

# MATHEMATISCHES FORSCHUNGSINSTITUT OBERWOLFACH

T a g u n g s b e r i c h t 8/1982

Methoden und Verfahren der Mathematischen Physik

21.2. bis 27.2.1982

Die 10.Tagung über "Methoden und Verfahren der Mathematischen Physik" fand unter der Leitung von B.Brosowski (Frankfurt) und E.Martensen (Karlsruhe) statt. Es kamen 42 Teilnehmer, darunter 14 aus dem Ausland (Brasilien 1, CSSR 3, Dänemark 1, Großbritannien 3, Jugoslawien 1, Österreich 3, Ungarn 1, USA 1). Ziel der Tagung war es, möglichst vielfältige Methoden der mathematischen Physik heranzuziehen und auf weitgefächerte, konkrete Fragestellungen anzuwenden. Außerdem sollte durch Beteiligung von Vertretern der Anwendungsgebiete selbst (Physik, Ingenieurwissenschaften, Industrie) die Zusammenarbeit und die gegenseitige Anregung gefördert werden.

In den insgesamt 36 Vorträgen wurde über aktuelle Forschungsergebnisse berichtet. Dabei standen funktionalanalytische und numerische Methoden für partielle Differentialgleichungen und Integrodifferentialgleichungen sowie Optimierungsprobleme im Vordergrund. Besondere Beachtung fanden Strömungsmechanik, Streutheorie und Pellettheorie sowie Anwendungen mathematischer Modelle in der Medizin und den Natur- und Ingenieurwissenschaften. Das Interesse an Fragestellungen aus den behandelten Anwendungsgebieten führte zu lebhaften Diskussionen und fruchtbarem wissenschaftlichen Austausch, nicht zuletzt auch mit anwesenden Vertretern anderer Fachrichtungen.

Vortragsauszüge

I. Aganović

ONE-DIMENSIONAL APPROXIMATION FOR ELLIPTIC EQUATIONS

The work presented is done together with Z. Tutek (Zagreb) One-dimensional model of a process governed by a three-dimensional equation can be formulated either by making a priori assumptions on the form of the solution or by asymptotic methods. Here we consider the case of the linear theory of elasticity. The asymptotic method applied is based on the mixed variational formulation; for two-dimensional approximation this method has been proposed by P.G. Ciarlet and P. Destuynder. As a result we obtain (without any a priori assumption) the simple model of elastic beam and prove that in a certain sense this model is an approximation of three-dimensional theory.

H. Bernau

EIN PROGRAMMSYSTEM ZUR BESTIMMUNG OPTIMALER EBENER STABWERKE

In dem Vortrag wird ein Programmsystem zur Bestimmung gewichtsminimaler ebener Stabwerke vorgestellt. Dabei wird vorausgesetzt, daß die Geometrie der Stabwerke fest vorgegeben ist, und für eine vorgegebene statische Belastung soll das Gewicht des Stabwerkes minimiert werden, so daß die Spannungen in den Stäben vorgegebene Grenzspannungen nicht übersteigen. Die dazu benutzten Modelle werden kurz erläutert und einige Effektivitätseigenschaften werden angeführt. Den Abschluß bildet eine Erläuterung der Hauptanwendungsmöglichkeiten des Programmsystemes.

S.Ciperă

## THE EXISTENCE AND STABILITY OF A PERIODIC MOTION OF VIBRO-IMPACT SYSTEMS

The paper is devoted to nonlinear ordinary differential equations describing a motion of vibro-impact systems. The impacts are assumed to be direct, centric and negligibly short. The change of the body velocity during an impact can be expressed by means of the coefficient of restitution. Vibro-impact systems are strongly nonlinear and it is impossible to obtain a solution in the closed form in the case of systems with more degrees of freedom. Problems of the investigation of the region of existence and stability of a periodic motion are discussed. Some results obtained by using of numerical methods are presented.

R.Colgen

## ZUR STÖRUNGSTHEORIE NICHT-SELBSTADJUNGIERTER SCHRÖDINGER- OPERATOREN

Wir betrachten nicht-selbstadjungierte Schrödinger-Operatoren, genauer Realisierungen  $H$  in  $L^2(\mathbb{R}^m)$  von  $-\Delta + V$  mit  $\text{Im } V \leq 0$ , so daß  $iH$  eine Kontraktions-Halbgruppe erzeugt;  $H$  wird als Formsumme definiert. Zunächst wird gezeigt, daß das wesentliche Spektrum von  $H$  (nach Jörgens) die positive reelle Achse ist, falls  $V$  "im Unendlichen verschwindet", wobei  $V$  lokal stark singular sein darf, sofern nur  $H$  als Formsumme definiert werden kann. Ferner zeigen wir, daß  $H$  keine positiven Häufungspunkte von Eigenwerten besitzt, sofern  $\text{Re } V$  die Summe eines short range - und eines "vernünftigen" (nicht zu stark oszillierenden) long range - Anteils ist und  $\text{Im } V$  die Short range - Bedingung erfüllt.

W.Freeden

## SPHERICAL (SPLINE) FUNCTIONS AND THEIR APPLICATION IN PHYSICAL GEODESY

Spherical spline functions are introduced by use of Green's surface functions with respect to the (Laplace -)Beltrami operator of the unit sphere.

Spline techniques are used both for approximating data on a spherical boundary and for the computation of an (external) gravitational potential from discretely given data on the boundary. Special splines are shown to be physically relevant tools for the principal problem of (classical) geodesy: to determine earth's gravity potential consistent with discrete data on a spherical reference surface.

