

MATHEMATISCHES FORSCHUNGSINSTITUT OBERWOLFACH

T a g u n g s b e r i c h t      15 /1982

p-adische Uniformisierung

12.4. bis 17. 4. 1982

Tagungsleiter: L. Gerritzen, Bochum  
M. van der Put, Groningen

Im Zentrum stand die Darstellung der Theorie der Mumfordkurven und die Theorie der abelschen Varietäten, die als analytische Tori über einem nichtarchimedischen Grundkörper repräsentiert werden können.

Nach einer elementaren Behandlung der Tateseschen elliptischen Kurven, der Thetafunktionen mehrerer Variablen und der automorphen Formen von p-adischen Schottkygruppen wurden die Grundzüge der nichtarchimedischen Analytischen Geometrie dargelegt. Es wurden die Ergebnisse von Manin-Drinfeld über Jacobische Varietäten von Mumfordkurven vorgetragen und über Resultate über Automorphismen und den Modulraum von Mumfordkurven wurde berichtet.

Schließlich wurde ein analytischer Beweis für den Reduktionssatz von Deligne-Mumford vorgeführt und die Konstruktion der analytischen universellen Überlagerung von Kurven dargelegt. In den beiden letzten Vorträgen wurde mit Hilfe des Neron-Modells ein Kriterium von Raynaud angegeben, wann eine abelsche Varietät eine Repräsentation als analytischer Torus gestattet.

Vortragsauszüge

F. LORENZ: Periodische Funktionen einer Variablen

Sei  $k$  ein komplett bewerteter Körper,  $C$  eine algebraische Hülle. Es wurden die grundlegenden Eigenschaften der auf  $C^X$  holomorphen bzw. meromorphen Funktionen besprochen, insbesondere deren Weierstraß'sche Produktdarstellungen (Satz von Schnirelmann). Als Anwendung wurden die Divisoren besprochen, die zu  $q$ -periodischen Funktionen gehören.

R. KLEIN: Der Körper der periodischen Funktionen als elliptischer Funktionenkörper

Zunächst wurde mit Hilfe des Riemann-Roch'schen Satzes gezeigt, daß der Körper der  $q$ -periodischen Funktionen über einem lokalen (d.h. komplett unter einer nichtarchimedischen Bewertung  $|\cdot|$ ) Grundkörper  $k$  ein elliptischer Funktionenkörper ist (im üblichen algebraischen Sinne). Während nun in der klassischen Situation ( $k = \mathbb{C}$ ) jeder elliptische Funktionenkörper als Körper periodischer Funktionen dargestellt werden kann, ist dies in der lokalen Situation nicht der Fall (Tate's Theorie).

Elliptische Funktionenkörper lassen sich (in jeder Charakteristik) durch die beiden Invarianten  $j$  und  $\gamma$  (Hasse-Invariante) eindeutig kennzeichnen, die im Fall  $\text{char}(k) \neq 2, 3$  in bekannter Weise aus der Weierstraß'schen Normalform abgeleitet werden. Nun kann man mit Hilfe einer  $q$ -periodischen Weierstraß'schen  $p$ -Funktion, die im klassischen im wesentlichen die  $q$ -Entwicklung der gewöhnlichen Weierstraß'schen  $\wp$ -Funktion ist (siehe Fricke, Elliptische Funktionen), eine universelle Darstellung der Invarianten  $j(q)$  des Körpers  $q$ -periodischer Funktionen

der Gestalt  $j(q) = \frac{1}{q} + R(q)$ ,  $R(x) \in \mathbb{Z}[[x]]$  erhalten. Über  $\mathbb{C}$  nimmt  $j$  jeden Wert an, und zwar unendlich oft, denn die modulare Funktion  $j$  ist invariant unter der Operation der modularen Gruppe. In der vorliegenden Situation jedoch zeigt  $j$  ein genau umgekehrtes Verhalten. Für  $0 < |q| < 1$  nimmt  $j(q)$  nur Werte  $v$  mit  $|v| > 1$  an, diese aber alle und genau einmal. Da die Hasse-invariante  $\gamma(q)$  eines  $q$ -periodischen Funktionenkörpers stets trivial ist, ergibt sich somit: Genau dann ist ein elliptischer Funktionenkörper  $F/k$  über einem lokalen Körper  $k$  ein Körper von  $q$ -periodischen Funktionen, wenn  $F/k$  Primdivisoren vom Grad 1 enthält,  $\gamma(F)$  trivial und  $|j(F)| > 1$  ist. Bedingt wird das Verhalten der Funktion  $j(q) = \frac{1}{q} + R(q)$  durch die Besonderheiten der Funktionentheorie über nichtarchimedisch bewerteten Grundkörpern (siehe P. Roquette, Analytic theory of elliptic functions over local fields).

