Math. Forschungsinstitut
Oberwolfach
E 20 /01808

MATHEMATISCHES FORSCHUNGSINSTITUT OBERWOLFACH

Tagungsbericht 24/1982

Differential-Differenzengleichungen, Anwendungen und numerische Probleme

6.6. - 12.6.1982

Die Tagung fand unter der Leitung von Herrn L.Collatz (Hamburg), Herrn G.Meinardus (Mannheim) und Herrn W.Wetterling (Enschede) statt. Sie war die erste über diesen Gegenstand in Oberwolfach und wurde von Teilnehmern aus zehn Ländern besucht.

In einer Vielzahl von Anwendungen registriert man das verstärkte Auftreten von Differential-Differenzengleichungen. Als Beispiele seien hier Modelle der mathematischen Biologie und der Medizin genannt, aber auch wichtige Fragen zur Numerik der zugehörigen Lösungsverfahren. Die obige Tagung hatte das Ziel, die verschiedenen Aspekte dieses noch recht heterogen erscheinenden mathematischen Forschungszweiges deutlich zu machen, Gemeinsamkeiten in Diskussionen und Vorträgen herauszuarbeiten und auch jüngere Teilnehmer zu wissenschaftlicher Arbeit auf diesem zukunftsträchtigen Gebiet anzuregen.

Gefördert durch
DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft
©

Es fanden 29 Vorträge statt, die bei verschiedenen Motivationen zu durchaus verschiedenartigen mathematischen Problemen führen. Als Beispiele seien genannt: Periodische Lösungen diskreter Gleichungen und retardierter Differentialgleichungen, Behandlung biologischer und medizinischer Modelle, spezielle Differenzengleichungen mit multiplikativer Verzögerung, Differenzengleichungen bei kardinalen Splinefunktionen, Maximumprinzip im retardierten Fall, Faktorisierungen verschiedener Art von Differenzengleichungen, Stabilitätsfragen und globale Fehlerschranken bei den numerischen Verfahren.

Die vom ersten Tage an reichen Diskussionsbeiträge lassen eine anregende Wirkung dieser Tagung auf die mathematische Forschungsarbeit auf diesem Gebiet erhoffen und erkennen. Ein Erfolg in dieser Richtung käme auch dem dringenden Bedürfnis nach der Lösung einer großen Zahl von Problemen aus den Anwendungen entgegen.

Zu dem vollen Erfolg der Tagung trugen auch die idealen Möglichkeiten bei, die das Forschungsinstitut in jeder Hinsicht bietet. Die Teilnehmer der Tagung danken dem Direktor des Instituts, Herrn Prof. Dr. M.Barner, und seinen Mitarbeitern für die organisatorische Unterstützung bei der Vorbereitung und Durchführung der Tagung.

H.Arndt(Bonn)

Gefördert durch DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft ©

Vortragsauszüge

J. Albrecht:

EINE EIGENWERTAUFGABE MIT EINER FUNKTIONAL-DIFFERENTIALGLEICHUNG

Für die Schar von Eigenwertaufgaben [1]

$$\left.\begin{array}{l} -u''(x) = \lambda\{\alpha u(1-x)+(1-\alpha)u(x)\} \quad \text{in} \quad 0 < x < 1 \quad (0 \leq \alpha \leq 1) \\ u(0) = 0 \quad , \quad u'(1) = 0 \end{array}\right\} \quad (1)$$

wurde die exakte Lösung mitgeteilt (Fallunterscheidung:
1) $0 \leq \alpha < 1/2$; 2) $\alpha = 1/2$; 3) $1/2 < \alpha \leq 1$).

Für die Eigenwertaufgabe [1]

$$\left.\begin{array}{lll} -(\Delta u)(x,y) = \lambda u(1-x,1-y) & \text{in} & 0<x,y<1 \\ u(0,y) = 0 \quad , \quad u_x(1,y) = 0 & \text{auf} & 0<y<1 \\ u(x,0) = 0 \quad , \quad u_y(x,1) = 0 & \text{auf} & 0<x<1 \end{array}\right\} \quad (2)$$

wurden nach den Verfahren von Ritz und Lehmann-Maehly obere und untere Eigenwertschranken berechnet, letztere mit Hilfe eines von Goerisch [2] angegebenen Stufenverfahrens, das auf einer Einbettung von (2) in eine zu (1) analoge Schar von Eigenwertaufgaben beruht.

[1] L. Collatz : Numerische Behandlung von Differentialgleichungen, Berlin-Göttingen-Heidelberg 1951

[2] F. Goerisch: Ein Stufenverfahren zur Berechnung von Eigenwertschranken, erscheint in Nova Acta Leopoldina, Leipzig.

Hermann Alder:

NUMERISCHE BEHANDLUNG DER PLATTENAUFGABE MIT KRITISCHEN RANDPUNKTEN

In dieser Arbeit handelt es sich um eine Formel der finiten differenzen Methode herzustellen, welche den negativen Effekt von Singularitäten am Rande des Definitionsgebietes, an der Lösung der Plattengleichung beseitigt. Man benutzt dazu das Prinzip, welches man an der Lösung der Laplacegleichung angewendet hat.
Die Verbesserungen an den Werten der Lösungen sind von großem Wert, da man den Rechenaufwand verringert und deshalb Zeit und Speicher an der Rechenmaschine spart.