G.Friedel

## ANWENDUNG DER METHODE DER FINITEN ELEMENTE IN DER CHEMISCHEN INDUSTRIE

In der chemischen Industrie bieten sich auf den ersten Blick vor allem drei Einsatzgebiete für die Finite-Elemente-Methode an: Festigkeitsberechnungen für Druckbehälter und chemische Reaktoren, Spannungs-Dehnungsrechnungen für Rohrleitungen und die Berechnung von Temperaturfeldern, evt. in Verbindung mit Spannungsanalysen. Weniger augenfällig ist der Einsatz der Methode bei der Auslegung von Konstruktionen aus technischen Kunststoffen zur Substitution herkömmlicher Werkstoffe. Anhand zweier einfacher Beispiele (Pedalprofile, Tragarme für Bürostühle) veranschaulicht der Beitrag die dabei auftretenden Probleme, welche durch das Kräftedreieck aus Wirtschaftlichkeit, Genauigkeit und Werkstoffeigenschaften der Thermoplaste gekennzeichnet werden.

K. Ghavami

## APPLICATION OF B.E.F. ANALOGY FOR THE DETERMINATION OF THE EFFECTS OF CORNER CRACKS - IN CLOSED SECTIONS

Beams on Elastic Foundation (B.E.F.) analogy has been used in finding the distortional deformations and stresses in closed rectangular and trapezoidal closed sections (1). Distortional stresses in closed sections due the cyclic load could produce fatigue cracks at their corners which changes the magnitude of the stresses at the end of the crack (2). In this paper the development of the mathematical formulation based on B.E.F. analogy for the determination of the effects of corner cracks in closed sections distortional behavior is presented.

- (1) Billington, C.J., Ghavami, K. and Dowling, P.J.  
"Steel box girders, parametric study of cross - sectional distortion due to eccentric loading"  
Engg. Struct. Labs., Imperial College, London CESLIC.  
BG 16. Sept. 1971
- (2) Ghavami, K., "Effects of corner cracks on Box Distortional Behaviour. I Congresso Latino-Americano sobre Métodos Computacionais para Engenharia, Porto-Alegre, Brasil, Dez. 1979.

R. Gorenflo

## DISKRETE SIMULATION VON DIFFUSIONSPROZESSEN

Bei der numerischen Behandlung von Diffusionsgleichungen ist es oft empfehlenswert (vor allem bei rauhen Daten), nicht nur auf Stabilität im Sinne von Lax und Richtmyer und auf Konsistenzordnung zu achten, sondern zusätzlich durch Wahl des Schemas oder des Zeitschrittes auf diskrete Imitation wichtiger Eigenschaften des Diffusionsprozesses zu achten. Als solche bieten sich an (i) Konservativität (lokale oder globale, je nach Randbedingungen), (ii) Erhaltung von Nichtnegativität

(allgemeiner: Invers-Isotonie), (iii) Dämpfungseigenschaften (besonders stark für hochfrequente Welligkeiten). Beim expliziten und beim CRANK-NICOLSON-Verfahren folgt aus (ii) und (iii) eine Schrittweitenbedingung der Gestalt  $\Delta t \leq c(\Delta x)^2$ , wobei die Konstante  $c$  im Falle (iii) kleiner ist als im Falle (ii), wohingegen das vollimplizite Verfahren unschlagbar ist und unbedingt sowohl (ii) als auch (iii) genügt.

E.Halter

## BEHANDLUNG DER PELLETKOMPRESSIION MIT DER HORIZONTALLEN LINIENMETHODE

In der Trägheitsfusion sollen kleine, den Brennstoff DT (Deuterium/Tritium) enthaltende, aus mehreren Schalen unterschiedlichen Materials aufgebauten Hohlkugeln, sogenannte Pellets, durch Energiezufuhr z.B. mittels Schwerionenstrahlen zur Implosion gebracht werden. Die dabei im Zentrum entstehende Kompression und Erhitzung des Pellets muß so gesteuert werden, daß die Kernfusion einsetzt und das DT zum großen Teil abbrennt. Das Erreichen dieser Zündbedingungen kann durch das Anwachsen kleiner Störungen der Kugelsymmetrie gefährdet sein. Die physikalischen und mathematischen Probleme in diesem Prozess wurden beschrieben und übersichtsartig die Eignung und Anwendbarkeit mathematischer Methoden diskutiert. Das Rothe-Verfahren, auch horizontale Linienmethode genannt, wurde beschrieben und auf einfaches Pellet angewandt. Die graphisch dargestellten Ergebnisse wurden interpretiert und diskutiert.

E.B.Hansen

## ON SEPARATION IN STOKES'FLOW

In 1964 Moffatt found that in a wedge shaped region the equation for a plane flow with vanishing Reynolds number (the bi-harmonic equation) has solutions corresponding to an infinite

system of eddies. Later it has been found for a flow through a narrow converging and diverging channel that the flow means trough a system of separated eddies which resembles the one found by Moffatt. In a symmetric flow field some of these eddies are not attached to the walls but exist as insular regions in the flow. One may expect that these free eddies, which are forced to exist by the symmetry, will disappear when only a minute violation of the symmetry is introduced. In the paper we find an exact expression for the flow field between two arbitrary, circular cylinders and demonstrate that this flow field is indeed very sensible to imperfections.

J.Hejtmank

#### COMPARISON THEOREMS IN LINEAR TRANSPORT-THEORY

Die lineare Transporttheorie beschäftigt sich, physikalisch, mit dem Verhalten von Vielteilchensystemen, in denen "test" - und "host-particles" vorkommen und in denen Zusammenstöße nur zwischen "test" - und "host - particles", nicht aber zwischen "test - particles" untereinander vorkommen, und, mathematisch, mit Verfahren zur Lösung der linearen Transportgleichung, auch lineare Boltzmann-Gleichung genannt. Es werden das Reaktorproblem, mit der Randbedingung "zero incoming flux", und das Vielfachstreuungproblem mit einem konvexen und kompakten Target behandelt. Zur Beschreibung des asymptotischen Verhaltens linearer Transportprozesse ist die Kenntnis des Spektrums der Generatoren der entsprechenden Gruppe und Halbgruppe notwendig. Comparison theorems vergleichen die Spektren verschiedener linearer Transportsysteme. Für Details lese man: "Spectral Methods in Linear Transport Theory", H.Kaper, G.Lekkerkerker und J.Hejtmank (Birkhäuser-Verlag).