E. KANI: Thetafunktionen mehrerer Variablen

Es sei  $k$  ein nicht-archimedisch bewerteter Körper,  $v = -\log || \cdot ||$ , die zugehörige (additive) Bewertung,  $G = \mathbb{G}_m^x, \dots, x \mathbb{G}_m^m$  der  $k$ -algebraische Torus der Dimension  $n$ , und  $H = \hat{G} (= \mathbb{Z}^n)$ . Eine Thetafunktion auf  $k$  bezüglich einer (torsionsfreien) Untergruppe  $\Gamma \subset G(k)$  ist eine Laurentreihe

$$\theta(z) = \sum_{i_1, \dots, i_n = -\infty}^{\infty} a_{(i)} z_1^{i_1} \dots z_n^{i_n} = \sum_{\chi \in H} a_{\chi} \chi(z) \text{ mit } a_{\chi} \in k, \text{ welche}$$

überall auf  $G(\bar{k})$  konvergiert und die der Transformationsregel

(\*)  $\theta(\gamma z) = \psi(\gamma) \rho(\gamma, \gamma) \sigma_{\gamma}(z) \theta(z)$ ,  $\forall \gamma \in \Gamma$  genügt; hierbei sind  $\psi : \Gamma \rightarrow k^{\times}$  und  $\sigma : \Gamma \rightarrow H(\gamma \rightarrow \sigma_{\gamma})$  Homomorphismen, und  $\rho : \Gamma \times \Gamma \rightarrow k^{\times}$  eine symmetrische Bilinearform mit  $\rho(\gamma, \gamma')^2 = \sigma_{\gamma}(\gamma')$ .

Ein Quotient zweier  $\Theta$ -Funktionen vom selben Typ  $(\sigma, \rho, \psi)$  heißt abelsche Funktion.

Satz 1: Es sei  $\rho\psi(\sigma) := [H : \sigma(\Gamma)] < \infty$ . Dann gibt es eine Thetafunktion  $\Theta \neq 0$  mit (\*) genau dann, wenn die Erweiterung der Bilinearform  $v \circ \rho : \Gamma \times \Gamma \rightarrow \mathbb{R}$  auf  $\Gamma \otimes \mathbb{R} \times \Gamma \otimes \mathbb{R}$  positiv definit ist. In diesem Fall heißt  $\sigma$  eine Polarisierung und es gilt  $\dim_k L(\sigma, \rho, \psi) = \rho\psi(\sigma)$  wenn  $L(\sigma, \rho, \psi)$  die Menge aller solchen Thetafunktionen bezeichnet.

Ist  $\sigma$  eine Polarisierung, so heißt

$$A(\sigma) = \bigoplus_{m \geq 0} L(\sigma^{2m}, \sigma^m, \psi)$$

der quadratische Ring der Thetafunktionen (bzgl.  $\sigma$ ).

Satz 2:  $A(\sigma)$  ist ein endlich erzeugter Ring, dessen Quotientenkörper (der homogenen Elemente vom Grad 0) mit dem Körper aller abelschen Funktionen übereinstimmt.

Schließlich wurde noch gezeigt, daß  $\text{Proj } A(\sigma)$  in natürlicher Weise eine abelsche Varietät ist und daß es einen Gruppenhomomorphismus

$$\phi_\sigma : G(k)/\Gamma \rightarrow \text{Proj } A(\sigma)$$

gibt.

E.-U. GEKELER: Fundamentalbereich für Schottky-Gruppen

Es sei  $K$  ein vollständiger, diskret bewerteter Körper mit algebraischem Abschluß  $\bar{K}$ . Der Bruhat-Tits-Baum  $\Delta$  für  $\text{PGL}(2, K)$  und seine Verallgemeinerung  $\hat{\Delta}$  für  $\bar{K}$  werden eingeführt, und mit ihrer Hilfe wird die Geometrie von Elementarbereichen in  $\mathbb{P}_1(\bar{K})$  untersucht.