Gefördert durch
DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft
©

H. Arndt:

DER EINFLUSS DER INTERPOLATION AUF DEN GLOBALEN FEHLER BEI RETARDIERTEN DIFFERENTIALGLEICHUNGEN

Betrachtet wird das retardierte Anfangswertproblem

$$y'(x) = f(x,y(x),y(x-\tau)) \quad \text{für} \quad x \geq x_0 \,,$$
$$y(x) = \Psi(x) \quad \text{für} \quad x \leq x_0 \,,$$

wobei die Verzögerung $\tau = \tau(x,y(x)) \geq 0$ zustandsabhängig sein darf. Bei der numerischen Behandlung dieses Problems wird der Funktionswert $y(x-\tau)$ am retardierten Argument i.a. durch einen mittels Interpolation gewonnenen Funktionswert $u(x-\tau)$ ersetzt, wodurch man eine "benachbarte Differentialgleichung" erhält. Unter Einbeziehung dieser Tatsache gelingt es, eine Abschätzung für den globalen Fehler anzugeben, die nur numerisch kontrollierbare Größen enthält, insbesondere die Integrations- und Interpolationsfehler der verwendeten Verfahren.

F.M. Arscott:

ANWENDUNGEN VON DIFFERENTIAL-DIFFERENZENGLEICHUNGEN BEI DER LÖSUNG VON DIFFERENTIALGLEICHUNGEN DURCH REIHENENTWICKLUNGEN

We are interested in solving an ordinary linear differential equation $L_D y(x) = 0$ as a series $\Sigma \alpha_r u_r(x)$, where $\underset{\sim}{u}(x) = \{u_r(x)\}$ is a chosen sequence of functions. This method succeeds only when we can convert the differential equation into a difference equation for the sequence $\underset{\sim}{\alpha} = \{\alpha_r\}$ and this difference equation can be solved either explicitly or numerically. In order to achieve this, $u(x)$ must be such as to satisfy a difference-differential equation of the form $L_D \underset{\sim}{u}(x) = M_\Delta \underset{\sim}{u}(x)$ where M_Δ is a difference operator.

Then the difference equation for $\underset{\sim}{\alpha}$ is $M^*_\Delta \underset{\sim}{\alpha} = 0$, where M^*_Δ is the adjoint of M_Δ in a suitable sequence space.

The important question is: how can we choose the expansion functions $u_r(x)$ so that u satisfies a difference-differential equation of the above type in which M_Δ (and hence M^*_Δ) is as simple as possible (for example, of lowest possible order)?

Gefördert durch DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft ©

K. Böhmer:

MASCHENUNABHÄNGIGKEIT BEIM NEWTON-VERFAHREN UND SCHRITTWEITENSTEUERUNG

Große Systeme von Differenzengleichungen entstehen bei der Diskretisierung von Differentialgleichungen. Zur Lösung dieser Systeme verwendet man oft Newton-Verfahren. Mit der exakten Lösung z bzw. dem Startwert z_o für das Differentialgleichungsproblem und z^h bzw. z_o^h (= Restriktion von z_o) für das Differenzenproblem sei $M(\varepsilon)$ bzw. $M^h(\varepsilon)$ die Mindestiterationszahl zur Erreichung der Genauigkeit ε im Differential- bzw. Differenzenproblem, dann gilt für genügend kleine h $M(\varepsilon) = M^h(\varepsilon)$. Diese Tatsache wird ausgenützt, um in Zwischenschrittweiten von h_o über $h_1, \ldots$ bis h die Näherung z^h effektiv zu berechnen.

E. Bohl:

BERECHNUNG VIELER LÖSUNGEN FÜR DISKRETE MODELLE AUS DER BIOLOGIE UND DER CHEMIE

Es wurde ein diskretes Modell der Form $Ax = \mu F(x,\lambda)$ mit einem verwickelten Verzweigungsbild vorgestellt. Für festes λ sollten möglichst viele Lösungen berechnet werden. Hierzu wurde ein Verfahren angegeben, welches auf der Spaltung des Gleichungssystems in zwei Teile beruht. Jeder Teil gibt Anlaß zu einem Lösungsgebilde. Beide werden zu einem Lösungsgebilde des gesamten Systems zusammengefügt.

L. Collatz:

ZUR EINSCHLIESSUNG DER LÖSUNGEN BEI ERZWUNGENEN RETARDIERTEN SCHWINGUNGEN

Für Gleichungen der Form $u''(t) + au(t) + bu(t-\tau(t)) = f(t)$ [$f(t)$ gegebene Funktion der Periode T, $\tau(t)$ gegebene Verzögerungsfunktion, a,b Konstanten, $u(t)$ gesucht] wurden unter gewissen Voraussetzungen über die Koeffizienten von Bellen und Zennaro Maximum- bzw. Minimumprinzipien hergeleitet, welche die Grundlage für Monotonieaussagen und damit für die numerische Berechnung periodischer Lösungen $u(t)$ mit Hilfe von Approximations- und Optimierungsmethoden ergeben. Es wird über numerische Erfahrung berichtet; dabei lieferte die Methode mit geringem Rechenaufwand enge Einschliessungsintervalle für $u(t)$.

