Eigenraum von Δ zum Eigenwert λ und Δ_λ^G der Unterraum der G-invarianten Eigenfunktionen. Wir betrachten die Funktionen

$$N_1(t) := \sum_{\lambda \leq t} \dim \Delta_\lambda^G, \quad t > 0,$$

und

$$L_1(s) := s \int_0^\infty e^{-st} N_1(t)\,dt, \quad s > 0.$$

Es sei $T \subset G$ ein maximaler Torus, und es seien $F_0 = M, F_1, \ldots, F_r$ die Fixpunktmengen der Torusaktion. Wir setzen

$$G(T,M) := \{A \subset M \mid A = \bigcap_{j=1}^{\ell} F_{i_j}, \ \ell \in \mathbb{N}, \ 0 \leq i_j \leq r\}$$

Dann ist jedes $A \in G(T,M)$ T-invariante totalgeodätische kompakte Untermannigfaltigkeit von M; es sei $n(A) := \dim {}^A/_T$. In Verallgemeinerung eines berühmten Resultates von Minakshisundaram und Pleijel gilt dann Folgendes (gemeinsame Untersuchung mit E. Heintze).

<u>Satz:</u> Für $s \downarrow 0$ gilt

$$L_1(s) \sim \sum_{A \in G(T,M)} (4ks)^{\frac{-h(A)}{2}} \sum_{\substack{k \geq 0 \\ 0 \leq \ell \leq [\frac{\dim T}{2}]}} s^k \log^\ell s \ \text{partie fini} \int_A u_{k\ell}^A(p)\,dA(p)$$

<u>Bemerkungen und Erläuterungen:</u>

1. Die Funktionen u_{kl}^A sind in geeigneten Koordinaten universelle Polynome in den kovarianten Ableitungen des Krümmungstensors und gewissen Daten der T-Aktion. I. allgem. sind diese Funktionen aber singulär, so daß in geeigneter Weise die "partie fini" ihres Integrals erklärt werden muß.

2. Es ist nicht klar, ob tatsächlich logarithmische Terme auftauchen. Mindestens die folgenden Aussagen sind allgemein richtig:

$$u_{kl}^M = 0 \ \text{für} \ l > 0, \quad u_{ol}^A = u_{1l}^A = 0 \ \text{für} \ l > 0.$$

Ferner gilt:

<u>Lemma:</u> Ist $T = S^1$ oder $M = S^n$ (mit der Standardmetrik), so ist $u_{kl}^A = 0$ für $l > 0$ und jedes A.

3. Ein analoger Satz läßt sich in der folgenden Situation beweisen: es sind E und F hermitesche G-Vektoraumbündel über M, und es ist $P : C^\infty(E) \to C^\infty(F)$ ein G-invarinater transversal elliptischer Operator. Außerdem läßt sich jede irreduzible Darstellung von G behandeln. Daraus folgt eine an den Fixpunktmengen lokalisierte Darstellung des G-Indexes $\mathrm{ind}_G P$ von P. Insbesondere:

Folgerung: Ist $\dim A \not\equiv 0 \mod p$ für jedes $A \in G(T,M)$, so ist $\mathrm{ind}_G P = 0$ für jeden G-invarianten transversal elliptischen Operator P auf M.

H. O. CORDES:

A version of Egorov's theorem for hyperbolic systems

Given a Cauchy problem, for a strictly hyperbolic system:

$(*)$ $\quad \frac{\partial u}{\partial t} + iL(t)u = 0 \; , \; 0 \le t \le T \; , \; u(0) = \varphi,$

where $L = L(t)$ is an (mxm-matrix of) pseudo-differential operators (ψdo's) with symbol $l(t,x,\xi)$, defined over $S(\mathbb{R}^n)$ by

$$(L(t)u)(x) = (2\pi)^{-n} \int d\xi \int dy \; u(y) l(t,x,\xi) e^{i\xi(x-y)} .$$

Assumptions on l: (i) $l \in C^\infty(I, \psi c_e)$, $I = [0,T]$, $e = (1,1)$, with the Frechet space

$$\psi c_r = \psi c_{r_1,r_2} = \{a \in C^\infty(\mathbb{R}^{2n}): \partial_x^\beta \partial_\xi^\alpha a = O((1+|x|)^{r_2-|\beta|}(1+|\xi|)^{r_1-|\alpha|})\}.$$

(ii) $l = l_1 + l_0$ where $l_0 \in \psi c_0$, $l_1(t,x,\xi)$ has real distinct eigenvalues λ_j (t,x,ξ), with $|\lambda_{j+1} - \lambda_j| \ge c(1+|x|)(1+|\xi|)$, $c > 0$, $|x| + |\xi| \ge N$.

It can be proven that $(*)$ admit a unique solution $u(t)$ for all $\varphi \in S'$ taking values in S', which gives raise to an evolution operator $U(t)$, defined by $\varphi \to u(t)$.

Theorem: For arbitrary (r_1,r_2) let $q = q(x,\xi)$ be an mxm-matrix-valued symbol in ψc_r such that the matrices $q(x,\xi)$ and $l_1(0,x,\xi)$ commute for large $|x|+|\xi|$. Then there exists a symbol $z \in \psi c_{r-e}$, matrix-valued, such that, with corresponding ψdo-s Q, Z,

(+) $U(t)(Q+Z)\,U^{-1}(t) = Q_t+Z_t$

again is a ψdo, with symbols $z_t \in \psi c_{r-e}$, $q_t \in \psi c_r$.

Moreover, $q_t(x,\xi)$ commutes with $l(t,x,\xi)$, for large $|x|+|\xi|$, $t \in I$, and is of the form $q_t = \sum_{j=1}^{m} (q_j o \nu^j_{to})\, p_{jt}$, where the scalars q_j and matrices p_o, are defined by

$$q = \sum_{j=1}^{m} q_j p_{jo} + p_o \ , \ p_o \in \psi c_{-e}$$

with the 1-dimensional projections $p_{jt}(x,\xi)$ onto the eigenspace of $l(t,x,\xi)$ belonging to $\lambda_j(t,x,\xi)$. Also $\nu^j_{\tau t}$ denotes the characteristic flow of the eigenvalue $\lambda_j(t,x,\xi)$ defined as the family of homeomorphisms $\mathbb{R}^{2n} \to \mathbb{R}^{2n}$, defined by the Cauchy problem

$$\dot{x} = \lambda_{j\xi}(t,x,\xi) \ , \quad \dot{\xi} = -\lambda_{jx}(t,x,\xi), \ x(\tau) = \mathring{x}, \xi(\tau) = \mathring{\xi},$$

at a point $\tau \in I$.

The proof proceeds without Fourier integral operators. First the global properties of the characteristic flow will have to be investigated to make sure that $q o \nu^j_{\tau t}$ again is ψc_r if $q \in \psi c_r$. Then one observes that $V(t) = U(t)QU^{-1}(t)$ satisfies the differential equation $\dot{V} + i[L,V] = 0$, $t \in I$, $V(0) = Q$. Let $W = V-Q_t-Z_t$ with Q_t as above and try to determine Z_t such that

(O) $\dot{W} + i[L,W] \equiv 0 \bmod \psi c_{r-e}$, $t \in I$, $W(0) \equiv 0 \bmod \psi c_{r-e}$.