Einer Schottky-Untergruppe  $\Gamma$  von  $\text{PGL}(2, K)$  ( $\Gamma$  ist endlich erzeugt und besteht aus hyperbolischen Elementen) entspricht ein Unterbaum  $\Delta_\Gamma$ , auf dem  $\Gamma$  frei operiert.  $\Gamma$  ist deshalb frei. Vermittels  $\Delta_\Gamma$  wird ein Fundamentalbereich von  $\Gamma$  auf dem Diskontinuitätsbereich  $\Omega$  von  $\Gamma$  konstruiert.

R. BERNDT: Automorphe Funktionen zu Schottky-Gruppen

Es sei  $k$  ein algebraisch abgeschlossener Körper,  $\Gamma$  eine Schottkygruppe in  $\text{PGL}(2, k)$  und  $\Omega \subset \mathbb{P}^1(k)$  der Bereich, auf dem  $\Gamma$  diskret operiert. Für  $a, b \in \Omega$  werden "Weierstraß-Produkte"

$$\mathcal{J}(a, b; z) = \prod_{\gamma \in \Gamma} \frac{z - \gamma a}{z - \gamma b}$$

eingeführt und als  $\Gamma$ -automorphe Formen erkannt. Es wird gezeigt, daß sich jede  $\Gamma$ -automorphe Form  $f$  auf  $\Omega$  schreiben läßt als

$$f(z) = a_0 \prod_{\text{endl.}} \mathcal{J}(a, b; z).$$

Ferner wird der klassische Siegelische Beweis übertragen um zu zeigen, daß der Körper der  $\Gamma$ -automorphen Funktionen auf  $\Omega$  endlich erzeugt ist und Transzendenzgrad 1 über  $k$  hat.

M. KNEBUSCH: p-adische analytische Funktionen I

Es wurden grundlegende Sätze über affinoiden Algebren zitiert. Sodann wurde auf dem Spektrum  $\text{Sp}A$  einer affinoiden Algebra eine Grothendiecktopologie und eine Garbe von lokalen Ringen installiert, so daß gilt: Die Algebrenhomomorphismen von  $A$  nach  $B$  entsprechen eindeutig den Morphismen zwischen den geringsten Räumen  $\text{Sp}B$  und  $\text{Sp}A$ . Ist  $A$  reduziert, so läßt sich  $A$  als Ring der holomorphen Funktion auf  $\text{Sp}A$  deuten.

H. DELFS: p-adische analytische Funktionen II

Zunächst wurden affinoiden und analytischen Räume über einem ultrametrisch vollständig bewerteten Körper  $K$  definiert. Anschließend wurde die analytische Struktur auf einer separierten  $K$ -Varietät, einem analytischen Torus und einer Mumford-Kurve erklärt. Eine Mumford-Kurve  $X$  ist analytisch isomorph zu einer glatten, irreduziblen, vollständigen Kurve vom Geschlecht  $g$ , wobei  $g$  der Rang der zu  $X$  gehörenden Schottky-Gruppe ist.

P. JARRAUD: Die Jacobische Varietät einer Mumfordkurve

Let  $K$  be a local field with valuation  $v$ ,  $\Gamma$  be a Schottky group and  $S = \Omega/\Gamma$  the associated Mumford curve.

If for  $\alpha, \beta$  in  $\Gamma$ ,  $a$  and  $z$  in  $\Omega$  we define  $Q(\alpha, \beta) = \frac{\mathcal{P}(a, \alpha a, z)}{\mathcal{P}(a, \alpha a, \beta z)}$  (notation of talk 5) the form  $Q$  is bimultiplicative, symmetric and for all  $\alpha$  not a commutative  $v(Q(\alpha, \alpha)) > 0$ . The proof (following Drinfeld) uses the tree  $\Delta_\Gamma$  (of talk 4) to express  $v(Q(\alpha, \alpha))$  in terms of a positive definite form on  $\Delta_\Gamma/\Gamma$ .