Gefördert durch DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

L. Collatz:

ANWACHSENDE SCHWINGUNGEN BEI EINIGEN DIFFERENZENGLEICHUNGEN MIT VERZÖGERUNGSGLIED

Es wird eine Differenzengleichung mit Verzögerungsglied betrachtet

$$y(n) = y(n-1) - y([\alpha n]) \qquad (n=1,2,\ldots) \, ,$$

wobei α eine gegebene Konstante mit $0 < \alpha < 1$ ist ($[z]$ = größte ganze Zahl $\leq z$). $n = 0$ ist singuläre Stelle. Man hat $0 < \alpha < \frac{1}{2}$ und $\frac{1}{2} \leq \alpha < 1$ zu unterscheiden. Für $\alpha \geq \frac{1}{2}$ gibt es als für alle n gültige Lösung nur $y(n) \equiv 0$, aber für $n \geq n_0$ bei passendem n_0 unter einer zusätzlichen Annahme über Anfangswerte schwingungsartige Lösungen mit unbeschränkt wachsenden "Amplituden" und "Schwingungsdauern". Derselbe Schwingungscharakter tritt auch für $0 < \alpha < \frac{1}{2}$ für alle $n > 0$ und bei der zugehörigen kontinuierlichen Differentialgleichung $y'(x) = -cy(\alpha x)$ auf.

Ludwig J. Cromme:

MONOTONE DYNAMISCHE SYSTEME

Ein dynamisches System heißt monoton, wenn für zwei Lösungskurven x und y aus $x(0) \leq y(0)$ (komponentenweise) folgt: $x(t) < y(t)$ für alle $t \geq 0$, soweit $x(t)$ und $y(t)$ definiert sind.

Fast alle Lösungen eines monotonen dynamischen Systems, die weder gegen unendlich noch gegen den Rand des zugrunde liegenden Systems gehen, konvergieren gegen die Menge der stationären Punkte. Für diesen Satz von Morris W. Hirsch geben wir einen neuen Bewies, der im Gegensatz zum ursprünglichen Beweis von Hirsch mit elementaren Hilfsmitteln auskommt.

Anwendungen und numerische Konsequenzen sollen kurz angeschnitten werden.

Wolfgang Dahmen:

(gemeinsame Arbeit mit A.S. Cavaretta, C.A. Micchelli, P.W. Smith)

FAKTORISIERUNG TOTAL POSITIVER BAND-MATRIZEN

Wir befassen uns mit einer Klasse von linearen Differenzengleichungen, die typischerweise von Splineinterpolation bezüglich biinfiniter periodischer Knotenfolgen herrühren. Dies führt zur Betrachtung von biinfiniten total positiven Block-Toeplitz m-Band-Matrizen $A = (A_{i-j})_{i,j \in \mathbb{Z}}$,

Gefördert durch DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

©

$A_i' = (a_{l,k}^{(i)})_{l,k=1}^{N}$, $A_i \equiv 0$, $i < 0$, $i > q$ für ein $q \in \mathbb{N}$. Definiert man das ((N×N) matrixwertige) 'Symbol' $A(z) = \sum_{j=0}^{q} A_j z^j$, so läßt sich zeigen, daß $\det A(z)$ nur reelle Nullstellen vom Vorzeichen $(-1)^N$ hat, so daß $Ax = y$ auf l_∞ genau dann invertierbar ist, wenn $\det A((-1)^N) \neq 0$ gilt. Tatsächlich beruht die Bestimmung der Nullstellen von $\det A(z)$ auf dem allgemeineren Resultat, daß jede beliebig biinfinite total positive strikte m-Band-Matrix, (die nicht notwendigerweise Block-Toeplitz Struktur hat), sich in ein Produkt von m (total) positiven 1-Band-Matrizen faktorisieren läßt. Ferner wird die Eindeutigkeit solcher Faktorisierungen diskutiert.

Eugène Ehrhart

ZUR METHODE DER UNBESTIMMTEN PERIODISCHEN ZAHLEN

We explain the method by an example: Find the number u_n of diophantine triangles of perimeter n . Our polyhedron method gives fast the form of u_n:

$$48\, u_n = n^2 + [a,b]\,n + [a',b',0] + [a'',b'',c'',0] \quad .$$

The periodic number $u_n = [u_1,u_2,\ldots,u_k]$ equals the u_i whose $i \equiv n$, mod.k. We determine the periodic numbers by some initial values of u_n and v_n , associated by our reciprocity law. With the notation of the nearest integer

$$u_n = \left\| \frac{n^2 + [6,0]\,n}{48} \right\| \quad .$$

M. de Gee:

NUMERICAL SOLUTIONS OF FUNCTIONAL DIFFERENTIAL EQUATIONS: ASYMPTOTIC BEHAVIOUR AND CHARACTERISTIC ROOTS

In general, solutions of FDE's will not be smooth, but will habe jump discontinuities in their derivatives up from the first. However, in many cases these jump discontinuities can be calculated in position and value. Thus they may be substracted from the solution, and an FDE with a smooth solution is obtained. This smooth solution can be approximated with high order by a linear multistep method. Two questions will be discussed:

1) If the solution is not smooth enough, what happens to the order of the numerical approximation?

2) If the solution is more than smooth enough, is it possible to derive an asymptotic expansion of the error in terms of the stepsize (Gragg-Stetter theory)?