P.Jochum

## ZUR NUMERISCHEN BEHANDLUNG EINES ENZYMELEKTRODEN-MODELLS

Wir untersuchen die Diskretisierung eines nicht-linearen Systems von 4 Diffusions-Reaktions-Gleichungen, die sich aus der Modellierung einer Enzym-katalysierten Reaktion innerhalb einer Enzymelektrode ergeben. Die durch die un-stetige Anfangsverteilung erzeugte Instabilität des Crank-Nicolson-Verfahrens kann durch die Einführung eines voll impliziten Schrittes eliminiert werden, ohne die quadra-tische Konvergenz zu stören. Die Lösbarkeit der nichtline-aren Differenzgleichungen, ihre Stabilität sowie die Massen-erhaltung des Schemas werden bewiesen.

R.Keil

## BERECHNUNG VON SCHOCKWELLEN MIT EINEM CHARAKTERISTIKENVERFAHREN FÜR DAS PELLETPROBLEM

Als Modell für die Berechnung einer Pelletkompression wurde die Gültigkeit der Gleichungen für ein ideales Gas angenommen. Die Lösung für dieses hyperbolische quasilineare Gleichungs-system wurde für nur stückweise stetige Anfangsbedingungen mit Hilfe eines Charakteristikenverfahrens durchgeführt.

A.Kirsch

## ÜBER DIE NUMERISCHE BEHANDLUNG EINES INVERSEN STREUPROBLEMS

Es wird ein numerisches Verfahren für die Behandlung eines inversen Streuproblems für die zweidimensionale Helmholtz-Gleichung vorgeschlagen. Das Problem ist, aus der Kenntnis der totalen Streuquerschnitte für eine Anzahl  $M$  einfallende Wellen die Gestalt des Streukörpers, auf dem Dirichlet'sche Randbedingungen angenommen werden, zu rekonstruieren. Dieses



Problem wird als nichtlineares Tschebyscheffsches Approximationsproblem formuliert:

$$\text{Minimiere} \quad \max_{j=1 \dots M} |\sigma_j(f) - s_j| \quad \text{für } f \in V_N.$$

Hier sei  $\sigma_j(f)$  der totale Streuquerschnitt, der zur einfallenden ebenen Welle aus Richtung  $\alpha_j$  und zur durch  $f$  parametrisierten Randkurve gehöre.  $s_j$  seien gegebene (gemessene) Werte und  $V_N$  eine geeignete  $N$ -dimensionale Klasse von  $C^2$ -Funktionen, welche gewissen a-priori Abschätzungen genügen. Konvergenzeigenschaften werden diskutiert und einige numerische Resultate vorgelegt.

R.E.Kleinmann and G.F.Roach

## RECENT DEVELOPMENTS IN MODIFIED GREEN'S FUNCTIONS

Boundary integral equation formulations of exterior problems for the Helmholtz equation derived either by Green's theorem or a layer ansatz are known to be ill posed at certain characteristic or irregular values of wave number. By modifying the Green's function it was shown by Jones and Ursell that these irregular values may be suppressed. Subsequently it was shown how to modify the Green's function so as best approximate the actual Green's function for the particular problem in the least squares sense for both Dirichlet and Neumann boundary conditions. In the present paper we show how to modify the Green's function so as to minimize the norm of the modified integral operator and also discuss that modification which minimizes the condition number of the modified operator. The relationship between these various modifications is explored. In addition applications of these methods to the Robin problem is described.

W. Krabs

## EIN DREI-KAMMER-MODELL DER HAEMODIALYSE

Für den Vorgang der Entgiftung und Entwässerung des menschlichen Körpers bei chronischem Nierenversagen durch das Verfahren der Haemodialyse wird ein mathematisches Modell vorgeschlagen und diskutiert. Für die zeitliche Entwicklung der Giftstoffkonzentrationen im Extrazellulärbereich, im Zellulärbereich und im Gehirn werden drei Differentialgleichungen aufgestellt, die eindeutig positive periodische Lösungen besitzen, wenn die Giftstoffherzeugung periodisch angenommen wird und der Dialysevorgang periodisch erfolgt. Unter gewissen realistischen Annahmen über die in das Modell eingehenden Daten werden auch numerische Ergebnisse angegeben. Insbesondere wird dabei diskutiert, wie die unbekanntesten Zellschranken bestimmt oder wenigstens abgeschätzt werden können.

R. Leis

## SPEZIELLE AUSSENRAUMAUFGABEN ZUR THERMOELASTIZITÄT

Es sei  $G$  ein Außengebiet und  $U, \theta$  Lösung des Systems der Thermoelastizitätsgleichungen

$$\begin{aligned}\ddot{U} + \mu \operatorname{rot} \operatorname{rot} U - \nu \operatorname{grad} \operatorname{div} U + \gamma \operatorname{grad} \theta &= 0 \\ \dot{\theta} - \Delta \theta + \gamma \operatorname{div} \dot{U} &= 0\end{aligned}$$

zu den Anfangsbedingungen  $U(0) = U^0$ ,  $\dot{U}(0) = U^1$ ,  $\theta(0) = \theta^0$  und den Randbedingungen  $n \times U|_{\partial G} = 0$ ,  $\operatorname{div} U|_{\partial G} = 0$ ,  $\theta|_{\partial G} = 0$ .