If  $T = \text{Hom}(\Gamma, K^*) \cong (K^*)^g$  ( $g = \text{genus}(S)$ ) putting

$\Lambda = \{c \in T \mid \exists \gamma \in \Gamma \forall \alpha \in \Gamma : c(\alpha) = Q(\alpha, \gamma)\}$   $\Lambda$  is a free discrete subgroup of  $T$  of rank  $g$ . Thus (by talk 7)  $J = T/\Lambda$  has a

structure of an analytic torus. The positivity of  $v(Q(\alpha, \alpha))$

implies (Talk 3) that  $J$  is an (algebraic) abelian variety.

The introduction of the Jacobi map  $j : S \rightarrow J$  and of its iterate  $S^{(g)} = S^g / \sigma_g \rightarrow J$ . ( $\sigma_g$  symmetric group on  $g$  letters) leads to the proof that  $J$  is the Jacobi Variety in the algebraic sense ( $S^{(g)} \cong$  effective divisors of degree  $g$  on  $S$ ).

G. MARTENS: Automorphismengruppen von Mumford-Kurven

Ist  $K$  algebraisch abgeschlossener Körper der Char. 0. so zeigt die Theorie der Weierstraßpunkte, daß eine glatte irreduzible projektive Kurve  $X/K$  vom Geschlecht  $g \geq 2$  eine endliche Automorphismengruppe  $\text{Aut}(X)$  besitzt (Schwarz-Klein'scher Satz), und die Riemann-Hurwitz'sche Relativgeschlechtsformel ergibt:  $|\text{Aut}(X)| \leq 84(g-1)$  (Hurwitz). Für endlich viele  $g$  exist. Kurven  $X/K$  vom Geschlecht  $g$  mit  $|\text{Aut}(X)| = 84(g-1)$  (erste Fälle bei  $g = 3$  und  $g = 7$ ). Ziel des Vortrags ist der Beweis von: Ist  $K$  Komplettierung eines algebraischen Abschlusses von  $\mathbb{Q}_p$ ,  $p > 5$ , Primzahl, und ist  $X/K$  eine Mumford-Kurve, so ist  $|\text{Aut}(X)| \leq 12(g-1)$ . (Für unendliche viele  $g$  ist die Abschätzung scharf). Insbesondere folgt, daß für unendliche viele  $g$  Kurven  $X/K$  exist., welche keine Mumford-Kurven sind (man wähle z.B. solche mit  $|\text{Aut}(X)| = 84(g-1)$ ). Zum Beweis des Satzes realisiert man die Mumford-Kurve  $X$  als  $X = \Omega/\Gamma$  ( $\Omega$  Diskontinuitätsgebiet für Schottky-Gruppe  $\Gamma$  vom Rang  $g \geq 2$ ), dann ist  $\text{Aut}(X) = N/\Gamma$  mit  $N$  = Normalsator von  $\Gamma$  in  $\text{PSL}_2(K)$ .  $N$  op. orientierungstreu auf dem Mumford-Baum  $B$  zu  $\Gamma$ , und Struktursätze von Karrass, Solitar et al. ermöglichen es,  $N$  als Baumprodukt endlicher Gruppen über dem Quotientenbaum  $\Delta = B/\Gamma$  zu betrachten [o.E. darf man  $\pi_1(B/\Gamma) = 0$  annehmen] und den Index  $(N:\Gamma)$  mit dem Rang  $g$  von  $\Gamma$  und den Stabilisatoren von  $G$  auf den Punkten und Kanten eines Repräsentantenbaumes von  $\Delta$  in  $B$  in Verbindung zu bringen. Die Analyse von Baumprodukten endlicher Gruppen in der  $\text{PSL}_2(K)$  (und die Kenntnis der endlichen Untergruppen von  $\text{PSL}_2(K)$ ) ergeben dann den obigen Satz über die Anzahl der Automorphismen der Mumford-Kurve  $X$ .