Gefördert durch DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft ©

K.P. Hadeler:

(gemeinsam mit K. Dietz)

EIN EPIDEMIE-MODELL MIT DISKRETER PARASITENZAHL

In den klassischen Epidemie-Modellen wird die Population in Klassen (gesund, krank, immun) eingeteilt, deren Dichten Differentialgleichungen genügen, die nach dem Massenwirkungsgesetz gebildet werden. Hier wird ein Modell entwickelt, bei dem die Wirtspopulation nach dem Alter und der diskreten Zahl der Parasiten pro Wirt klassifiziert wird. Ein solches Modell ist sinnvoll, wenn jeweils nur wenige Parasiten auftreten und diese die Mortalität des Wirts beeinflussen.
Über eine erzeugende Funktion führt dies Modell auf eine partielle Differentialgleichung 1. Ordnung mit Integraltermen. Bisherige Ergebnisse: Lokale Existenz, Existenz und Bifurkation stationärer Zustände, Stabilität des trivialen stationären Zustands bis zur Bifurkation hin.

U. an der Heiden:

DIE KOMPLEXE DYNAMIK EINER DIFFERENTIAL-DIFFERENZENGLEICHUNG AUS DER BIOLOGIE

Die retardierte Differentialgleichung $\dot{x}(t) = f(x(t-1)) - \alpha x(t)$ ist von mehreren Forschern (Lasota & Washewska, Mackey & Glass, Coleman & Renninger) unabhängig voneinander aufgestellt worden, um Prozesse der Blutbildung, des Populationswachstums, der Atmung, neuronaler Aktivität und der Stoffwechselregulation zu modellieren. Wir zeigen, daß die Lösungen dieser Gleichung einen bemerkenswerten Reichtum von Strukturen entfalten in Abhängigkeit von der Nichtlinearität $f: \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}_+$, dem Zerfallsparameter $\alpha > 0$ und den Anfangsbedingungen. Es kommen eine oder mehrere stationäre Lösungen in Verbindung mit Hysteresisphänomenen vor, sowie stabile und instabile Grenzzyklen. Diese Zyklen können sehr kompliziert sein, indem sie eine beliebige Anzahl von Extrema innerhalb der kleinsten Periode haben können. Es gibt sogar Funktionen f und Parameter α, zu denen unendlich viele aperiodische, quasi-zufällige Lösungen existieren. Ein solcher chaotischer Fluß kann ergodisch und mischend sein.

Literatur: U. an der Heiden, H.-O. Walther: Existence of chaos in control systems with delayed feedback, J.Diff.Equs (in press)

U. an der Heiden, M.C. Mackey: The dynamics of production and destruction-analytic insight into complex behavior (submitted to J.Math.Biol.)

Gefördert durch DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

©

Joseph Hersch:

ZELLENFUNKTIONEN, KOHÄRENZ UND ERWEITERTE SYMMETRIEN BEI DIFFERENZEN-METHODEN

Die Verwendung von Zellenfunktionen ist "dual" zu derjenigen von Knotenfunktionen. Einer Zelle wird eine Zahl zugeordnet, welche dort den Mittelwert der kontinuierlichen Lösungsfunktion annähert. Durch Extremalprinzipien definierte Gebietsfunktionale werden im umgekehrten Sinne abgeschätzt als mit Knotenfunktionen.
Eine Differenzenmethode heißt "kohärent", wenn die Gleichungen zu verschiedenen Maschenweiten einander nicht widersprechen. Kohärente Methoden geben bei elementarsten Problemen genaue Lösungen, i.a. aber besonders gute Näherungen.
Nicht nur in symmetrischen Gebieten, auch bei "erweiterter Symmetrie" kann man die Anzahl der Unbekannten reduzieren: nicht das Gebiet selbst, sondern die Klasse der darin zugelassenen Funktionen weist eine gewisse Symmetrie auf.

Manfred Hollenhorst:

FEHLERABSCHÄTZUNGEN BEIM VERFAHREN VON CARATHEODORY-FEJER

Zunächst werden zwei Abschätzungen des Fehlers angegeben, der entsteht, wenn man aus der Lösung des Caratheodory-Fejerschen Minimumproblems durch Abschneiden der negativen z-Potenzen ein Approximationspolynom an ein Polynom höheren Grades bildet, und zwar einerseits für geometrisch fallende und andererseits für monoton fallende Koeffizienten des gegebenen Polynoms.
Ausgehend davon wird gezeigt, daß man bei diesem Vorgehen für wachsende Polynomgrade und wachsende Anzahl von Koeffizienten im Caratheodory-Fejer-Verfahren eine asymptotisch beste Polynomapproximation erhält.

P.J. van der Houwen:

IMPROVED ABSOLUTE STABILITY OF PREDICTOR-CORRECTOR METHODS FOR RETARDED DIFFERENTIAL EQUATIONS

The absolute stability of predictor-corrector type methods is investigated for retarded differential equations. The stability test equation is of the form $dy(t)/dt = ay(t) + by(t-c)$ where a,b and c are

Gefördert durch DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft ©

constants ($c > 0$). By generalizing the conventional predictor-corrector methods it is possible to improve the stability region in the $(a\,h, b\,h)$-plane considerably. In particular, methods based on extrapolation-predictors and backward differentiation-correctors are studied.

G.R. Joubert:

SOLUTION OF TRIDIAGONAL LINEAR SYSTEMS WITH A PARALLEL COMPUTER

The solution of tridiagonal linear systems of equations with the aid of a MIMD (multiple-instruction multiple-data stream) parallel computer with two processors is considered. Of the methods discussed it appears that reduction to bidiagonal form is the most efficient direct and the Jacobi-iteration the most efficient iterative method. Numerical results substantiate these conclusions.