$U$  werde gemäß  $\mathcal{L}_2 = \operatorname{grad} \mathcal{L}_1 \oplus D_0$ ,  $U = U^P + U^S$  projiziert. Dann genügt  $U^S$  den Maxwell'schen Gleichungen

$$\ddot{U}^S + \mu \operatorname{rot} \operatorname{rot} U^S = 0,$$

und es wird gezeigt, daß  $U^P, \theta$  für große Zeiten verschwinden. Für  $t \rightarrow \infty$  verhält sich also  $U(t, x)$  wie  $U^S(t, x)$ .



der Quadraturfehler erhält man für gegen Null strebende Zeitschrittweiten die punktweise diskrete Konvergenz des Rothe-Verfahrens in allen Orts-Zeitpunkten, die zeitlich unterhalb gewisser Charakteristiken liegen. Ansonsten bleibt die Konvergenz, von trivialen Fällen abgesehen, eine offene Frage.

J.A.Maruhn

## FLUX-CORRECTED TRANSPORT ALGORITHMEN MIT PHYSIKALISCHEN ANWENDUNGEN

Zur Behandlung hydrodynamischer Probleme mit Schockfronten haben sich die sog. flux-corrected transport Algorithmen als nützlich erwiesen. In ihnen wird eine starke numerische Diffusion eingeführt, die dann nur soweit korrigiert wird, daß an kritischen Stellen wie Stoßfronten eine Restdiffusion übrig bleibt, die die Stabilität des Verfahrens garantiert. Das macht es möglich, Stoßfronten mit äußerst wenigen Gitterpunkten zu beschreiben und somit auch mehrdimensionale Probleme anzugehen. Als Anwendungen werden Modellrechnungen für relativistische Schwerionenreaktionen gezeigt, in denen die Bildung komprimierter Kernmaterie und etwaige observable Effekte studiert werden. Ein anderes Anwendungsgebiet ist die Theorie von Pellets, die durch Schwerionenstrahlen komprimiert werden. Das Studium von Symmetrieproblemen erfordert hierbei mehrdimensionale Rechnungen.

A.C.McBride

## A DISTRIBUTIONAL APPROACH TO DUAL INTEGRAL EQUATIONS

A variety of problems in mathematical physics, especially elasticity and electrostatics, have as their mathematical models a pair of dual integral equations. A function is sought which satisfies one integral equation on the interval  $(0,1)$  and another integral equation on the interval  $(1,\infty)$ . The abrupt change which takes place at one suggests that required function may suffer a similar

drastic change in behaviour there, possibly so drastic that distributions of the Dirac  $\delta$  type might intrude. Accordingly, a distributional approach seems appropriate.

In this paper, we present a distributional approach to a particular class of dual integral equations, those of Titchmarsh type. The approach leads in a natural way to answers to the basic questions of existence and uniqueness of both distributional and classical solutions as well as to explicit formulae for the solutions, with Bessel functions well to the fore. The relevance to typical problems in elasticity and electrostatics is indicated. Throughout, extensive use is made of relationships between the Erdélyi-Kober operators of fractional calculus and modified Hankel transforms.

E.Meister

## ZUR THEORIE ROTIERENDER UND SCHWINGENDER SCHAUFELKRÄNZE IN EINER UNTERSCHALLSTRÖMUNG DURCH EINEN RINGKANAL

Es wird die dreidimensionale Störströmung untersucht, die von einem umlaufenden Schaufelkranz mit schwingenden Schaufelblättern in einer Unterschallströmung durch einen Ringkanal erzeugt wird. Die Wellengleichung für das zugehörige Geschwindigkeitspotential  $\phi$  wird in Schraubenflächenkoordinaten dargestellt und mittels der Eigenfunktionsentwicklung bzgl. des inneren und äußeren Kreiszyinders verschwindender Normalableitungen und der Fouriertransformation in axialer Richtung in ein unendliches System gewöhnlicher Differentialgleichungen für die transformierten Entwicklungskoeffizienten  $\phi_n$  als Funktionen des Umfangswinkels  $\vartheta$  überführt. Die resultierende "verallgemeinerte Schwingungsgleichung" wird in Operatorform gelöst.

Mehrere kanonische Zweiteil-Randwertprobleme, die bei Vorgabe der Schwingungsformen oder Druckverteilungen an den Schaufeln oder in deren Kielwassern entstehen, werden auf "unendliche Wiener-Hopf-Funktionalssysteme" reduziert. Die "starke Faktorisierung" der Operator-Matrizen-Funktionen auf der reellen Achse erlaubt dann die explizite Lösung dieser Systeme. Bedingungen und Methoden

für diese Faktorisierung werden hier nicht angegeben, es liegen jedoch Ergebnisse von I.GOHBERG et al. für operatorwertige Funktionen in anderem Zusammenhang vor. Weitere Untersuchungen sind hierzu erforderlich.

P.Mulser

## ÄHNLICHKEIT UND DIMENSIONSANALYSE ALS METHODEN MATHEMATISCHER PHYSIK

Es wird gezeigt, wie aufgrund von Symmetrien, Invarianzen und Dimensionsanalyse Lösungen von linearen und nichtlinearen partiellen Differentialgleichungen gefunden werden können. Der Zusammenhang zwischen Symmetriegruppen und Dimensionsanalyse sowie die Frage nach verschiedenen Klassen von Ähnlichkeiten werden erörtert.