F. HERRLICH: Der Raum der Mumford-Kurven

Der p-adische Teichmüllerraum  $\tilde{\mathcal{T}}_g$  ist die Menge der normierten Basen von Schottkygruppen vom Rang g. Darauf operiert die Gruppe  $\Psi_g$  der äußeren Automorphismen der freien Gruppen vom Rang g, und der Bahnenraum  $\mathcal{M}_g = \tilde{\mathcal{T}}_g \text{ mod } \Psi_g$  ist die Menge der Isomorphieklassen von Mumfordkurven vom Geschlecht g. Der Teilraum  $\mathcal{X}_g \subset \tilde{\mathcal{T}}_g$  der Schottkybasen ist ein analytisches Polyeder und Fundamentalbereich in dem Sinn, daß  $\bigcup_{\phi \in \Psi_g} \phi(\mathcal{X}_g) = \tilde{\mathcal{T}}_g$  ist und  $\phi(\mathcal{X}_g) \cap \mathcal{X}_g \neq \emptyset$  nur für endlich viele  $\phi \in \Psi_g$ . Für einen endlichen zusammenhängenden Graphen G der zyklomatischen Zahl g mit Valenz  $\geq 3$  in jedem Knoten sei  $\mathcal{M}_g(G)$  die Teilmenge derjenigen Mumfordkurven, deren kanonischer Graph zu G isomorph ist. Zu einer Schottkybasis  $\zeta \in \mathcal{X}_g$  konstruiert man einen Achsenbaum  $A(\zeta)$ , d.h. einen maximalen Teilbaum sowie eine Numerierung und Orientierung der verbleibenden Kanten, des kanonischen Graphen der Mumfordkurve  $\mathcal{M}(\zeta)$ . Für einen Achsenbaum A eines Graphen G wie oben sei  $\mathcal{X}_g(A) := \{\zeta \in \mathcal{X}_g : A(\zeta) \cong A\}$ . Dann gilt:  $\mathcal{X}_g(A)$  ist analytisches Polyeder und  $\mathcal{M}_g(G) = \mathcal{X}_g(A) \text{ mod } \text{Aut } G$ . Die Aktion von G auf  $\mathcal{X}_g(A)$  läßt sich über die Fundamentalgruppe von G erklären. Schließlich gilt, daß  $\mathcal{M}_g(G_1) \cup \mathcal{M}_g(G_2)$  genau dann zusammenhängend ist, wenn  $G_1$  aus  $G_2$  durch Kontraktion einer Kante hervorgeht. Der dadurch erklärte Graph von  $\mathcal{M}_g$  ist für  $g = 2$  ein Baum, woraus man die bekannte Darstellung

$$\Psi_2 = \text{GL}_2(\mathbb{Z}) \cong D_4 *_{D_2} D_6 \text{ herleiten kann.}$$



W. LÖTKEBOHMERT: Reduktion algebraischer Kurven

Zu einem  $K$ -affinoiden Raum  $\mathcal{U} = \text{Sp} A$  hat man in kanonischer Weise einen  $\tilde{K}$ -affinen Raum  $\tilde{\mathcal{U}} = \text{Spec } \tilde{A}$ , die Reduktion. Nun betrachtet man nichtsinguläre, komplette Kurven  $X/K$  zusammen mit formellen Überdeckungen  $\mathcal{A} = \{U_1, \dots, U_n\}$ . Eine formelle Überdeckung  $\mathcal{A}$  gibt Anlaß zur Definition einer projektiv-algebraischen Kurve  $\tilde{X}_{\mathcal{A}}$ , der Reduktion bezüglich  $\mathcal{A}$ , über  $\tilde{K}$ . Man sagt nun: Eine formelle Überdeckung  $\mathcal{A}$  liefert eine stabile Reduktion, wenn  $\tilde{X}_{\mathcal{A}}$  höchstens gewöhnlich Doppelpunkte als Singularitäten hat.

Theorem: (van der Put) Ist  $K$  algebraisch abgeschlossen, so besitzt jede nichtsinguläre, komplette Kurve über  $K$  eine stabile Reduktion.

M. VAN DER PUT: The universal analytic covering of a curve

A morphism  $\pi : X \rightarrow Y$  of analytic spaces over  $K$  is called an analytic covering if  $Y$  has an admissible affinoid covering  $(U_i)_{i \in I}$  such that every  $\pi^{-1}(U_i)$  is a disjoint union  $\bigcup_j U_{ij}$  with  $\pi : U_{ij} \xrightarrow{\sim} U_i$ . Using the stable reduction of a non-singular projective curve  $X$  over  $K$  one can show:

Theorem 1:  $X$  has a universal analytic covering  $\Omega \rightarrow X$ .