This condition amounts to a condition on Z_t of the form (1) $[l_1, z_t] = f$ with a certain matrix symbol f . A calculation shows that this commutator equation, for the f given admits solutions z_t so that (O) can be satisfied. One then will try to start a recursion by taking $W = V-Q_t-Z_t-S_t$, with $S_t \in \psi c_{r-2e}$, satisfying (O) mod ψc_{r-2e}, in essence. Again a matrix commutator relation (2) $[l_1, s_t] = g$ results with g involving z_t . Among the solution of (1) there is one which allows solving (2). The resulting recursion supplies a sequence of succesive corrections, of q and q_t the asymptotic sums of which will give the desired final symbols z and z_t.

M. COSTABEL:

Gemischte Randwertprobleme für elliptische Systeme in der Ebene

Für das Hilbertsche Randwertproblem für ein lineares elliptisches System 1. Ordnung in Pascalischer Normalform (sog. verallgemeinerten analytischen Vektor) auf einem Gebiet $\Omega \subset \mathbb{R}^2$ mit Ecken und stückweise glatter Randmatrix R wird die Regularität in Sobolevräumen untersucht. Die Entwicklung $w = \Sigma c_j w_j + w_o$ mit Konstanten c_j, von den Vorgaben unabhängigen Singularitätenfunktionen w_j und dem glatten Anteil w_o kann mit Hilfe der Kondrat'evschen Methode leicht gewonnen und über ein (algebraisches) Eigenwertproblem für die Randmatrix R explizit angegeben werden. Dieses Resultat sowie die zugehörige a-priori-Abschätzung in Sobolevräumen erhält man auch über singuläre Integralgleichungen auf $\partial\Omega$, die sich somit als geeignet nicht nur für die Gewinnung von Aussagen über Fredholmeigenschaft und -index, sondern auch für die (auch numerische) Berechnung der singulären Anteile der Lösung w erweisen. Das entscheidende Hilfsmittel ist dabei die Mellintransformation, deren Wirkung auf die singulären Integraloperatoren explizit bekannt ist.

H. L. CYCON:

On the form sum and the Friedrichs extension of Schrödinger operators

Let $\Omega \subseteq \mathbb{R}^n$ open and $q_o, q_1 \in L^2_{loc}(\Omega)$ such that $q_1 \geq 0$ and $T_o := (-\Delta + q_o)|C_o^\infty(\Omega)$ is a semibounded Schrödinger operator on $L^2(\Omega)$ then there are at least two physically distinguished selfadjoint extensions of $T := T_o + q_1$:

1. the Friedrichs extension T_F of T and
2. the form sum $T_o + q_1$.

We show that these extensions coincide. The proof uses Katos inequality - techniques and the positivity preserving property of the resolvents of semibounded Schrödinger operators.

In particular we use that T_F has "positive form core" i.e. that the cone of positive C_o^∞-functions is dense in the positive cone of the form-domain of T_F. This we prove by an explicite construction of an "approximating identity" which is positivity preserving.

V. ENSS:

Asymptotische Observable auf Streuzuständen (3-Körper-Problem)

Für die Schrödinger-Gl. $i\partial_t\psi(t) = H\psi(t)$ betrachte die asymptotische Zeitentwicklung von Zuständen aus dem kontinuierlichen spektralen Teilraum bzgl. $H = H_o+V$. Im Falle der Potentialstreuung erlaubt ein einfaches Kompaktheitsargument, die Heisenberg-Bewegungsgleichungen zu integrieren für Observable wie $(m/2)x^2(t)/t^2$. Das Ergebnis läßt sich auf 3-Teilchen Probleme erweitern. Nach Abseparation der Schwerpunktsbewegung erhält man z.B. Konvergenz $\Sigma(m_i/2)\vec{x}_i^{\,2}(t)/t^2 \to H$ im Sinne der starken Resolventen-Konvergenz auf demjenigen Teilraum des kontinuierlichen spektralen Teilraumes, der orthogonal ist zu den Wertebereichen aller Wellenoperatoren von Kanälen mit einem gebundenen 2-Teilchen-Teilsystem.

G. FICHERA:

Boundary values of n-harmonic functions

In 1931 the italian mathematician Francesco Severi gave the necessary and sufficient conditions for a real function U, given on the boundary $\partial\Omega$ of a bounded domain Ω of R^{2n}, to be the boundary trace on $\partial\Omega$ of an n-harmonic function in Ω (i.e. the real part of a function of n complex variables holomorphic in Ω. He assumed $\partial\Omega$ to be an analytic (2n-1)-dimensional closed manifold with no singularities and U analytic on $\partial\Omega$. Severi discovered that U must satisfy conditions expressed by two linear differential equations of 3rd order on $\partial\Omega$. The problem is now considered without any analyticity hypothesis, assuming only smoothness conditions on $\partial\Omega$ ($\partial\Omega\in C^{1+h}$) and on U (continuity). Some open problems are outlined.

J. FREHSE:

Wiener's criterion on boundary regularity

Das Wienersche Kriterium der Potentialtheorie sichert bekanntlich die Stetigkeit der Lösung des Dirichlet-Problems in sog. regulären Randpunkten des zugrunde liegenden Gebietes. In dem Vortrag wird hierzu ein einfacher Beweis gegeben, welcher die Poincaré'sche Ungleichung benutzt:

$$\int_{|x|\leq 1} u^2 dx \leq \frac{k}{\operatorname{cap}E} \int_{|x|\leq 1} |\nabla u|^2 dx$$

mit $E = \{y \mid |y| \leq 1, \quad u(y) = 0\}$.

Mit Hilfe der Beweistechnik erhält man Regularitätssätze für Hindernisprobleme mit irregulären Hindernissen sowie Störungssätze für das Dirichlet-Problem, wenn das zugrundeliegende Gebiet die Segmenteigenschaft verletzt. (Lösung des Problems des "wackelnden Striches").

R. GLASSEY:

Global solutions of $\Box u = |u|^p$

The Cauchy problem for the equation $\Box u = |u|^p$ $(x \in \mathbb{R}^n, \ t > 0)$ is studied for $n \leq 3$. The data is assumed to be smooth and to have compact support. There is a critical value $p = p_0(n)$ with the following property: if $p > p_0(n)$, then global solutions exist for all data which is sufficiently small in a suitable sense, whereas if $1 < p < p_0(n)$, "most" solutions blow-up in finite time. Explicitly one has $p_0(1) = +\infty$, $p_0(2) = \frac{1}{2}(3 + \sqrt{17})$, $p_0(3) = 1 + \sqrt{2}$. These numbers are the positive roots of the quadratic $(n-1)p^2 - (n+1)p - 2 = 0$.

