

Tagungsbericht 14 / 1983

Gewöhnliche Differentialgleichungen

27.3. bis 2.4.1983

Die neunte Tagung "Gewöhnliche Differentialgleichungen" wurde wieder von Herrn H.W. Knobloch (Würzburg) und Herrn R. Reißig (Bochum) veranstaltet. Die Teilnehmerzahl betrug diesmal nur 27 (15 inländische und 12 ausländische Teilnehmer); in 5 Vormittags- und 3 Nachmittagssitzungen wurden 24 Vorträge (von durchschnittlich 45 Minuten Dauer) gehalten. Von allen Teilnehmern wurde als angenehm empfunden, daß das Vortragsprogramm nicht unter Zeitdruck stand und auch längere Diskussionen erlaubte. Infolge der relativ niedrigen Teilnehmerzahl bestanden außerdem gute Kommunikationsmöglichkeiten außerhalb der Vorträge, die vielfältig genutzt wurden.

Einige der eingeladenen Kollegen hatten abgesagt, weil zur gleichen Zeit in Hamburg die Jahrestagung der GAMM stattfand; Kollegen aus USA begründeten ihr Fernbleiben mit der Kürzung oder Streichung von Reisegeldern. Dies hängt auch damit zusammen, daß im August vorigen Jahres der Equadiff-Kongreß in Würzburg durchgeführt wurde und daß noch in diesem Jahr der internationale Mathematiker-Kongreß in Warschau nachgeholt werden soll.

Eine grobe Aufteilung der Vorträge auf Spezialgebiete ergibt folgenden Überblick: Allgemeine Lösungstheorie, abstrakte Differentialgleichungen (4 Vorträge) / Qualitative Theorie und Verzweigungstheorie (7 Vorträge) / Periodische Lösungen, Anwendung von Fixpunktsätzen (4 Vorträge) / Rand- und Eigenwertprobleme (4 Vorträge) / Lineare Systeme, Oszillationsverhalten und fastperiodische Lösungen (2 Vorträge) / Funktionaldifferentialgleichungen, biologische Modelle (2 Vorträge) / Kontrolltheorie, Optimierung (1 Vortrag).

Die meisten Vorträge befaßten sich mit allgemeinen Methoden und mit Systemen von sehr allgemeiner Bauart; nur wenige Vorträge waren speziellen Differentialgleichungen gewidmet.

Es wurde beschlossen, auf der nächsten Tagung als Schwerpunktthema funktionalanalytische Methoden zu behandeln und außerdem in verstärktem Maße moderne Anwendungen gewöhnlicher Differentialgleichungen einzubeziehen.

Vortragsauszüge

R.P.AGARWAL

On Urabe's application of Newton's method to nonlinear boundary value problems

In this paper we shall provide sufficient conditions for the existence and uniqueness of solutions of the nonlinear differential system  $\frac{dx}{dt} = X(x,t)$  together with  $f(x) = 0$  where  $x$  and  $X(x,t)$  are  $n$ -dimensional vectors and  $f(x)$  is an operator from  $C(I)$  into  $\mathbb{R}^n$ . The obtained results are more informative than those known in the literature and in particular include several known results of Urabe.

B.AULBACH

A convergence problem arising in population genetics

The classical selection model, the Fisher-Wright-Haldane model, from population genetics is chosen both as motivation and application for the following problem on the asymptotic solution behavior of ordinary differential and difference equations. Suppose a solution approaches a continuum  $C$  of stationary solutions as time goes to infinity. Does this solution then converge to a particular point on  $C$ ? A basic result on this question is discussed which is valid for discrete and continuous flows and semiflows.

G.J.BUTLER

Essential oscillation and small perturbations of second order linear equations

Consider the second order scalar ordinary differential equation  $(r(t) x'(t))' + q(t) x(t) = 0$ ,  $t \geq 0$  (1) where  $r, q$  are continuous and  $r > 0$ .

Given that (1) is oscillatory, simple examples show that even the slightest perturbations  $f(t)$  may destroy this property, that is, there may be a nonoscillatory solution of the equa-

tion  $(r(t) x'(t))' + q(t) x(t) = f(t)$ ,  $t \geq 0$  (2).

Consequently, we ask the question: If (1) is oscillatory, what perturbations  $f$  have the property that (2) is essentially oscillatory (i.e. has at most one nonoscillatory solution).