In general  $\Omega$  is as difficult as  $X$ . Only in the special case where all the components of the stable reduction of  $X$  have genus 0, one obtains

Theorem 2:  $\Omega$  is isomorphic to a subspace of  $\mathbb{P}_k^1$  of the form  $\mathbb{P}_k^1 - a$  compact set. Using earlier results one can now prove:

Theorem 3: (D. Mumford) The following properties of  $X$  are equivalent:

- 1) The stable reduction of  $X$  has only components of genus 0.
- 2)  $X \cong \Omega/\Gamma$  where  $\Gamma$  is a Schottky group.

Curves having the equivalent properties of Thm. 3 are called Mumford-curves by a steadily growing group of mathematicians. One should note that the analytic universal covering  $\Omega \rightarrow X$  is not rich enough to produce all the etale coverings of the curve  $X$ .

#### U. STUHLER: Das Mumford-Schema

Es wurde zu einer hyperbolisch diskreten Gruppe  $\Gamma \subset \text{PGL}_2(K)$ ,  $K$  ein lokaler Körper, die zugehörige Mumfordkurve  $X_\Gamma$  konstruiert. Das ging in folgenden Schritten:

- 1) Konstruktion von Schemata  $\mathbb{P}(\Delta)$  zu Bäumen  $\Delta$  ( $\Delta_K$  von lokalendlichem Typ,  $\Delta_K$  das Bruhat-Tits-Gebäude zu  $K$ ) durch sukzessive Aufblasung.
- 2) Bildung des zugehörigen formalen Schemas  $\mathcal{P}(\Delta)$  durch Komplettierung nach dem die abgeschlossene Faser definierenden Ideal.
- 3) Konstruktion eines geeigneten Baumes  $\Delta_\Gamma$  zu  $\Gamma$  mit erforderlichen Eigenschaften.
- 4) Konstruktion des Quotienten  $\mathcal{P}(\Delta_\Gamma)/\Gamma$ . Dieser wurde noch algebraisiert und schon hat man die Mumfordkurve  $X_\Gamma$ .

Es wurde noch kurz erläutert, wie man weitere Beispiele von hyperbolischen Gruppen als Einheit=gruppen von geringsten Quaternionenalgebren erhält und ihren Diskontinuitätsbereich  $\Omega$  bestimmen kann. Vorher wurde noch angedeutet, daß man

$\Omega/\Gamma \cong X_\Gamma(K)$  hat mit  $\Omega = \mathbb{P}_1(K) \setminus \bar{\Sigma}$ ,  $\Sigma$  die Menge der Fixpunkte in  $\mathbb{P}_1(K)$  von Elementen  $e \neq \gamma \in \Gamma$ .

P. SCHNEIDER: Das Néron-minimale Modell einer abelschen Varietät

Es wurde erläutert, daß jede abelsche Varietät  $A$  über einem lokalen Körper  $K$  eine kanonische Fortsetzung zu einem glatten kommutativen Gruppenschema  $\mathcal{A}$  über dem Bewertungsring  $0 \leq K$  besitzt mit der Eigenschaft  $\mathcal{A}(S) = \mathcal{A}(S \times_K K)$  für jedes glatte  $O$ -Schema  $S$ .

Die spezielle Faser  $\mathcal{A}_k$  von  $\mathcal{A}$  über dem Restklassenkörper  $k$  von  $O$  heißt Reduktion von  $A$ . Nach dem Satz von Chevalley ist die Zusammenhangskomponente  $\mathcal{A}_k^0$  Erweiterung einer abelschen Varietät mit einer linearen Gruppe  $L$ . Man sagt,  $A$  hat gute bzw. semistabile Reduktion, falls  $L = 0$  bzw.  $L$  ein Torus ist.

Der Grund für diese Bezeichnungen findet sich darin, daß dann die Bildung von  $\mathcal{A}_k$  bzw.  $\mathcal{A}_k^0$  mit bel. Basiswechsel vertauscht, was im allgemeinen nicht der Fall ist.