C.D.Munz

## ÜBER DIE GEWINNUNG PHYSIKALISCH RELEVANTER STOSSWELLENLÖSUNGEN MIT DER HORIZONTALLEN LINIENMETHODE

Stoßwellen oder Schockwellen treten in schwachen Lösungen von hyperbolischen Erhaltungsgleichungen auf. Diese schwachen Lösungen sind nicht eindeutig bestimmt durch ihre Anfangswerte; eine Zusatzbedingung wird benötigt, um die physikalische relevante Lösung zu bestimmen. Für Näherungsverfahren stellt sich die Frage, ob sie gegen diese bestimmte Lösung konvergieren. Im Falle einer skalaren Erhaltungsgleichung zeigt es sich, daß die horizontale Linienmethode im Falle der Konvergenz gegen die physikalisch relevante schwache Lösung konvergiert. Für ein spezielles Anfangs-Randwertproblem wird auf Konvergenz und Durchführbarkeit eingegangen. Numerische Beispiele bestätigen diese Ergebnisse.

F.Nožická

## EINIGE PHYSIKALISCHE MODELLE IN DER MATHEMATISCHEN OPTIMIERUNG

Die mathematische Optimierung, die sich als nützlich für eine Reihe von Problemen in der ökonomischen bzw. technischen Praxis erwiesen hat, geht sehr oft von geometrischen Vorstellungen im üblichen dreidimensionalen Raum aus (z.B. lineare bzw. konvexe Optimierung), um - durch eine Verallgemeinerung solcher Ideen - zum Aufbau einer entsprechenden Theorie sowie bestimmter Verfahren beizutragen. Aber auch physikalische Vorstellungen, physikalische Modelle und Gesetzmäßigkeiten können ebenfalls - in speziellen Fällen - als Ausgangsideen eine solche Rolle übernehmen. Dies kommt z.B. in den folgenden Optimierungsaufgaben in Frage:

- 1<sup>o</sup> Das Steiner-Weber-Problem in der Ebene
- 2<sup>o</sup> Das Steiner-Weber-Problem auf einer Kugeloberfläche
- 3<sup>o</sup> Spezielles Verfahren für das klassische Transportproblem
- 4<sup>o</sup> Trajektorien-Verfahren in der konvexen Optimierung
- 5<sup>o</sup> Herleitung privilegierter Kurven einer Hyperfläche als Lösungskurven bestimmter Variationsprobleme.

R.Picard

## ÜBER DIE ANZAHL LINEAR UNABHÄNGIGER LÖSUNGEN DER GLEICHUNGEN DER ELEKTRO- UND MAGNETOSTATIK

Es wird die klassische Fragestellung nach der Anzahl der linear unabhängigen Lösungen der homogenen, statischen Maxwell-Gleichungen

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} E &= 0 & \operatorname{rot} H &= 0 \\ \operatorname{div}_\epsilon E &= 0 & \operatorname{div}_\mu H &= 0 \quad \text{in einem Medium } G \subset \mathbb{R}^3, \end{aligned}$$

unter den Randbedingungen ( $n$  Normale an  $\partial G$ )

$$n \times E = 0 \quad \text{auf } \partial G, \quad n \cdot \mu H = 0 \quad \text{auf } \partial G,$$

im Rahmen von Hilbertraum-Methoden verallgemeinert. Es ergeben sich Hilbertsche Unterräume von  $L_2(G) \oplus L_2(G) \oplus L_2(G)$

$\mathcal{K}_{R,\varepsilon}$  bzw.  $\mathcal{K}_{D,\mu}$  für deren Dimension der folgende Satz gilt.

Satz: Sei  $\partial G$  kompakt und genüge der Segmentbedingung, ferner seien  $\varepsilon, \mu$  gleichmäßig streng positiv definite, matrixwertige, lokal lipschitzstetige, beschränkte Funktionen, dann ist

$$\dim \mathcal{K}_{D,\mu} = p \quad (p \text{ topologisches Geschlecht von } G),$$

$$\dim \mathcal{K}_{R,\varepsilon} = m-1 \quad (m \text{ Anzahl der Zusammenhangskomponenten von } \mathbb{R}^3 \setminus G).$$

R.Quetting

## ÜBER DIE KRITISCHEN PUNKTE NEUMANNSCHER VEKTORFELDER AUF GEBIETEN VOM TYP DES VOLLTORUS

Sei  $B \subset \mathbb{R}^3$  kompakt, zweifach zusammenhängend mit einer LJAPUNOW-Fläche  $\partial B$  als Rand und äußerer Normalen  $n$ . Bei Vorgabe der Zirkulation bestimmt  $\operatorname{div} z = 0$ ,  $\operatorname{rot} z = 0$  in  $B$ ,  $(n, z) = 0$  auf  $\partial B$  eindeutig ein NEUMANNSCHE Vektorfeld  $z$  auf  $B$ , von dem man allerdings i.a. nicht weiß, ob es Nullstellen besitzt. Ausgehend von einem Resultat im  $\mathbb{R}^2$ , nach dem auf entsprechenden Gebieten nichttriviale NEUMANNSCHE Vektorfelder notwendig nullstellenfrei sind, wird versucht, mit Hilfe differentialtopologischer Methoden - Satz von POINCARÉ-HOPF, Satz von STERNBERG, MORSETHEORIE - eine entsprechende Aussage für das dreidimensionale Problem zu beweisen. Der Versuch scheitert schließlich, liefert aber wertvolle Aufschlüsse darüber, wie man  $B$  zu wählen hat, so daß - im Gegensatz zur ursprünglichen Annahme - auch für nichttriviale NEUMANNSCHE Vektorfelder auf  $B$  Nullstellen erwartet werden können.