W. Krabs:

ÜBER DIE EXISTENZ POSITIVER PERIODISCHER LÖSUNGEN BEI EINEM ALLGEMEINEN LINEAREN DIFFUSIONSMODELL

Es wird ein lineares Diffusionsmodell betrachtet, das beschrieben wird durch ein System linearer Differentialgleichungen

$$\dot{x}(t) = A(t)x(t) + b(t) \quad , \quad t \in \mathbb{R} \quad , \qquad \text{(D)}$$

mit nicht-negativen konstanten Koeffizienten a_{ij} für $i \neq j$, $1 \leq i, j \leq n$, $a_{ii}(t) = -(\sum_{j \neq i} a_{ij} + d_i(t))$, $1 \leq i \leq n$, p-periodischen Funktionen $d_i(t) \geq 0$ bzw. $b_i(t) \geq 0$, $1 \leq i \leq n$, welche stückweise stetig bzw. stetig sind.
Solche Modelle treten z.B. bei der mathematischen Beschreibung des Vorganges der Hämodialyse auf. Unter einer Irreduzibilitätsbedingung, die verhindert, daß im Falle $a_{ij} > 0 \Leftrightarrow a_{ji} > 0$ das System (D) in unabhängige Systeme zerfällt, wird gezeigt, daß (D) genau eine absolut stetige, p-periodische, in allen Komponenten positive Lösung besitzt, wenn gilt: $\sum_{i=1}^{n} d_i \not\equiv 0$ und $\sum_{i=1}^{n} b_i \not\equiv 0$.

Gefördert durch DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft ©

K. Kunisch:

PROJEKTIONSMETHODEN ZUR APPROXIMATION VON FUNKTIONALDIFFERENTIALGLEICHUNGEN

Es wird ein Überblick, unter besonderer Berücksichtigung der eigenen Ergebnisse, über jüngste Resultate zur dynamischen Approximation von Funktionaldifferentialgleichungen (FDG) und assoziierten Optimierungs- und Identifikationsproblemen gegeben. Dabei wird die vorliegende FDG als abstraktes Cauchyproblem in einen geeignet gewählten Hilbertraum formuliert, so daß Methoden der (Operator-)Halbgruppentheorie anwendbar werden. Insbesondere kann der Satz von Trotter-Kato dazu benutzt werden, zu zeigen, daß (ähnlich dem Lax'schen Äquivalenzsatz) unter der Voraussetzung der Konsistenz eines Approximationsschemas dessen Stabilität äquivalent zur Konvergenz ist. Dieser Zugang gestattet es, die Approximation von FDG durch Treppenfunktionen, wie sie durch lange Zeit in der Ingenieurliteratur vorgeschlagen wurden, und Splineapproximationen in einer mathematisch exakten und übersichtlichen Form zu behandeln. Approximationverfahren für neutrale FDG können auf ähnliche Weise entwickelt werden.
Eine besondere Bedeutung kommt auch dem linear-quadratischen Optimierungsproblem zu; hier ist es notwendig, eine simultane Approximation der FDG und der assoziierten Riccati-Integralgleichung zu erzielen. Abschließend wird eine Reihe von numerische Resultaten besprochen.

G. Meinardus:

FAKTORISIERUNG LINEARER DIFFERENZENGLEICHUNGEN MIT ANWENDUNGEN AUF MATRIZEN

Lineare Differenzengleichungen mit variablen Koeffizienten werden auf ihre Struktur hin untersucht. Auf Grund von Regularitätsvoraussetzungen gelingt eine vollständige Faktorsierung in Differenzengleichungen erster Ordnung. Bei Zwei-Punkt-Randwertaufgaben, speziell bei periodischen Randbedingungen, sind derartige Zerlegungen nach dem bei Differentialgleichungen bekannten Floquet'schen Prinzip relativ leicht zu bestimmen. Die Faktorisierungen sind geeignet, Schranken für gewisse Interpolationsoperatoren mit Splines zu konstruieren und insbesondere Beschränktheitsaussagen zu gewinnen.Sie sind ferner für die numerische Lösung der zugehörigen Gleichungssysteme von erheblicher Effizienz.

Gefördert durch
DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft
©

Olga Pokorná:

SPEZIELLE LINEARE GLEICHUNGSSYSTEME, DIE BEI DER LÖSUNG VON DIFFERENTIAL-GLEICHUNGEN MIT FINITEN ELEMENTEN ENTSTEHEN

Es handelt sich um die numerische Lösung linearer Gleichungssysteme, deren Matrizen symmetrisch und positiv definit sind und die Form $M = \begin{pmatrix} AC \\ CB \end{pmatrix}$ haben, wo A,B,C, quadratische Toeplitz-Matrizen mit einer speziellen Bandstruktur sind, deren Elemente von einem positiven Parameter abhängen. Solche Gleichungssysteme entstehen z.B. bei der Lösung einer Stokes' Gleichung für viskose fast incompressible Flüssigkeit mit Dirichletschen Randbedingungen auf einem rechteckigen Gebiet, wenn die Methode der finiten Elemente benutzt wird, wobei in die Aufgabe ein Penalisierungsparameter ε für den Druck der Flüssigkeit eingeführt wird. Als ein Beispiel wurde ein solches System mit einer Matrix der Ordnung 30 gelöst, wobei für ε die Werte $10^{-1}, 10^{-2}, \ldots, 10^{-5}$ genommen wurden, und ein System der Ordnung 198.