F. JOHN:

The manifold of hyperbolic systems

A homogeneous system of N partial differential equations of order m with constant real coefficients is described by its symbol $P(\tau,\xi_1 \ldots,\xi_n)$ where P is an $N \times N$ matrix form of degree m in $\tau,\xi_1 \ldots \xi_n)$. We represent P by a point in $\mathbb{R}^M$, where M = number of coefficients of P. Let $H \subset \mathbb{R}^M$ denote the set of hyperbolic P, i.e. those for which $Q = \det P(\tau,\xi) = 0$ has only real roots τ for real ξ. It is shown that the co-dimension of H locally is related to the number of multiple points of the surface $Q(\tau,\xi_1 \ldots,\xi_n) = 0$ and to the topological properties of the field of null vectors η of $P(\tau,\xi)\eta = 0$.

H. KALF:

Über das Fehlen von Eigenwerten bei Dirac Operatoren

Es sei Ω ein Außengebiet des $\mathbb{R}^3$, d.h. ein Gebiet, für das

$$\Omega \supset D_R := \{x \mid x \in \mathbb{R}^3,\ |x| > R\}$$

mit geeignetem $R > 0$ gilt. Es seien $q : \Omega \to \mathbb{R}$, $b : \Omega \to \mathbb{R}^3$ und - in üblicher Bezeichnungsweise -

$$\tau := \alpha\left(\frac{1}{i}\nabla - b\right) + \beta + q$$

der Diracsche Differentialausdruck. Bewiesen wird der folgende

Satz. Es seien q und b auf D_R lokal Hölder-stetig, und es gelte

$$|x|\ |q(x)| \to 0 \quad (|x| \to \infty)$$

oder und $|x|\ |(\operatorname{rot} b)(x)| \to 0 (|x| \to \infty)$.

$$x \cdot (\nabla q)(x) + q(x) = 0 \quad (x \in D_R)$$

Sei $\lambda \in \mathbb{R}$ eine Zahl mit $\lambda^2 > 1$ und u eine L^2-Lösung der Gleichung $\tau u = \lambda u$ auf D_R. Dann gibt es ein $R_1 \geq R$ mit $u = 0$ fast überall auf D_{R_1}.

Der Beweis erfolgt durch Herstellung einer Virialbeziehung für die Gleichung $\tau^2 u = \lambda^2 u$. Der Satz ergänzt ein Resultat von S.N.Roze (Theoret.and Math.Phys.2(1970),275-279, welches

$$|x|(|q(x)| + |b(x)|) \to 0 \quad (|x| \to \infty)$$

vorausgesetzt. (Die Konvergenz ist immer gleichmäßig bezüglich aller Richtungen zu verstehen.)

V. KAZAK:

Eine Verallgemeinerung eines Satzes von Liebmann

Es werden infinitesimale Verbiegungen der Flächen mit Randbedingungen betrachtet, die sich auf eine Poincare'sche Randwertaufgabe für ein System elliptischer partieller Differentialgleichungen erster Ordnung zurückführen lassen. Man erforscht die Fälle, wann diese Randwertaufgabe nicht quasikorrekt ist. Man beweist, daß die verallgemeinerte Gleitverbiegung der kompakten, einfach zusammenhängenden Flächenstücke mit positiver Gausscher Krümmung für eine diskrete Menge von Vektorfeldern nicht quasikorrekt ist. Insbesondere ist die konstante Kegelzapfenbindung einer durch einen Kleinkreis begrenzten Kugelkalotte fast immer quasikorrekt.

H. KIELHÖFER:

Ein langsamer Stabilitätsaustausch erzeugt ein Bündel von stationären oder periodischen Verzweigungslösungen in der Nähe eines Gleichgewichtes

Die nichtlineare Evolutionsgleichung

(1) $\frac{du}{dt} + G(\lambda, u) = 0 \quad \text{in} \quad E, \; \lambda \in \mathbb{R}$,

besitze die Gleichgewichte $(\lambda, 0)$, $\lambda \in \mathbb{R}$, welche bei dem kritischen Parameterwert $\lambda_o = 0$ ihre Stabilität verlieren, indem ein einfacher Eigenwert $\tilde{\mu}(\lambda)$ der Linearisierung $G_u(\lambda, 0)$ mit nicht notwendig nichtverschwindender Geschwindigkeit die imaginäre Achse überquert. Wir beweisen für die Entartung

(2) $\mathrm{Re}\tilde{\mu}^{(j)}(0) = 0, \; j = 0, \ldots, m-1, \; \mathrm{Re}\tilde{\mu}^{(m)}(0) \neq 0$:

1. Ist m ungerade, so ist $(\lambda, u) = (0,0)$ ein Verzweigungspunkt stationärer (periodischer) Lösungen von (1), je nachdem ob $\mathrm{Im}\tilde{\mu}(0) = 0$ $(\neq 0)$ ist.

2. Es existieren höchstens m nichttriviale Zweige.

3. Es gilt ein allgemeines "Prinzip des Austausches der Stabilität", wonach benachbarte Zweige unterschiedliches Stabiltätsverhalten zeigen.

4. Die Entartung (2) muß nicht a priori bekannt sein. Alle Zweige mit ihrem Stabilitätsverhalten sind mit Hilfe des Newton-Diagramms konstruierbar.

A. KUFNER:

Lösung linearer und nichtlinearer ausgearteter elliptischer Differentialgleichungen mit Hilfe gewichteter Sobolev-Räume

Es wird ein Verfahren angegeben, das es ermöglicht, einem linearen oder nichtlinearen elliptischen Differentialoperator der Ordnung 2k auf einem Gebiet $\Omega \subset \mathbb{R}^N$ unter gewissen Bedingungen ein geeignetes Gewicht σ zuzuordnen, so daß in dem entsprechenden gewichteten Sobolev-Raum $W^{k,2}(\Omega;\sigma)$ bzw. $W^{k,p}(\Omega;\sigma)$ Randwertprobleme für den Differentialoperator im schwachen Sinne lösbar sind. Für den linearen Operator $(Au)(x) = \sum_{|\alpha|,|\beta|\leqq k} (-1)^{|\alpha|} D^\alpha (a_{\alpha\beta}(x) D^\beta u)$ hat das Gewicht - grob gesagt - die Form $\sigma = \{a_{\alpha\alpha}(x)\ ,\ |\alpha| \leqq k\}$, bei dem nichtlinearen Operator $(Au)(x) = \sum_{|\alpha|\leqq k} (-1)^{|\alpha|} D^\alpha A_\alpha(x;u,Du,\ldots,D^k u)$ hängt das Gewicht $\sigma = \{\sigma_\alpha(x), |\alpha| \leqq k\}$ mit A_α folgenderweise zusammen:

$A_\alpha(x;\xi) = \sigma_\alpha^{1/p}(x)\ a_\alpha(x;\{\sigma_\beta^{1/p}(x)\xi_\beta\})$, wo $a_\alpha(x;\xi)$ die üblichen Wachstums-, Monotonie- und Koerzivitätseigenschaften hat. Die Existenz bzw. Eindeutigkeit der schwachen Lösung erfolgt mit Hilfe des Satzes von Lax und Milgram und mit Hilfe der Methode der monotonen Operatoren.