R. Rautmann

## NEUE FEHLERSCHRANKEN FÜR INSTATIONÄRE NAVIER-STOKES-APPROXIMATIONEN

Sei  $u(t)$  für  $t \in [0, T]$  eine lokale  $H_2$ -Lösung der Navier-Stokesschen Anfangs-Randwertaufgabe in einem beschränkten dreidimensionalen Gebiet  $\Omega$  mit  $C_3$ -Rand,  $u_k$  ihre  $k$ -te Galerkinnäherung auf der Basis der ersten  $k$  Eigenfunktionen des Stokes-Operators  $-\Delta$  auf  $\Omega$ , die zu den  $k$  ersten Eigenwerten  $\lambda_1, 0 < \lambda_1 \leq \lambda_2 \leq \dots \leq \lambda_k \rightarrow \infty$  mit  $k \rightarrow \infty$  gehören. Wir bezeichnen mit  $\mathcal{K}_m$  den Abschluß in  $H_m$  des Raumes der divergenzfreien  $C_\infty$ -Vektorfunktionen, die kompakten Träger in  $\Omega$  besitzen. Schließlich sei  $A$  die Friedrichssche Erweiterung von  $-\Delta$  in  $\mathcal{K}_0$ . Mit Halbgruppenmethoden von Fujita und Kato folgt

Satz 1: Gehört der Anfangswert  $u(0)$  zu  $\mathcal{K}_1 \cap H_2$ , so gilt

$$|A^\alpha u(t) - A^\alpha u_k(t)|_{L^2(\Omega)} = O(\lambda_{k+1}^{-\epsilon}) \text{ für } \alpha \in (\frac{3}{4}, 1), \alpha + \epsilon < 1, 0 < \epsilon.$$

Die Folge  $(u_k)$  konvergiert dann im Hölderraum  $C_\mu(\Omega)$  für  $\mu \in (0, 2(\alpha - \frac{3}{4}))$  gleichmäßig auf  $[0, T]$  gegen  $u$ .

Satz 2: Liegt  $u(0)$  außerdem im Definitionsbereich von  $A^{1+}$ , so gilt

$$|A u(t) - A u_k(t)|_{L^2(\Omega)} = O(\lambda_{k+1}^{-\epsilon}) \text{ für } \epsilon \in (0, \frac{1}{8}). \text{ Die Folge } (u_k)$$

konvergiert dann in  $H_2$  und im Hölderraum  $C_{\frac{1}{2}}(\Omega)$  gleichmäßig auf  $[0, T]$  gegen  $u$  (ebenfalls mit der Fehlerschranke  $O(\lambda_{k+1}^{-\epsilon})$ ).

R. Reemtsen

## EIN VERFAHREN ZUR LÖSUNG INVERSER STEFAN-PROBLEME

Es wird ein Verfahren zur Lösung inverser Stefan-Probleme vorgeschlagen, das auf der Verwendung vollständiger Familien von Lösungen der Wärmeleitungsgleichung beruht. Unser Ansatz führt auf ein einziges lineares Optimierungsproblem, das leicht aufgestellt und gelöst werden kann. Einige Konvergenz-Aussagen können bewiesen werden, Numerische Beispiele werden diskutiert.

G.F. Roach

## ON A CLASS OF NON-HOMOGENEOUS MULTIPARAMETER PROBLEMS

Recently considerable effort has been devoted to the study of homogeneous multiparameter problems. In the analysis of such problems the tensor product construction, essentially the method of separation of variables in reverse, is a commonly used and quite powerful technique. Here a class of multiparameter problems is introduced by considering a prototype arising in control theory. These problems, which are all of considerable interest in mathematical physics and engineering, are non-homogeneous problems and the tensor product construction is no longer immediately appropriate. However, a method is given for solving such problems and it has the particular advantage that, unlike the tensor product approach, it allows an immediate return to the original underlying spaces; thus avoiding a difficult inversion problem. A two parameter problem is worked in detail.

W.Schempp

## RADARORTUNG UND QUANTENMECHANIK

Es ist eine überraschende Tatsache, daß bei der Ortung bewegter Objekte mit Hilfe des Impulsradars, ähnlich wie in der Quantenmechanik nicht-relativistischer Teilchen, ein (makroskopisches) Unschärfephänomen auftritt: Entfernung und Geschwindigkeit des Objekts können simultan nicht beliebig genau bestimmt werden. Diese Erscheinung legt es nahe, die Autokorrelationsfunktionen für Sende- und Echosignal im Rahmen der harmonischen Analysis der reellen nilpotenten Heisenberg-Gruppe  $\tilde{A}(\mathbb{R})$  zu untersuchen. Als Anwendung dieser Idee wird mit Hilfe des Analogmodells (= Teilchenmodells) der Schrödinger-Darstellung von  $\tilde{A}(\mathbb{R})$  gezeigt, daß  $\text{Sp}(1, \mathbb{R}) = \text{SL}(2, \mathbb{R})$  die Gruppe der energieerhaltenden, linearen Invarianten des Wigner-Woodward-Reliefs bildet. Die Konsequenzen dieses Resultats für die Radaranalyse werden kurz angedeutet.

J.Scheurle

## QUASIPERIODISCHE LÖSUNGEN EINER SEMILINEAREN GLEICHUNG IN EINEM STREIFEN

Zahlreiche Probleme der Mathematischen Physik führen auf die Betrachtung von semilinearen Randwertproblemen in einem zweidimensionalen Streifen. Wir betrachten ein Problem, welches als Modell für das Taylor- oder Bénardproblem der Hydromechanik angesehen werden kann. Dieses enthält naturgemäß einen ausgezeichneten Parameter, der die Reynolds- bzw. Grashoffzahl repräsentiert. In Abhängigkeit von diesem Parameter werden Lösungen diskutiert, welche im ganzen Streifen beschränkt sind und an den Rändern 0 sind. Es wird über ein neues Resultat berichtet, welches Verzweigungslösungen liefert, die in der unbeschränkten Streifenrichtung quasiperiodisch sind und zwei unabhängige Grundfrequenzen besitzen. Dabei wird vorausgesetzt, daß die Nichtlinearität der Differentialgleichung analytisch ist und gewisse Symmetriebedingungen erfüllt (Reversibilität).