Walter Schempp:

KARDINALE SPLINES, DIE DIFFERENZENGLEICHUNGEN GENÜGEN

Für kardinale exponentielle und logarithmische Spline-Funktionen vom Grad m ergeben sich mit Hilfe der inversen Laplace- und Mellin-Transformation komplexe Kurvenintegraldarstellungen (vgl. Contemporary Mathematics, Vol.7. AMS, Providence, R.I. 1982). Der Residuenkalkül erlaubt dann die Diskussion des Grenzverhaltens für $m \to \infty$.

Jürgen Sprekels:

ZEITLICH VERZÖGERTE AUTOMATISCHE KONTROLLE DES FREIEN RANDES BEI ZWEI-PHASEN-STEFAN-PROBLEMEN

Betrachtet wurde das Zweiphasen-Stefan-Problem

$$\alpha_1 u_{xx} - u_t = 0 \quad , \quad \text{in} \quad \Omega_T^-(s) \quad , \qquad \alpha_2 v_{xx} - v_t = 0 \quad , \quad \text{in} \quad \Omega_T^+(s) \quad ,$$

$$u(x,0) = \varphi(x), \; a \le x \le b \quad , \qquad v(x,0) = \varphi(x), \; b \le x \le c \quad ,$$

$$\left.\begin{array}{l} u_x(a,t) = -f_1(t) \\ u(s(t),t) = 0 \end{array}\right\} 0 \le t \le T \quad , \qquad \left.\begin{array}{l} v_x(c,t) = -f_2(t) \\ v(s(t),t) = 0 \end{array}\right\} 0 \le t \le T,$$

mit $s(0) = b$ und der Energiebedingung auf dem freien Rand

$$\dot{s}(t) = -\delta_1 u_x(s(t),t) + \delta_2 v_x(s(t),t) \quad , \quad 0 \le t \le T \; .$$

Der Wärmefluß über die festen Ränder wird automatisch durch Photozellen reguliert über die Delay-Steuergleichungen

Gefördert durch DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft ©

$$\left.\begin{aligned}\beta_1\dot{f}_1(t)+f_1(t) &= \frac{1}{2}\left[1-\operatorname{sgn}(s(t-\tau_1)-s_1(t-\tau_1))\right]\\ \beta_2\dot{f}_2(t)+f_2(t) &= \frac{1}{2}\left[1+\operatorname{sgn}(s(t-\tau_2)-s_2(t-\tau_2))\right]\end{aligned}\right\} \quad , \quad 0 \le t \le T \quad ,$$

mit der Vorgabe $s(t) = s_o(t)$, $-\max(\tau_1,\tau_2) \le t \le 0$ ..

Für hinreichend kleines $T > 0$ wurde mit einem Fixpunktsatz für mengenwertige Operatoren die Existenz einer "Lösung" des Problems gezeigt und numerisch realisiert.

Die Resultate wurden in Zusammenarbeit mit K.-H. Hoffmann, Augsburg, erzielt.

M. van Veldhuizen:

SMOOTHING AND COLLOCATION

In this contribution mesh selection in a collocation code for stiff problems will be discussed. The algorithm proposed is an extension of the algorithm of Asher-Christiansen-Russell. The extension of the algorithm is based on sharp theoretical results for a stiff model problem discretized by a collocation method. These results will be outlined. A numerical example of the capability of the extended mesh selection algorithm is given.

J.G. Verwer:

(gemeinsam mit K. Dekker)

ESTIMATING THE GLOBAL ERROR OF RUNGE-KUTTA APPROXIMATIONS FOR ORDINARY DIFFERENTIAL EQUATIONS

The user of a code for solving the initial value problem for ordinary differential systems is normally left with the difficult task of assessing the accuracy of the numerical result returned by the code. Even when the code reports an estimate of the global error, the question may remain whether this estimate is correct, i.e. whether the user can rely on the estimate. We will discuss a simple idea of measuring the reliability of the global error estimate with the aim of assisting the user in the validation of the numerical result. The idea is put into practice with the existing code GERK (ACM Algorithm 504) developed by Shampine and Watts.

Gefördert durch
DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

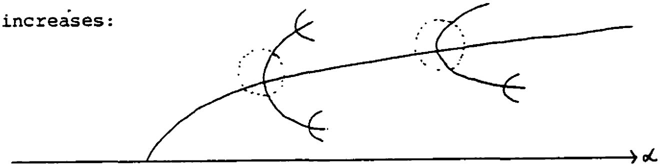
H.O. Walther:

BIFURCATION FROM PERIODIC SOLUTIONS IN FUNCTIONAL DIFFERENTIAL EQUATIONS

In 1977, R.D. Nussbaum proved nonuniqueness of periodic orbits for a class of functional differential equations

$$\dot{x}(t) = \alpha f(x(t-1))$$

$\alpha > \pi/2$, with hump functions f , $f'(0) = -1$. The discussion of such nonlinearities can be motivated by simple models for physiological control processes.
Numerical studies of K.P. Hadeler and of H. Jürgens, H.O. Peitgen, D. Saupe substantiated the conjecture that periodic solutions - they arise in a Hopf bifurcation at $\alpha = \pi/2$ - undergo a series of bifurcations as α increases:



We give a proof that such secondary bifurcations from a continuum of special periodic solutions do exist for a class of nonlinearities f including for example $f = -\sin$ and the odd continuation of $0 \leq x \to -x(1-x)$.