Gefördert durch
DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

R. LANDES:

On the existence of weak solutions for some quasilinear equations

On a bounded domain $\Omega \subset \mathbb{R}^n$, we consider the initial boundary value problem

$$u'' - A(u) - \varepsilon B(u') = 0, \quad \varepsilon > 0 \quad \text{in} \quad [0,T] \times \Omega$$

$$u(0) = f_1, \quad D^\alpha(u)_{|\partial\Omega} = D^\beta(u)_{|\partial\Omega} = 0, \quad \text{for } |\alpha| \leq m_1 - 1, |\beta| \leq m_2$$

$$u'(0) = f_2$$

for two cases.

1. $A(u) = \Delta u$

   $B(u) = \sum_{|\beta| \leq m} (-1)^{|\beta|} D^\beta (B_\beta(D(u)))$. $\quad D(u) = (u, \ldots, D^m(u))$

2. $A(u) = \sum_{|\alpha| \leq m} (-1)^{|\alpha|} D^\alpha (A_\alpha(D(u)))$

   $B(u) = \Delta(u)$.

The condition for the quasilinear terms are

A_1) I $F : \mathbb{R}^s \to \mathbb{R}$, F convex, C^1 such that

$$\frac{\partial}{\partial \xi_\beta} F = B_\beta(\xi) \; ; \quad \frac{\partial}{\partial \xi_\alpha} F = A_\alpha(\xi) \text{ respectively}$$

A_2) $F(\xi) \geq |\xi|^2$, $F(\xi) \geq |\xi| \pi(|\xi|)$ respectively, with

$\pi(r) \to \infty$, $r \to \infty$

with this hypothesis we are able to prove the existence of weak solutions.

R. LEIS:

Außenraumaufgaben in der Thermoelastizitätstheorie

Es sollen Anfangsrandwertaufgaben für die Thermoelastizitätsgleichungen gelöst und das Verhalten der Lösungen für große Zeiten diskutiert werden. Dazu werden die Gleichungen zunächst vorgestellt und als System erster Ordnung in t geschrieben. Die linke Halbebene gehört zur Resolventenmenge des auftretenden (nicht selbstadjungierten) Differentialoperators. Die Halbgruppentheorie liefert daher die Lösbarkeit von ARWA.
Zur Diskussion des Verhaltens der Lösungen für große t wird zunächst der Ganzraumfall (isotrope, homogene Medien) behandelt. Dieser Fall kann explizit durchgerechnet und insbesondere das Spektrum direkt angegeben werden. Für große t verschwindet der Temperaturanteil und die Lösung konvergiert gegen ein asymptotisches Wellenfeld.
Im allgemeinen Fall wird gezeigt, daß das wesentliche Spektrum mit dem des Ganzraumfalls übereinstimmt. Der Temperaturanteil verschwindet wieder für große t und bei speziellen RWA kann auch das asymptotische Wellenfeld angegeben werden.

G. LUMER:

Local operators, diffusion equations, and restriction techniques for Feller semigroups

We deal with local operators and associated diffusion equations, (among the examples we treat general topological networks), and restriction techniques for diffusion equations. Below we describe such a restriction technique result.
Let A be a local operator on Ω, completed. (Our notation and terminology is that of: G. Lumer, C.R.Acad.Sci. Paris, 284(1977), serie A, 107-110, and references given there; but all functions, function spaces, etc., below, should be interpreted as real).

Set $\Phi = \{\varphi \in C^{\infty}(R) \ : \ 0 \notin \operatorname{supp} \varphi\}$.

We assume:

(i) A is locally dissipative,

(ii) $\exists$ a base $\mathcal{B}$ for Ω, of $W \in \mathcal{O}_c(\Omega)$ such that $\overline{D(A_W)} = C_o(W)$,

(iii) $\forall V \in \mathcal{O}(\Omega), f \in D(A,V), \varphi \in \Phi$, we have $\varphi \circ f \in D(A,V)$.

Theorem. Suppose A_Ω pregenerates a semigroup on $C_o(\Omega)$. Let $V \in \mathcal{O}(\Omega)$ be regular (R) relative to A(*). Then the c.p. (corresponding to $\bar{A}$) is solvable for V, i.e. $\bar{A}_V$ generates a (Feller) semigroup on $C_o(v)$.
Moreover, $Q(t) = e^{t\bar{A}_V}$ satisfies (and is the unique Feller semigroup on $C_o(v)$ satisfying): $\forall f \in C_o(v)$, K compact $\subset V$,

$$\| e^{t\bar{A}_\Omega}\tilde{f} - e^{t\bar{A}_V} f \|_{C(K)} = o(t), \text{ as } t \to 0 ,$$

($\tilde{f}$ being the extension of f to all of Ω by 0 outside V).

(*) "V regular (R) relative to A" means that V satisfies the same regularity condition as described in: J.P.Roth, Ann.Inst.Fourier, 26 (1976), fasc.4, 1-97, on p. 57, but relative to the local operator A given a priori.

A. MC INTOSH:

Second-Order Properly Elliptic Boundary Value Problems on Irregular Domains

Conditions are presented under which properly elliptic second-order boundary value problems are well posed on irregular plane domains. The coefficients can be discontinuous. The results include known results for coercive forms, and also reduce to known results on proper ellipticity when the coefficients and domain are smooth. The main tool is an "inverse five-lemma" which relates the Neumann problem on a plane domain to a related modified Dirichlet problem.

R. PICARD:

A unified treatment of a class of linear wave phenomena

Using the calculus of differential forms the acoustic boundary value problem of Neumann- and Dirichlet-type and Maxwell's boundary value problem can be generalized to arbitrary dimensions and formulated in a single equation

$(M-\omega)U = F$, $\omega \in \mathbb{C}$, where F is a given tensorfield in an appropriate Hilbertspace H. The resp. generalized boundary conditions are "built-in' in the domain $D(M) \subset H$ of the selfadjoint operator M. Associated with M there is another selfadjoint operator N satisfying

$MN = NM = 0$. Based on the compact imbedding result

$D(M) \cap D(N) \hookrightarrow\hookrightarrow H$, the solution theory of this operator equation is discussed in terms of spectral results for M.

R. REDHEFFER:

Eine neue Klasse monotoner Operatoren

Es sei $Tu = a(x,u_x)u_{xx}$ im beschränkten Bereich B mit Rand $\Gamma = \partial B$ gegeben, wobei u_x den Gradienten, u_{xx} die Hessesche Matrix, $a(x,\xi)$ eine (n,n)-Matrix und au_{xx} eine Kontraktion bedeuten. Im Falle $a(x,\xi) > 0$ ist unter schwachen Regularitätsbedingungen T im Sinne von Collatz monoton, d.h.

$$Tu \leq Tv \text{ in } B,\ u \leq v \text{ in } \Gamma \Rightarrow u \leq v \text{ in } \bar{B} .$$

In der vorliegenden gemeinsam mit S.Y.Cheng verfaßten Arbeit wird die Frage untersucht, inwieweit die Monotonie auch dann besteht, wenn $a(x,0) = 0$ und $u \in C^1$ statt $u \in C^2$ erlaubt sind. Es stellt sich heraus, daß T Divergenzform für $|u_x| < \varepsilon$ haben soll, jedoch für $|u_x| \geq \varepsilon$ beliebig bleibt.