Our results show that if all solutions of (1) lie in a particular function space  $B$  (guaranteeing oscillation of (1)), then for an associated space  $F(B)$ ,  $f \in F(B) \implies (2)$  is essentially oscillatory. In particular,  $B^* \subset F(B)$ . In the case  $B = L^p[0, \infty)$ , sharper results can be obtained:  $L^s[0, \infty) \subset F(B)$  for all  $s$  with  $p' \leq s \leq \infty$  ( $1 \leq s < \infty$ , if  $p = \infty$ ), where  $p'$  is conjugate to  $p$ .

W. EBERHARD

Über ein inverses selbstadjungiertes Eigenwertproblem beliebiger gerader Ordnung

Ein von Mac Laughlin und Handelman 1978 entwickeltes "konstruktives" Verfahren zur Lösung des inversen Eigenwertproblems zweiter sowie vierter Ordnung konnte zusammen mit Zielinski (Duisburg) auf den Fall einer beliebigen geraden Ordnung übertragen werden. Dazu sei  $(\tilde{\lambda}_j)$  die Folge der Eigenwerte für das Problem

$$y^{(2n)} - \lambda y = 0 ; y^{(k)}(0) = y^{(k)}(1) = 0, k \in \{0, 1, \dots, n-1\}$$

und  $\tilde{\rho}_j = \int_0^1 \tilde{y}_j^2(t) dt$  die Normierungskonstante für die zu  $\tilde{\lambda}_j$  gehörige Eigenfunktion  $\tilde{y}_j(t)$  unter der Bedingung  $\tilde{y}_j^{(n)}(0) = 1$ .

Sind  $(\lambda_j)$  und  $(\rho_j)$  vorgegebene Folgen von Eigenwerten bzw. Normierungskonstanten, die "hinreichend dicht" bei  $(\tilde{\lambda}_j)$  bzw.  $(\tilde{\rho}_j)$  liegen und die eine geeignete Vollständigkeitsbedingung erfüllen, so existieren Funktionen  $A_k \in C^k[0, 1]$ , so daß das Eigenwertproblem

$$(1) \quad y^{(2n)} + \sum_{k=0}^{n-1} (A_k y^{(k)})^{(k)} - \lambda y = 0 ; y^{(k)}(0) = y^{(k)}(1) = 0,$$

$k \in \{0, 1, \dots, n-1\}$  genau die Eigenwerte  $\lambda_j$  mit den Normierungskonstanten  $\rho_j = \int_0^1 y_j^2(t) dt$  für die Eigenfunktionen  $y_j(t)$  mit  $y_j^{(n)}(0) = 1$  besitzt.

L.H. ERBE

Comparison theorems and extremal points for linear differential equations

Comparison theorems of integral type are developed for linear

differential equations of the form (1)  $L_n y + p(t) y = 0$ , and (2)  $L_n y + q(t) y = 0$ . Under the assumption that (2) has no nontrivial solution satisfying given homogeneous two point boundary conditions it follows that the same is true for (1), provided certain sign and integral conditions hold. The criteria may be thought of as rather general extensions of the Hille-Wintner type and also include and extend recent results of Elias and Nehari.

G.FREILING

On the completeness of eigenfunctions and associated functions of irregular eigenvalue problems

We consider two-point eigenvalue problems with irregular indecomposable boundary conditions and multipoint eigenvalue problems with decomposable boundary conditions of the form

$$y^{(n)} + \sum_{k=1}^n f_k(x) y^{(n-k)} = \lambda \left\{ y^{(p)} + \sum_{k=1}^p g_k(x) y^{(p-k)} \right\} \quad (1)$$

$$U_{\nu, a_1}(y, \lambda) = 0, \quad 1 \leq \nu \leq m \quad m > n - m \quad (2)$$

$$U_{\nu, a_1}(y, \lambda) + U_{\nu, a_n}(y, \lambda) = 0, \quad m+1 \leq \nu \leq n$$

respectively

$$y^{(n)} + \sum_{k=2}^n f_k(x) y^{(n-k)} = \lambda y \quad (3)$$

$$U_{\nu, a_\nu}(y, \lambda) = 0, \quad 1 \leq \nu \leq n \quad (4)$$

with  $0 = a_1 \leq a_2 \leq \dots \leq a_n = 1$ ,  $U_{\nu, a_j}(y, \lambda) = \sum_{k=0}^{n-1} \alpha_{\nu k}(\lambda) \cdot$

$y^{(k)}(a_j)$  and polynomials  $\alpha_{\nu k}(\lambda)$ .