Im Falle einer elliptischen Kurve  $E$  läßt sich das Néron-Modell von  $E$  in kanonischer Weise zu einem regulären projektiven (aber i.a. nicht glatten)  $O$ -Schema  $\mathcal{E}$  kompaktifizieren, welches als das minimale Modell von  $E$  bezeichnet wird. Die möglichen Typen von speziellen Fasern lassen sich nach Néron vollständig klassifizieren. Als Beispiel wurde gezeigt, daß die Tate-Kurve zerfallende multiplikative Reduktion besitzt.

Sei  $I$  die Trägheitsgruppe in der absoluten Galoisgruppe  $G_K$  von  $K$  und  $T_1(A)$  der Tate-Modul von  $A$  zu einer Primzahl  $l \neq \text{char } k$ .

Die allgemeine Philosophie besagt, daß der Reduktionstyp von  $A$  vollständig aus der Operation von  $I$  auf  $T_1(A)$  ablesbar ist. Als Bestätigung hierfür wurde das Kriterium von Néron-Ogg-Safarevič bewiesen:  $A$  hat gute Reduktion genau dann, wenn  $I$  trivial auf

$T_1(A)$  operiert.

### G. TAMME: Stabile Reduktion einer abelschen Varietät

Im ersten Teil des Vortrags ging es um das Orthogonalitätstheorem über den torischen Anteil  $T_1(A)^{\text{tor}}$  des Tatemoduls  $T_1(A)$  einer abelschen Varietät  $A$  über einem diskret bewerteten Körper  $K$  und seine Konsequenzen:

Das galoistheoretische Kriterium für stabile Reduktion und das Stabilitätstheorem für abelsche Varietäten.

Der zweite Teil befaßte sich mit Zusammenhang der Reduktion einer glatten geometrisch integren vollständigen Kurve  $C$  über  $K$  und der Jacobischen  $J = \text{Pic}_{C/K}^0$ . Behandelt wurden die Resultate von M. Raynaud (IHES 32) über die Darstellbarkeit des relativen Picardfunktors  $\text{Pic}_{\mathcal{C}/S}^0$  zum minimalen Modell  $\mathcal{C} \rightarrow S$  von  $C$  den Zusammenhang von  $\text{Pic}_{\mathcal{C}/S}^0$  mit dem Néron-Modell  $\gamma$  der Jacobischen. Anschließend wurde der Satz von Deligne-Mumford erläutert, wonach eine Kurve  $C$  stabile Reduktion genau dann besitzt, wenn ihre Jacobische  $J$  stabile Reduktion hat.

Im dritten Teil wurde eine Beweisskizze für den algebraischen Teil des folgenden Uniformisierungstheorems von M Raynaud, Nizza 1970, gegeben:

Sei  $A$  eine abelsche Varietät mit stabiler Reduktion über einem vollständigen diskret bewerteten Körper  $K$ . Dann ist  $A$  analytisch isomorph zu einer Gruppe  $E/A$ , wobei  $E$  Erweiterung einer abelschen Varietät  $B$  mit guter Reduktion mit einem Torus  $T$  ist, und wobei  $A$  eine diskrete freie Untergruppe vom Rang  $\dim T$  ist.

Berichterstatter: L. Gerritzen

Tagungsteilnehmer

Prof. Dr. R. Bernd  
Math. Institut  
Universität Hamburg  
Bundesstr. 55  
2000 Hamburg 13

Prof. Dr. W.D. Geyer  
Math. Institut  
Universität Erlangen  
Bismarckstr. 11/2  
8520 Erlangen

Prof. Dr. Th. Bröcker  
Fachbereich Mathematik  
Universität Regensburg  
Universitätsstr. 31  
8400 Regensburg

Prof. Dr. G. Harder  
Math. Institut  
Universität Bonn  
Berlingstr. 1  
5300 Bonn

Dr. H. Delfs  
Fachbereich Mathematik  
Universität Regensburg  
Universitätsstr. 31  
8400 Regensburg

Dr. E. Heinrich  
Math. Institut  
Universität Bochum  
Postfach 102 148  
4630 Bochum

Prof. Dr. J. Fresnel  
Dept of Math.  
Univ. Bordeaux 1  
351 cours de la Liberation  
33405 Talence  
Frankreich

Dr. F. Herrlich  
Math. Institut  
Universität Bochum  
Postfach 102 148  
4630 Bochum

Dr. E.-U. Gekeler  
Math. Institut  
Universität Bonn  
Berlingstr. 1  
5300 Bonn