M. SCHNEIDER:

Über die Existenz und Eindeutigkeit von Lösungen einer Gleichung vom gemischten Typ in einem Rechteck

Im Rechteck R mit den Eckpunkten $E_1(0,-1), E_2(1,-1), E_3(1,1), E_4(0,1)$ wird die Gleichung

$$(*) \quad L[u] = \operatorname{signy} |y|^m u_{xx} + u_{yy} + r(x,y)u = f(x,y), \quad m > 0$$

betrachtet. Es wird gezeigt:

i) Es existieren von Null verschiedene Lösungen von (*) mit $u|_{\partial R} = 0$.

ii) Es werden Randbedingungen und Koeffizientenbedingungen hergeleitet unter denen höchstens eine Lösung von (*) existiert.

iii) Für Randbedingungen aus ii) wird die Existenz einer verallgemeinerten Lösung nachgewiesen.

iv) Mit Hilfe der unter ii) angegebenen a-priori Abschätzung wird ein numerisches Verfahren zur Bestimmung der Lösung angegeben.

B. SEMJONOV:

Asymptotische Lösung einer speziellen Aufgabe aus der Elastizitätstheorie

Es wird ein Problem der Momentelastizitätstheorie (couple-stress-elasticity) in einem ebenen durch einen Riß geschwächten Gebiet untersucht. In diesem Fall genügen Verschiebungen einem System von partiellen Differentialgleichungen mit einem kleinen Parameter bei höheren Ableitungen. Die Lösung dieses Problems wird mittels des für Gebiete mit Eckpunkten modifizierten Vischik-Lusternik-Verfahrens durchgeführt und als Summe von vier asymptotischen Reihen dargestellt. Ein Iterationsverfahren für die Berechnung dieser Reihen wird vorgeschlagen. Es werden zwei Beispiele für spezielle Grenzbedingungen diskutiert.

C. G. SIMADER:

Wesentliche Selbstadjungiertheit von Schrödinger-Operatoren mit Magnetpotentialen

Der Vortrag gibt die wesentlichen Ergebnisse einer gemeinsamen Arbeit mit H. Leinfelder (Bayreuth) wieder, die demnächst in Math.Z. erscheint. Betrachtet wird ein formaler Schrödinger-Operator $\mathcal{H} := -(\nabla - i\vec{a})^2 + q$. Hauptergebnis ist, daß der Operator $\mathcal{H}$ mit Definitionsbereich $C_0^\infty(\mathbb{R}^m) \subset L^2(\mathbb{R}^m)$ wesentlich selbstadjungiert ist, falls $\vec{a} \in L^4_{loc}(\mathbb{R}^m)^m$, $\operatorname{div} \vec{a} \in L^2_{loc}(\mathbb{R}^m)$, $0 \leq q \in L^2_{loc}(\mathbb{R}^m)$ erfüllt ist. Verschiedene Verallgemeinerungen bezüglich q werden angegeben. Das Resultat erscheint kaum verbesserbar.

K. STEFFEN:

Ein Satz über die Hölder-Stetigkeit der schwachen Lösungen allgemeiner nicht-linearer elliptischer Systeme

Sei Ω offen in $\mathbb{R}^n$, $n \geq 2$, und $u: \Omega \to \mathbb{R}^N$, $N \geq 1$, eine vektorwertige Funktion der Sobolev-Klasse $H^{1,2}$, d.h. u und seine Distributionsableitungen erster Ordnung sind quadratintegrierbar auf Ω.

Satz 1 Wenn u ein Variationsintegral minimiert

$$\int_\Omega f(\cdot,u,Du)\,dx = \inf\{\int_\Omega f(\cdot,v,Dv)\,dx : v \in u + H^{1,2}_{kpt}(\Omega,\mathbb{R}^N)\},$$

wobei der Integrand $f(\cdot,v,Dv)$ für alle v meßbar sei mit

$$\lambda|Dv|^2 - c_1 \leq f(\cdot,v,Dv) \leq \Lambda|Dv|^2 + c_2 \quad \text{auf } \Omega \qquad (0<\lambda\leq\Lambda)$$

so ist u Hölder-stetig auf Ω, vorausgesetzt

$$\frac{\lambda}{\Lambda} > \frac{n-2}{n-1}.$$

Dieser Satz verallgemeinert ein klassisches Resultat von Morrey im Falle $n = 2$ (keine Bedingung an $\frac{\lambda}{\Lambda}$). Durch Beispiele wird gezeigt, daß die Konstante $\frac{n-2}{n-1}$ nicht durch eine von n unabhängige Zahl < 1 ersetzt werden kann.

Satz 2 Wenn u schwache Lösung folgenden Systems in Divergenzform ist

$$\operatorname{div}[A_k(\cdot,u,Du)] = B_k(\cdot,u,Du) \text{ auf } \Omega \quad , \quad 1 \le k \le N,$$

wobei $A_k(\cdot,u,Du) : \Omega \to \mathbb{R}^N$ und $B_k(\cdot,u,Du) : \Omega \to \mathbb{R}$ meßbar seien mit

$$A(\cdot,u,Du)\cdot Du \ge \lambda|Du|^2 - c_1 \quad \text{auf} \quad \Omega$$

und $|A(\cdot,u,Du)| \le \Lambda|Du| + b_2$, $|B(\cdot,u,Du)| \le a|Du|^2 + b|Du|^2 + c$,

wobei $0 < \lambda \le \Lambda$, $0 < q < 2$, $a \ge 0$, so ist u Hölder-stetig auf Ω, vorausgesetzt

$$\frac{\lambda - a \operatorname{osc}_\Omega u}{\Lambda} > \sqrt{\frac{n-2}{n-1}} \; .$$

Im Falle subquadratischen Wachstums, $q = 0$, braucht nur $\operatorname{osc}_\Omega u < \infty$ zu sein. Für jedes $n \ge 3$ gibt es ein System mit obigen Eingenschaften sowie $N = n$, $B \equiv 0$, $\sqrt{1-1/(n-1)^2}$ $\sqrt{\frac{n-2}{n-1}} < \frac{\lambda}{\Lambda} < \sqrt{\frac{n-2}{n-1}}$,

das die unstetige Funktion $u(x) := \frac{x}{|x|}$ als schwache Lösung hat.

W. STORK:

Solution Sets to Semilinear Operators are "almost surely" smooth Manifolds.

Semilinear Operators $T + N$ in a real, separable Hilbertspace H are considered, where T is a Fredholm-operator with index $(T) = i \ge 0$ and N is e.g. a Nemitsky-operator which is small in comparison with T and satisfies some smoothness conditions. For suitably decomposed $H = H_1 \oplus H_2$ where $\dim H_2 < \infty$ and fixed $f \in H_1$ the solution set

$\mathcal{E}_f(\psi) = \{u \in D(T) : Tu + Nu = f + \psi\}$ is a differentiable i-manifold in $D(T)$ for almost every $\psi \in R, R \subset H_2$ where R depends on f .