Helmut Werner:

EINE ANWENDUNG EINER DIFFERENZENGLEICHUNG IN DER MEDIZIN

In einer Reihe medizinischer Dissertationen wurden Daten über die Entwicklung der roten Blutkörperchen bei Neugeborenen gesammelt. Die roten Blutkörperchen werden auf grund ihrer netzartigen Struktur in vier Klassen eingeteilt. Die Teilchenzahl der einzelnen Gruppen liegt als Funktion des Kindesalters vor. Die Verweildauer der Teilchen in den einzelnen Gruppen ist jedoch nicht direkt bestimmbar.
Es wird nun unter geeigneten Annahmen ein deterministisches mathematisches Modell für die Entwicklung der Blutkörperchen aufgestellt, das die Verweildauer als Parameter enthält. Das Modell führt auf Differenzengleichungen für die durch ein unbestimmtes Integral gegebene Produktionsfunktion der Leber. Durch Minimierung der Norm eines gewissen Defektes in der Konsistenzrelation werden die Parameter geschätzt.
(Identifikationsproblem)

Gefördert durch
DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft
©

Interessant sind u.a. auch die medizinischen Konsequenzen dieser Überlegungen. Sie scheinen daraufhin zu deuten, daß kurz vor der Geburt die Leber zur Produktion roter Blutkörperchen angeregt und kurz nach der Geburt diese Produktion wieder abgeschaltet wird.

Marino Zennaro:

MAXIMUM PRINCIPLES FOR LINEAR DIFFERENCE-DIFFERENTIAL OPERATORS IN PERIODIC FUNCTIONS SPACES

I deal with maximum and minimum principles for first and second order difference-differential equations with constant coefficients in periodic functions spaces. I give necessary and sufficient conditions for the monotonicity of the inverse operator $L_n^{-1}(a,b,\tau,T)$, where

$$L_n(a,b,\tau,T)u(t) = u^{(n)}(t) + au(t) + bu(t-\tau) \qquad n=1,2 \quad .$$

with $a,b \in \mathbb{R}$ and $\tau \in [0,T]$, which maps the space C_T^n of the T-periodic functions of class C^n into C_T^0 .

Since for $b = 0$ the problem reduces to an ordinary one, I consider bounds for b depending on a,τ and T , in order the maximum (or the minimum) principle to hold. I show that there exists a function $\beta(\ ,\ )$ such that $L_n^{-1}(a,b,\tau,T)$ is monotone if and only if $-aT^n < bT^n \le \beta(aT^n,\tau/T)$. Besides I give a numerical method to compute the function β or, at least, to bound it.

The results can be used for seeking periodic solutions of equations such as $u^{(n)}(t) = f(t,u(t),u(t-\tau))$, $n=1,2$.

Berichterstatter: U. Kaiser

Gefördert durch DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

Tagungsteilnehmer

Professor Dr. J. Albrecht
Institut für Mathematik
Technische Universität Clausthal
Erzstraße 1

D-3392 Clausthal-Zellerfeld

Professor Dr. H. Alder
Universidad de Concepción
Instituto Central Matematica

Casilla 2017, Concepción
Chile

Professor Dr. R. Ansorge
Institut für Angewandte Mathematik
Universität Hamburg
Bundesstraße 55

D-2000 Hamburg 13

Professor Dr. Felix M. Arscott
Dept. of Applied Mathematics
University of Manitoba
Winnipeg, Manitoba R3T 2N2

Kanada

Herr Dr. H. Arndt
Institut für Angewandte Mathematik
Wegelerstraße 6

D-5300 Bonn 1

Professor Dr. A. Bellen
Istituto di Matematica
Università degli Studi di Trieste
Facolta di Science

I-34100 Trieste / Italien

Professor Dr. H.-P. Blatt
Lehrstuhl Math.-Angew. Mathematik
Kath. Universität Eichstätt
Ostenstraße 18

D-8833 Eichstätt

Professor Dr. E. Bohl
Fakultät für Mathematik
Universität Konstanz
Postfach 5560

D-7750 Konstanz

Professor Dr. K. Böhmer
Fachbereich Mathematik
Universität Marburg
Lahnberge

D-3550 Marburg

Professor Dr. L. Collatz
Institut für Angewandte Mathematik
Universität Hamburg
Bundesstraße 55

D-2000 Hamburg 13

Privat-Dozent Dr. L. Cromme
Institut für Num. und Angew. Math.
Universität Göttingen
Lotzestraße 16-18

D-3400 Göttingen

Professor Dr. W. Dahmen
Fakultät für Mathematik
Universität Bielefeld
Universitätsstraße

D-4800 Bielefeld

Gefördert durch
DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft
©

Privat-Dozent Dr. F.-J. Delvos
Lehrstuhl für Mathematik I
Universität Siegen
Hölderlinstraße 3

D-5900 Siegen 21

Professor Dr. U. Eckhardt
Institut für Angewandte Mathematik
Universität Hamburg
Bundesstraße 55