P.Vachenauer

## DAS ROTHE-VERFAHREN MIT STÖRUNGSANSATZ FÜR HYPERBOLISCHE GLEICHUNGEN

Zur Behandlung von nichtlinearen hyperbolischen Gleichungen in Erhaltungsform  $u_t + (F(u))_x = 0$ ,  $u : [a,b] \times \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}^m$ , wird eine Modifikation des Rothe-Verfahrens vorgestellt, welche die unstetigen Anfangsdaten und evtl. auftretende Schockwellen durch einen Störungsansatz auffängt. Es wird gezeigt, daß man für den glatten Anteil explizit rechnen kann (keine Dämpfung) und daß die Randwertprobleme für die Störanteile separiert werden können (Folge der Hyperbolizität).

R.Wegmann

## EIN FREIES RANDWERTPROBLEM BEI SONNENFLECKEN

Ein Sonnenfleck besteht aus einer magnetischen Flußröhre, die in das feldfreie Plasma der Sonne eingebettet ist. Es wird ein Modell betrachtet, bei dem das Feld ein Potential hat, die Konfiguration axialsymmetrisch ist, und die Flußröhre einen scharfen Rand hat. Längs dieses Randes ist das Feld rein tangential. Die Feldstärke ergibt sich aus dem Gleichgewicht zwischen dem magnetischen Druck und den Gasdrücken im Äußeren und Inneren. Das führt auf ein potentialtheoretisches freies Randwertproblem. Dieses kann auf eine nichtlineare singuläre Integralgleichung zurückgeführt und damit numerisch gelöst werden (nach E.Trefftz 1914). Eine linearisierte Version dieser Gleichung ist eine eindimensionale singuläre Integralgleichung mit Index -1. Dadurch wird erklärt, daß eine naive Anwendung dieser Methode zu überbestimmten Gleichungen und damit zu numerischer Instabilität führen kann. Durch Vergleich numerisch berechneter Modelle mit Beobachtungen kann auf die Feld- und Druckverteilung im Inneren von Sonnenflecken geschlossen werden.

W.L.Wendland

## EINE RANDINTEGRALMETHODE FÜR INNERE UND ÄUSSERE GUNDPROBLEME DER EBENEN ELASTIZITÄT

Mit der direkten Methode, die von der Betti-Formel ausgeht, erhält man auf den Rand des Mediums eine Integralgleichung, die Randverschiebungen und Randspannungen verknüpft. Nimmt man die Gleichgewichtsbedingungen hinzu und erweitert die Gleichung um Starrkörperverschiebungen, so erhält man sowohl für Außen- als auch Innenaufgaben für die zweite Grundaufgabe ein stark elliptisches System singulärer Integralgleichungen und für die erste Grundaufgabe stark elliptische Fredholmsche Integralgleichungen erster Art. Alle Gleichungen sind eindeutig lösbar. Anhand der Konvergenzresultate von Hsiao und mir sowie neuer Ergebnisse von Prössdorf und Schmidt sowie von Arnold und mir werden Galerkin-Verfahren und Kollokationsmethode mit Splines für diese Gleichungen diskutiert. Die entsprechenden Konvergenzordnungen werden durch numerische Experimente von Hoidu sowie Hsiao, Kopp und mir bestätigt.

G.Wilks

## THE ASSIMILATION OF A STRONG, TWO-DIMENSIONAL LAMINAR JET INTO AN ALIGNED UNIFORM STREAM

A comprehensive appraisal of the title problem is presented in terms of a characterizing non-dimensional co-ordinate  $\xi$  which is based upon the half excess of the momentum of the jet,  $J$ . Perturbation features of the problem appear as regular and singular boundary conditions in  $\xi$  upstream and downstream respectively. The conservation of momentum excess provides a monitor on the consistency of regular and singular perturbation series solutions. In particular the conservation constraint on the downstream singular perturbation solution confirms the inadequacy of expansions in inverse half power of  $\xi$  and justifies formally the introduction

of logarithmic terms. The formulation provides the basis for a complete numerical integration over the semi-infinite region. Accordingly detailed knowledge of velocity excess the axis of the jet is obtained and an undetermined coefficient in the asymptotic downstream perturbation solution may be estimated.

Berichterstatter: R.Colgen

Tagungsteilnehmer

Prof. Dr. I. Aganovic  
Dept. of Mathematics  
University of Zagreb  
Zagreb  
Jugoslawien

Dr. Rainer Colgen  
Fachbereich Mathematik der  
J.W. Goethe-Universität  
Robert-Mayer-Str. 6 - 10  
6000 Frankfurt

Prof. Dr. Rudolf Albrecht  
Institut für Informatik  
Innrain 52  
A-6020 Innsbruck  
Österreich

Prof. Dr. Willi Freeden  
Fachbereich Mathematik der  
Techn. Hochschule Aachen  
Templer Graben 55  
5100 Aachen

Prof. Dr. J. Baumeister  
Fachbereich Mathematik  
J.W. Goethe-Universität  
Robert-Mayer-Str. 6-10  
6000 Frankfurt

Dr. G. Friedel  
Höchst AG  
Abtlg. für Praktische Mathematik  
Postfach  
6230 Frankfurt 80

Dr. Heinz Bernau  
Institut für Rechentechnik und  
Automatisierung der  
Ungarischen Akademie der  
Wissenschaften  
Kende utca 13 - 17  
H-1502 Budapest XI, Ungarn

Dr. K. Ghavami  
Rua Professor Gastao Bahiano,  
496 Apt 502  
Rio de Janeiro/Copacabana  
Brasilien

Prof. Dr. Bruno Brosowski  
Fachbereich Mathematik der  
J.W. Goethe-Universität  
Robert-Mayer-Str. 6 - 10  
6000 Frankfurt