This improves results in a paper of H. Shaw and P.J.McKenna, J. of Diff. Eq. 35 (1980).

K. VESELIC AND V. ENSS:

Some properties of the time-dependent Schrödinger equation

One considers the time-dependent Schrödinger equation

$$(*) \quad i\frac{\partial\psi}{\partial t}(x,t) = (-\Delta + V(x,t))\psi(x,t), \quad \psi(x,0) = \psi(x)$$

in $X = L_2(\mathbb{R}^n)$. One says that ψ is a $\pm$ bound state for the equation (*) if the trajectory $t \to \psi(\cdot,t)$ is precompact in X. Under the assumption $\sup_{x,t}|V(x,t)| < \infty$, $V(x,t+T) = V(x,t)$ one shows that the orthogonal sum of the space

$$M_{\infty\pm} = \{\psi; \sup_t \int_{|x|\geq r} |\psi(x,t)|^2 dx \to 0, \; r\to\infty\}$$

and the space

$$M_{0\pm} = \{\psi; \; \frac{1}{T}\int_0^T dt \int_{|x|\leq r} |\psi(x,t)|^2 dx \to 0, \; \forall\, r\}$$

is equal to whole X and that $M_{0\pm}$ consists of all bound states. Thus, a kinematic characterisation of bound and "scattering" states, analogous to that of Ruelle is obtained. As an illustrative example the exactly solvable harmonic oscillator with outer time-dependence force is discussed.

V. VOGELSANG:

Die Rellichsche Abschätzung für die Lösungen der Schwingungsgleichung mit oszillierendem Hauptteil

Die Rellichsche Abschätzung $\int_{|x|\leq R} |u|^2 dx \geq cR \; (c>0)$ für alle Lösungen $u \in H^2_{loc}(\Omega)$ der elliptischen Gleichung $D_i(a_{ij}D_j u) + b_j D_j u + (p+k^2)u = 0$, $u \neq 0$, in einem Außengebiet Ω für im Unendlichen oszillierenden Hauptteil $a_{ij}(x)$ wird unter einer Virialbedingung an die quadratische Form $\xi_i a_{ij}(x)\xi_j$ ($|x| \geq R_0$ hinreichend groß, $\xi \in \mathbb{R}^n$) bewiesen. Die Beweistechnik beruht auf L^2-Abschätzungen mit Gewichten $q(s(x))$, wobei s eine Lösung der Eikonalgleichung $D_i s \, a_{ij} D_j s = k^2 + o(1)$

$(|x| \geq R_0)$ ist; die Wahl der Gewichte spiegelt die Singularität der gegebenen Dgl innerhalb des stetigen Spektrums wieder. Das Resultat vermeidet die Abklingbedingung $a_{ij}(x) - \delta_{ij} = O(|x|^{-1-\varepsilon})$ von Jäger und liefert eine neue Beweismethode.

J. VOIGT:

Das Anfangs-Randwert-Problem für Kollisionslose Gase

Es wird die Gleichung $\frac{\partial}{\partial t} f(t,x,\xi) = -\xi \cdot \mathrm{grad}_x f(t,x,\xi)$ betrachtet, mit $x \in D = \overset{\circ}{D} \subset \mathbb{R}^n$, $\xi \in V := \mathbb{R}^n \setminus \{0\}$. Diese Gleichung soll als Evolutionsgleichung $u' = Tu$ in $L_1(DxV)$ gelöst werden, wobei T eine durch eine Randbedingung definierte Einschränkung des durch $D(T_M) := = \{f \in L_1(DxV);\ T_M f := -\xi \cdot \mathrm{grad}_x f \in L_1(DxV)\}$ erklärten "maximalen Operators" T_M sein soll. Erklärt man auf $\partial DxV_{\pm} := \{(x,\xi) \in \partial DxV;\ \xi \cdot \nu(x) \gtrless 0\}$ ($\nu(x)$ nach innen weisende Normale) das Maß $\mu_{\pm} := |\xi \cdot \nu(x)| \sigma x \lambda^n$, so werden Randbedingungen gegeben durch stetige lineare Operatoren $K : L_1(\partial DxV_-) \to L_1(\partial DxV_+)$. Da die Elemente $f \in D(T_M)$ Spuren $B_{\pm} f \in L_{1,loc}(\partial DxV_{\pm})$ besitzen, kann man jeder Randbedingung K einen Operator $T_{K,m} := T_M | D(T_{K,m})$, $D(T_{K,m}) := \{f \in D(T_M); B_{\pm} f \in L_1(\partial DxV_{\pm})$, $B_+ f = KB_- f\}$ zuordnen.

Für $\|K\| < 1$ ist dann $T_{K,m}$ Erzeuger einer stark stetigen Halbgruppe von Kontraktionen auf $L_1(DxV)$. Im physikalisch interessanten Fall $K \geq 0$, $\|K\varphi\| \geq \|\varphi\|$ für alle $\varphi \geq 0$ (d.h. K ist formal massenerhaltend), erhält man eine geeignete Halbgruppe als s-Limes der zu αK $(0 \leq \alpha < 1)$ gehörenden Halbgruppen. Um zu erhalten, daß $\overline{T_{K,m}}$ Erzeuger dieser Halbgruppe ist, benötigt man zusätzliche Bedingungen. In diesem Fall ist die erzeugte Halbgruppe massenerhaltend.

W. VON WAHL:

Global classical solutions of nonlinear wave equations

First we study first order nonlinear differential equations

$$(1)\quad \begin{cases} u' + A(t)u + M(u) = 0 \\ \qquad\qquad u(0) = \varphi \end{cases}$$

in a reflexive Banach space B. The A(t) form a set of closed operators in B with constant domain of definition $D(A(t)) = D(A(0))$; moreover they are supposed to generate an evolution operator U(t,s), i.e. a strongly continuous semigroup $e^{-(t-s)A}$ in the case $A(t) \equiv A$. In contrast to the previous theory, where M had to be Lipschitz continuous from B into B, we only assume that M is a mapping from D(A(0)) into B satisfying the following Lipschitz condition:

$$\|M(u)-M(v)\| \leq k(C)\|u-v\|,$$
$$C \geq \|A(0)u\| + \|A(0)v\|,$$

and construct then a local strong solution of (1). This theory is carried over to second order differential equations

$$(2)\quad \begin{cases} u'' + A(t)u + M(u) = 0, \\ u(0) = \varphi,\ u'(0) = \psi \end{cases}$$

in a Hilbert space H; the A(t) then are positive selfadjoint with constant domain of definition, M fulfils the following Lipschitz condition

$$\|M(u)-M(v)\| \leq k(C)\|A^{\frac{1}{2}}(0)(u-v)\|,$$
$$C \geq \|A(0)u\| + \|A(0)v\|.$$

As an application we improve on the results concerning the global strong and global classical solvability of nonlinear wave equations

$$u'' - \Sigma(a_{ij}(x)u_{x_i})_{x_j} + f(|u|^2)u = 0,$$

namely we weaken the growth condition on f. This has been carried through in a joint paper with P. Brenner (Göteborg). Moreover our abstract results allow us also to treat nonlinearities containing derivatives. As an example we deal with the nonlinear equation of the vibrating plate.