D-2000 Hamburg 13

Professor Dr. E. Ehrhart
Universitê de Strasbourg
Dêpartement de Mathematique
Rue Reneé Descoule

F-67000 Strasbourg /France

Herr Dr. M. de Gee
Mathematisch Instituut
Budapestlaan 6
Utrecht

Niederlande

Herr Dipl. Math. U. Grothkopf
Institut für Angewandte Mathematik
Universität Hamburg
Bundesstraße 55

D-2000 Hamburg 13

Professor Dr. K.-P.Hadeler
Lehrstuhl für Biomathematik
Universität Tübingen
Auf der Morgenstelle 28

D-7400 Tübingen

Privat-Dozent Dr. R. Haverkamp
Institut für Angewandte Mathematik
Universität Bonn
Wegelerstraße 6

D-5300 Bonn

Privat-Dozent Dr. U. an der Heiden
NW 2
Universität Bremen
Kufsteinerstraße

D-2800 Bremen 33

Professor Dr. J. Hersch
Mathematik, ETH-Zentrum
ETH Zürich

CH-8092 Zürich
Schweiz

Herr Dr. M. Hollenhorst
Hochschulrechenzentrum der Justus-Liebig-Universität
Heinrich-Buff-Ring 44

D-6300 Gießen

Professor Dr. P.J. van der Houwen
Mathematisch Centrum
Kruislaan 413

NL-1098 SJ Amsterdam
Niederlande

Professor Dr. D. Hussein
Jordan University
Faculty of science
Math. Dept.

Amman - Jordan / Jordanien

Gefördert durch
DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft
©

Professor Dr. G. Joubert
N.V. Philips Gloeilampenfabrieken
Willemstraat 20

NL-5632BD Eindhoven
Niederlande

Frau Dipl. Math. G. Kaiser
Fakultät für Mathematik u. Inform.
Universität Mannheim
Seminargebäude A 5, B 133

D-6800 Mannheim

Herr Dipl. Math. U. Kaiser
Fakultät für Mathematik u. Inform.
Universität Mannheim
Seminargebäude A 5, B 133

D-6800 Mannheim

Professor Dr. V. Klotz
Fachbereich 6 - Mathematik
Universität/GH Siegen
Hölderlinstraße 3

D-5900 Siegen 21

Professor Dr. W. Krabs
Fachbereich Mathematik
Technische Hochschule Darmstadt
Schloßgartenstraße 7

6100 Darmstadt

Dozent Dr. K. Kunisch
Institut für Mathematik II
Technische Universität Graz
Kopernikusgasse 14

A-8010 Graz / Österreich

Herr Dipl. Math. C. Maas
Institut für Angewandte Mathematik
Universität Hamburg
Bundesstraße 55

D-2000 Hamburg 13

Professor Dr. G. Meinardus
Fakultät für Mathematik u. Inform.
Universität Mannheim
Seminargebäude A 5, B 123

D-6800 Mannheim 1

Professor Dr. G. Merz
Fachbereich Mathematik
Gesamthochschule Kassel
Wilhelmshöher Allee 73

D-3500 Kassel

Professor Dr. G. Opfer
Institut für Angewandte Mathematik
Universität Hamburg
Bundesstraße 55

D-2000 Hamburg 13

Professor Dr. O. Pokorná
Katedra Numericke Matematiky
Na Matematicko-Fyzikalni Fakulte
UK, Malostranské nam. c. 25

CSSR-11800 Praha 1

Professor Dr. W. Schempp
Lehrstuhl für Mathematik I
Universität Siegen
Hölderlinstraße 3

D-5900 Siegen 21

Gefördert durch
DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft
©

Frau Dr. R. Schmidt
Hahn-Meitner Institut GmbH
Bereich Datenverarb. u. Elektronik
Glienicker Straße 100

D-1000 Berlin 39

Professor Dr. W. Sippel
Fachbereich Mathematik
Gesamthochschule Kassel
Wilhelmshöher Allee 73

D-3500 Kassel

Professor Dr. J. Sprekels
Institut für Angewandte Mathematik
Universität Augsburg
Memmingerstraße 6

D-8900 Augsburg 22

Professor Dr. H.J. Stetter
Institut für Angew. u. Num. Mathe.
Technische Universität Wien

A-1040 Wien
Österreich

Herr Dipl. Math. G. Still
Fakultät für Mathematik u. Inform.
Universität Mannheim
Seminargebäude A 5, B 124

D-6800 Mannheim 1

Professor Dr. M. van Veldhuizen
Wiskundig Seminarium
Vrije Universiteit
De Boelelaan 1081

NL-1081 HV Amsterdam

Herr Dr. J.G. Verwer
Mathematical Centre
Kruislaan 413

NL-1098 SJ Amsterdam
Niederlande

Professor Dr. H.O. Walther
Mathematisches Institut
Universität München
Theresienstraße 39

D-8000 München 2

Professor Dr. H. Werner
Institut für Angewandte Mathematik
Universität Bonn
Wegelerstraße 6

D-5300 Bonn 1

Professor Dr. W. Wetterling
Technische Hogeschool Twente
Onderafdeling der toegepaste wisk.
Postbus 217

NL-7500 AE Enschede

Herr Dr. M. Zennaro
Instituto di Matematica
Università degli Studi di Trieste
Facolta di Science

I-34100 Trieste / Italien

Gefördert durch
DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft
©

Gefördert durch
DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft
©