Prof. Dr. R. Gorenflo  
Institut für Mathematik III der  
Freien Universität Berlin  
Arnim Allee 2 - 6  
1000 Berlin 33

Doc. Dr. S. Ciperá  
CSc, Mathematisches Institut der  
Technischen Universität  
Suchbátarova 4  
16607 Praha  
CSSR

Dr. E. Halter  
Mathematisches Institut II der  
Universität Karlsruhe  
Engler Str. 2  
7500 Karlsruhe

Prof.Dr.E.B.Hansen  
Laboratory of Applied Mathematical  
Physics, The Technical University  
of Denmark  
Building 3o3 B  
28oo Lyngby , Dänemark

Prof.Dr.R.E.Kleinman  
Dept.of Mathematics  
University of Strathclyde,  
Livingstone Tower  
26 Richmond Street  
Glasgow G1 1XH /Schottland

Prof.Dr.J.Hejtmanek  
Lehrkanzel für Angewandte  
Mathematik der Universität Wien  
Wien  
Österreich

Prof.Dr.Werner Kraß  
Fachbereich Mathematik  
Technische Hochschule Darmstadt  
Schloßgarten Str. 7  
61oo Darmstadt

Dr.P.Jochum  
Mathematisches Institut der  
Universität München  
Theresien Str. 39  
8oo München 2

Prof.Dr.R.Leis  
Institut für Angewandte Mathematik  
Universität Bonn  
Wegeler Str. 1o  
53oo Bonn

Dr.R.Keil  
Rechenzentrum  
Steyrergasse 17  
A-8o1o Graz  
Österreich

Dipl.-Math.G.Leugering  
Fachbereich Mathematik der  
J.W.Goethe-Universität  
Robert-Mayer-Str. 6 - 1o  
6oo Frankfurt

Prof.Dr.K.Kirchgässner  
Mathematisches Institut A  
Universität Stuttgart  
Pfaffenwaldring 57  
7oo Stuttgart - 8o

Prof.Dr.E.Martensen  
Mathematisches Institut II der  
Universität Karlsruhe  
Engler-Str. 2  
75oo Karlsruhe

Dr.Andreas Kirsch  
Lehrstühle für Numerische und  
Angewandte Mathematik der  
Universität Göttingen  
Lotze Str. 16 - 18  
34oo Göttingen.

Prof.Dr.Joachim Maruhn  
Fachbereich Physik der  
J.W.Goethe-Universität  
Robert-Mayer Str. 2 - 4  
6oo Frankfurt



DR.Adam C.McBride  
Dept.of Mathematics  
University of Strathclyde,  
Livingstone Tower  
26 Richmond Street

Glasgow G1 1XH/ Schottland

Prof.Dr.J.Polasek  
Mathematisches Institut der  
Technischen Universität  
Suchbatarova 4

16607 Praha 6 / CSSR

Prof.Dr.E.Meister  
Fachbereich Mathematik der  
Technischen Hochschule Darmstadt  
Schloßgarten Str. 7

6100 Darmstadt

Dipl.-Math.Rolf Quetting  
Mathematisches Institut II der  
Universität Karlsruhe  
Engler Str. 2

7500 Karlsruhe

Prof.Dr.P.Mulser  
Fachbereich Physik der  
Technischen Hochschule Darmstadt  
Schloßgarten Str. 7

6100 Darmstadt

Prof.Dr.R.Rautmann  
Fachbereich Mathematik der  
Gesamthochschule Paderborn  
Warburger Str. 100

4790 Paderborn

Dipl.-Math.C.-D. Munz  
Mathematisches Institut II der  
Universität Karlsruhe  
Engler Str. 2

7500 Karlsruhe

Dr.Rembert Reemtsen  
Fachbereich Mathematik der  
Technischen Hochschule Darmstadt  
Schloßgarten Str. 7

6100 Darmstadt

Prof.Dr.F.Nožička  
Lehrstuhl für Numerische Mathematik  
Math.-Phys.Fakultät Universität  
Malostranské nám. 25

11000 Praha - Malá Strana  
CSSR

Prof.Dr.G.F.Roach  
Dept.of Mathematics  
University of Strathclyde  
Livingstone Tower  
26 Richmond Street

Glasgow G1 1XH/ Schottland

Dr.R.Picard  
Dept.of Mathematics  
University of Strathclyde  
Livingstone Tower  
26 Richmond Street

Glasgow G1 1XH/ Schottland

Prof.Dr.Walter Schempp  
Lehrstuhl für Mathematik I  
Gesamthochschule Siegen  
Hölderlin Str. 3

5900 Siegen

Priv.Doz.Dr.J.Scheuerle  
Mathematisches Institut A  
der Universität Stuttgart  
Pfaffenwaldring 57  
7000 Stuttgart 80

Dipl.-Math.Klaus Schnatz  
Fachbereich Mathematik der  
J.W.Goethe-Universität Frankfurt  
Robert-Mayer-Str. 6 - 10  
6000 Frankfurt

Dr.N.Vachenauer  
Fachbereich Mathematik der  
Technischen Universität München  
Arcis Str. 21  
8000 München 2

Dr.R.Wegmann  
Max-Planck-Institut für Physik  
und Astrophysik  
Föhringer Ring 6  
8000 München 23

Prof.Dr.W.L.Wendland  
Fachbereich Mathematik der  
Technischen Hochschule Darmstadt  
Schloßgarten Str. 7

6100 Darmstadt

Prof.Dr.P. Werner  
Mathematisches Institut A der  
Universität Stuttgart  
Pfaffenwaldring 57  
7000 Stuttgart

Dr.G.Wilks  
Dept.of Mathematics  
University of Strathclyde  
Livingstone Tower  
26 Richmond Street  
Glasgow G1 1XH/ Schottland