P. WERNER:

Verallgemeinerte Fouriertransformationen für den vektoriellen Laplace-Operator in Außenräumen

Der Kern $e^{ix \cdot p}$ im klassischen Fourierintegral ist Lösung der Helmholtzschen Schwingungsgleichung $(\Delta+|p|^2)u = 0$. Diese Beobachtung veranlaßte T. Ikebe 1960 zu einer bemerkenswerten Verallgemeinerung der Fouriertransformation. Er ersetzte die ebene Welle $e^{ix \cdot p}$ durch eine "verzerrte" ebene Welle $\omega(x,p)$, die im R^3 der Schrödingergleichung $(\Delta+|p|^2+q(x))u = 0$ mit genügend stark abklingendem, vorgegebenem Potential q genügt und sich im Unendlichen asymptotisch wie $e^{ix \cdot p}$ verhält. Da für den Rest $u(x) - e^{ix \cdot p}$ sowohl die Ausstrahlungs- als auch die Einstrahlungsbedingung (nach Sommerfeld) gefordert werden kann, ergeben sich zwei Typen von verzerrten ebenen Wellen ω_+ und ω_-. Wie Ikebe zeigte, bleiben wesentliche Eigenschaften der klassischen Fouriertransformation (z.B. ihr unitärer Charakter sowie der Funktionalkalkül) bei dieser Erweiterung gültig. Durch Ikebe, Shenk und andere Autoren wurde entsprechend eine verallgemeinerte Fouriertransformation für die Außenraumprobleme in der Theorie der skalaren Schwingungsgleichung entwickelt. Unser Ziel ist es, analoge Ergebnisse für die vektorielle Schwingungsgleichung im Außenraum G zu gewinnen. Hierbei werden die Randbedingungen

$n \times E = 0$, $\nabla \cdot E = 0$ ("elektrisches Problem") und $n \times (\nabla \times H) = 0$, $n \cdot H = 0$

("magnetisches Problem") zugrundegelegt. Haupthilfsmittel ist die Untersuchung der Spektren der den beiden Randbedingungen entsprechenden selbstadjungierten Erweiterungen A und A' des Differentialoperators $-\Delta$. Die Tatsache, daß A und A' nichttriviale Nullräume besitzen, führt zu einigen Abänderungen gegenüber der skalaren Theorie. Ferner ergeben sich konkrete Zerlegungen des Hilbertraumes $L_2(G)^3$ in orthogonale Teilräume, die aus harmonischen bzw. divergenzfreien bzw. rotationsfreien Feldern bestehen.

M. WIEGNER:

Zweidimensionale elliptische Systeme mit einseitiger Bedingung

Ausgehend von einer schwachen beschränkten Lösung $u \in (H_2^1(\Omega) \cap L_\infty(\Omega))^N$ des elliptischen Systems

$$-(a_{ij}(x)u^k_{x_i})_{x_j} = f^k(x,u,\nabla u) \quad , \quad 1 \leq k \leq N \quad \text{in} \quad \Omega$$

$$u/_{\partial\Omega} = \varphi$$

wobei $\Omega \subset \mathbb{R}^n$ beschränkt, $a_{ij} \in L_\infty(\Omega)$ mit $\lambda|\xi|^2 \leq a_{ij}\xi_i\xi_j \leq \mu|\xi|^2$ für $\xi \in \mathbb{R}^n$ mit $\lambda > 0$ sei und die Nichtlinearität quadratisches Wachstum habe $- |f| \leq a|\nabla u|^2 + b -$, stellt sich die Frage nach der Regularität von u . Wir zeigen, daß für $n = 2$ eine einseitige Bedingung $u \cdot f(x,u,p) \leq \lambda^*|p|^2 + b_1 \quad \lambda^* < \lambda$, ausreicht, die Hölder-stetigkeit von u nachzuweisen. Für $n \geq 3$ kann ein entsprechendes Resultat nicht gelten, wie ein Gegenbeispiel von Struwe zeigt.

J. C. C. NITSCHE:

Über das Geschlecht von Minimalflächen mit Randkurven in parallelen Ebenen

Im $\mathbb{R}^3$ gibt es kompakte (orientierbare) Minimalflächen mit einer vorgeschriebenen Zahl $m \geq 1$ von Randkomponenten $\Gamma_1,\ldots,\Gamma_m$ und von gegebenem Geschlecht g. Möglicherweise existierende Beziehungen zwischen den geometrischen Eigenschaften der Γ_j und g waren bisher nicht bekannt. Gegenstand des Vortrages ist der - skizzenhaft für den Fall $g = 1$ ausgeführte - Beweis, daß zwei Kreise in parallelen Ebenen nur (und höchstens zwei) reguläre Minimalflächen vom Geschlecht $g = 0$ beranden können.

Berichterstatter: C. G. Simader (Bayreuth)

Liste der Tagungsteilnehmer

Herrn
Professor Dr. H. W. Alt
Universität Bochum
Abtl. Mathematik
Universitätsstraße 150 (Geb.NA)
463 Bochum-Querenburg

Herrn
Professor Dr. R. Böhme
Universität Bochum
Abteilung für Mathematik
Universitätsstraße 150, Geb.NA
463 Bochum-Querenburg

Herrn
Professor Dr. H. Amann
Universität Zürich
Freie Str. 36
Ch-8032 Zürich

Herrn
Professor Dr. P. Brenner
Chalmers University of Techno-
logy and University of Göteborg
Department of Mathematics
Fack
S-40220 Göteborg (Schweden)

Herrn
Professor Dr. N.W. Bazley
Mathematisches Institut der
Universität Köln
Weyertal 86 - 90
5000 K ö l n 41

Herrn
Professor Dr. F.E. Browder
University of Chicago
Department of Mathematics
5734 University Ave.
Chicago, Ill. 60637, USA

Herrn
Dr. J. Bemelmans
Mathematisches Institut der
Universität Bonn
Wegelerstraße 10
5300 B o n n

Herrn
Professor Dr. J. Brüning
Universität Duisburg
Fachbereich Mathematik
Lotharstraße 65
4100 Duisburg

Herrn
Professor Dr. F.J. Bureau
Place d'Italie 5-042
B-4020 Liege, Belgien

Herrn
Dr. G. Dziuk
Universität Aachen
Abt. Mathematik
Templergraben 64
5100 Aachen

Herrn
Dr. R. Colgen
Universität Frankfurt
Fachbereich Mathematik
Robert-Mayer-Str. 6-10
6000 Frankfurt /Main

Herrn
Professor Dr. V. Enss
Abteilung für Mathematik
der Universität Bochum
Universitätsstr. 150 - Geb. NA
4630 Bochum-Querenburg

Professor Dr. H.O. Cordes
844 Oxford Street
Berkeley, Calif. 94707
USA

Professor Dr. G. Fichera
Via Pietro Mascagni 7
I-00199 Roma (Italien)