Dr. U. Jannsen  
Fachbereich Mathematik  
Universität Regensburg  
Universitätsstr. 31  
8400 Regensburg

Prof. Dr. L. Gerritzen  
Math. Institut  
Universität Bochum  
Postfach 102 148  
4630 Bochum

P. Jarraud  
Univ. Paris 6  
Mathematiques 45-46 5<sup>e</sup> Etage  
2 Place Jussieu  
75230 Paris Cedex 05  
Frankreich

Dr. E. Kani  
Math. Institut  
Universität Heidelberg  
Im Neuenheimer Feld 288  
6900 Heidelberg

B.H. Matzat  
Math. Institut  
Universität Karlsruhe  
Englerstr. 2  
7500 Karlsruhe

Dr. I. Kersten  
Fachbereich Mathematik  
Universität Regensburg  
Universitätsstr. 31  
8400 Regensburg

Dr. G. Martens  
Math. Institut  
Universität Erlangen  
Bismarckstr. 1<sup>1</sup>/<sub>2</sub>  
8520 Erlangen

R. Klein  
Math. Institut  
Universität Erlangen  
Bismarckstr. 1<sup>1</sup>/<sub>2</sub>  
8520 Erlangen

Prof. Dr. M. Matignon  
U.E.R. de Math. et d'inform.  
Univ. Bordeaux I  
351 cours de la Libération  
33405 Talence  
Frankreich

Dr. N. Klingen  
Max-Planck-Institut  
für Mathematik  
Gottfried-Claren-Str. 26  
5300 Bonn 3

Prof. Dr. L. Miller  
Math. Institut  
Universität Karlsruhe  
Englerstr. 2  
7500 Karlsruhe 1

Prof. Dr. M. Knebusch  
Math. Institut  
Universität Regensburg  
Universitätsstr. 31  
8400 Regensburg

Prof. Dr. H.-J. Nastold  
Math. Institut  
Universität Münster  
Roxeler Str. 64  
4400 Münster

Prof. Dr. F. Lorenz  
Math. Institut  
Universität Münster  
Roxeler Str. 64  
4400 Münster

Prof. Dr. J. Neukirch  
Math. Institut  
Universität Regensburg  
Universitätsstr. 31  
8400 Regensburg

Dr. W. Lütkebohmert  
Math. Institut  
Universität Münster  
Roxeler Str. 64  
4400 Münster

Prof. Dr. A. Prestel  
Math. Institut  
Universität Konstanz  
Postfach 5560  
7750 Konstanz

Prof. Dr. M. van der Put  
Dept. of Math.  
Rijksuniv. th Groningen  
Hoobouw, WSN  
Univ.-Komplex Paddepoel  
Postbus 800  
9700 AV Groningen

Dr. W. Seiler  
Math. Institut  
Universität Karlsruhe  
Englerstr. 2  
7500 Karlsruhe 1

Dr. M. Polzin  
U.E.R. de Math. et d'inform  
351 cours de la Libération  
33405 Talence  
Frankreich

Dr. P. Schneider  
Math. Institut  
Universität Regensburg  
Universitätsstr. 31  
8400 Regensburg

M. Piwek  
Math. Institut  
Universität Bochum  
Postfach 102 148  
4630 Bochum 1

Dr. W. Stuhler  
Math. Institut  
Gesamthochschule Wuppertal  
Gaußstr. 20  
5600 Wuppertal

W. Radtke  
Math. Institut  
Universität Bochum  
Postfach 102 148  
4630 Bochum

Prof. Dr. G. Tamme  
Math. Institut  
Universität Regensburg  
Universitätsstr. 31  
8400 Regensburg

Dr. M. Reservat  
U.E.R. de Math. et d'inform  
Univ. de Bordaux I  
351 cours de la Libération  
33405 Talence  
Frankreich

Dr. R Weissauer  
Math. Institut  
Universität Heidelberg  
Im Neuenheimer Feld 288  
6900 Heidelberg

W. Ruppert  
Math. Institut  
Universität Erlangen  
Bismarckstr. 1<sup>1/2</sup>  
8520 Erlangen

Dr. K. Wingberg  
Math. Institut  
Universität Regensburg  
Universitätsstr. 31  
8400 Regensburg