Herrn
Dr. M. Costabel
Universität Darmstadt
Fachbereich Mathematik
Schloßgartenstr. 7
6100 Darmstadt

Herrn
Professor Dr. J. Frehse
Institut für Angewandte Mathematik der Universität Bonn
Beringstr. 4 - 6
5300 B o n n

Herrn
Dr. H. L. Cycon
Fachbereich Mathematik der
TU Berlin
Straße des 17. Juni 135
1000 Berlin

Herrn
Professor Dr. C. Gerhardt
Institut für Angewandte Mathem.
Universität Heidelberg
Im Neuenheimer Feld 288
6900 Heidelberg

Professor Dr. R. T. Glassey
Indiana University
Department of Mathematics
Bloomington, Indiana, 47401
USA

Herrn
Professor Dr. St. Hildebrandt
Mathematisches Institut der Universität Bonn
Wegeler Str. 10
5300 B o n n

Herrn
Professor Dr. W. Haack
Königsallee 55 b
1000 Berlin 33

Herrn
Professor Dr. E. Hölder
Fachbereich Mathematik der Universität Mainz
Saarstraße 21
6500 Mainz

Herrn
Professor Dr. K. Habetha
Lehrstuhl II für Mathematik der Universität Aachen
Templergraben 55
5100 Aachen

Herrn
Professor Dr. F. John
Courant Institute
251 Mercer Street
New York, N.Y. 10012
USA

Herrn
Professor Dr. E. Heinz
Mathematisches Institut der Universität Göttingen
Bunsenstraße 3-5
3400 Göttingen

Herrn
Professor Dr. H. Kalf
Fachbereich Mathematik der TH Darmstadt
Schloßgartenstr. 7
6100 Darmstadt

Herrn
Professor Dr. G. Hellwig
Lehrstuhl für Mathematik der Universität Aachen
Templergraben 55
5100 Aachen

Herrn
Dr. B. Kawohl
Universität Darmstadt
Fachbereich Mathematik
Schloßgartenstr. 7
6100 Darmstadt

Herrn
Professor Dr. V. Kazak
Mathematisches Institut
der Universität Göttingen
Bunsenstr. 3 - 5
3400 Göttingen

Herrn
Professor Dr. I.S. Louhivaara
Institut für Mathematik der
Freien Universität Berlin
Hüttenweg 9
1000 Berlin 33

Herrn
Professor Dr. H. Kielhöfer
Institut für Angewandte Mathem.
und Statistik der Universität
Am Hubland
8700 Würzburg

Professor Dr. G. Lumer
Mathématique Université
de l'Etat
Av. Maistrian 15
700 Mons (Belgien)

Herrn
Professor Dr. A. Kufner
Inst. Math. Acad.
Zitná 25,
11567 Praha 1
Czechoslovakia

Professor Dr. A. McIntosh
School of Mathematics & Physics
Macquarie University
N. Ryde,
NSW 2113, Australia

Herrn
Dr. R. Landes
Universität Bayreuth
Fachbereich Mathematik
8580 Bayreuth

Herrn
Professor Dr. E. Meister
Universität Darmstadt
Fachbereich Mathematik
Schloßgartenstr. 7
6100 Darmstadt

Herrn
Professor Dr. R. Leis
Mathematisches Institut der
Universität Bonn
Wegeler Str. 10
5300 B o n n

Herrn
Professor Dr. C. Müller
Lehrstuhl für Mathematik und
Institut für Reine u.Angew.Mathem.
der Universität Aachen
Templergraben 55
5100 Aachen

Herrn
Professor Dr. J.C.C.Nitsche
School of Mathematics
University of Minnesota
Minneapolis, Minnesota 55455
USA

Herrn
Professor Dr. M. Schneider
Universität Karlsruhe
Mathematisches Institut
Englerstraße
7500 Karlsruhe

Herrn
Professor Dr. H. Pecher
Fachbereich Mathematik der
Universität Wuppertal
Gaußstr. 20
5600 Wuppertal

Herrn
Dr. F. Schulz
Mathematisches Institut der
Universität Göttingen
Bunsenstraße 3 - 5
3400 Göttingen

Herrn
Dr. Rainer Picard
Dept. of Mathematics
Strathclyde University
Livingsstone Tower
26, Richmond Street
Glasgow G1 1XH, U.K.

Professor Dr. B. Semjonov
Mathematisch-Mechanische Fakult.
der Leningrader Universität
Petrodvovez
Bibliotetschnaja 2
Leningrad, 198904, USSR

Professor Dr. C.R. DePrima
Mathematics 253-37
CALTECH
Pasadena, Calif. 91125
USA

Herrn
Professor Dr. C. G. Simader
Mathematisches Institut der
Universität Bayreuth
Universitätsstraße
8580 Bayreuth

Herrn
Professor Dr. Redheffer
University of California
Los Angeles 90094
Calif. USA

Herrn
Professor Dr. K. Steffen
Mathematisches Institut der
Universität Düsseldorf
Universitätsstraße 1
4000 Düsseldorf

Herrn
Dr. W. Stork
Universität Frankfurt
Fachbereich Mathematik
Robert-Mayer-Str. 6 - 10
6000 Frankfurt /Main

Herrn
Priv.-Doz. Dr. J. Voigt
Mathematisches Institut der
Universität München
Theresienstraße 39
8000 München

Herrn
Dr. G. Ströhmer
Lehrstuhl für Mathematik der
Universität Aachen
Templergraben 55
5100 Aachen

Herrn
Professor Dr. W. von Wahl
Mathematisches Institut der
Universität Bayreuth
8580 Bayreuth

Herrn
Professor Dr. F. Tomi
Fachbereich Mathematik der
Universität Saarbrücken
Bau 27
6600 Saarbrücken

Herrn
Professor Dr. J. Walter
Universität Aachen
Mathematisches Institut
Templergraben 55
5100 Aachen

Herrn
Professor Dr. K. Veselić
Fachbereich Mathematik der
Fernuniversität Hagen
Postfach 940
5800 Hagen

Herrn
Professor Dr. W. Walter
Mathematisches Institut der
Universität Karlsruhe
Englerstraße
7500 Karlsruhe

Herrn
Professor Dr. V. Vogelsang
Institut für Mathematik der
Universität Clausthal
Erzstraße 1
3392 Clausthal-Zellerfeld 1

Herrn
Professor Dr. J. Weidmann
Institut für Angewandte Mathematik
der Universität Frankfurt
Robert-Mayer-Str. 10
6000 Frankfurt /Main

Herrn

Professor Dr. P. Werner

Mathematisches Institut der
Universität Stuttgart

Pfaffenwaldring 57

7000 Stuttgart

Herrn

Professor Dr. E. Wienholtz

Mathematisches Institut der
Universität München

Theresienstraße 39

8000 München 2

Herrn

Professor Dr. M. Wiegner

Mathematisches Institut der
Universität Bayreuth

8580 Bayreuth

Herrn

Professor Dr. R. Wüst

Fachbereich Mathematik der
TU Berlin

Straße des 17. Juni 135

1000 Berlin