Under certain additional conditions on the functionals  $U_{\nu, a_j}$  we prove that the system of eigenfunctions and associated functions of (1), (2) respectively (3), (4) is complete in  $L_2[0, 1]$ . For the proof of these results we are using a fundamental system of solutions of (1) respectively (3) depending analytically on  $\lambda$ , and the Phragmen-Lindelöf theorem.

S.INVERNIZZI

Periodic solutions to functional-differential systems

Let  $L: \text{dom } L \subseteq X \rightarrow Z$  be a linear Fredholm map of index zero ( $X, Z$  real normed spaces) and let  $A, N: X \rightarrow Z$  be (possibly)

nonlinear maps. We first give sufficient conditions for the non-existence of solutions  $(\lambda, x) \in [0, 1] \times D$  to  $Lx = (1 - \lambda)Ax + \lambda Nx$ , where  $D \subseteq \text{dom } L$  is fixed. Then, in the framework of a suitable degree theory, we show that the unique-solvability of  $Lx = Ax$  implies the existence of solutions to  $Lx = Nx$  ( $x \in \text{dom } L$ ).

We apply these results to the problem of existence of periodic solutions for the following differential equations in  $\mathbb{R}^N$  with several delays:

$$\dot{x} + (d/dt)(\nabla F(x) + V(t, x)) + \text{diag } B x(t-\sigma)^T = h(t) \quad (C)$$

$$\dot{x} + (d/dt)(\nabla F(x) + V(t, x)) + B g(t, x(t-\sigma), \dot{x}(t-\tau)) = h(t) \quad (NC)$$

( $\sigma = [\sigma_{ij}]$ ,  $\tau = [\tau_{ij}]$ ,  $x(t-\sigma) = [x_j(t-\sigma_{ij})]$ ).

This is a report of a joint paper with F. Zanolin.

H. KIELHÖFER

On the principle of reduced stability

The principle of reduced stability says that the stability of bifurcating stationary or periodic solutions is given by the finite dimensional bifurcation equation obtained by the method of Lyapunov-Schmidt. To be more precise, the linearization of the bifurcation equation in the bifurcating branch itself gives its stability by the real parts of the eigenvalue perturbations near zero. This principle is true for simple eigenvalue bifurcation whereas it may be false for higher dimensional bifurcation equations. A condition for the validity of that principle is given. A counterexample shows that it cannot be dropped in general.

J. KURZWEIL

Über lineare Differentialgleichungen mit fastperiodischen Koeffizienten

Es sei  $A(t)$  eine  $n \times n$ -Matrix mit reellen oder komplexen Elementen, und es sei  $X_A(t)$  die Fundamentalmatrix von

$$(1) \quad \dot{x}(t) = A(t) \cdot x(t), \quad t \in \mathbb{R},$$

$X_A(0) = I$  (die Einheitsmatrix). Offensichtlich ist

$$(2) \quad A(t) + A^*(t) = 0, \quad t \in \mathbb{R}, \quad \text{mit}$$

(3)  $X_A(t)$  ist eine orthonormale (unitäre) Matrix für  $t \in \mathbb{R}$  äquivalent.

$A(t)$  sei fastperiodisch und erfülle (2), und es sei  $\varepsilon > 0$ . Gibt es eine solche fastperiodische Funktion  $C(t)$ , daß die folgenden Bedingungen erfüllt sind:

(2) gilt mit  $C(t)$  an Stelle von  $A(t)$ ,

(4)  $\|C(t) - A(t)\| < \varepsilon$ ,  $t \in \mathbb{R}$ ,

(5)  $X_C(t)$  ist fastperiodisch ?

Die Antwort auf diese Frage ist noch nicht bekannt, und es werden einige Teilresultate dargestellt.

J.KYLE

Controllability for linear systems in Hilbert space and Banach space

The object is to examine two aspects of controllability for linear systems on infinite dimensional spaces. In the first section we consider time-varying infinite dimensional linear systems where the state space and control space are Hilbert spaces. Here we look at approximate controllability for such systems and relate this to exponential stability. A related operator differential equation of the Lyapunov type is introduced and a characterization of approximate controllability for such systems is obtained.

In the second section we restrict to autonomous systems, but allow the state space and control space to be Banach spaces. Our purpose is to prove that exact controllability implies uniform exact controllability for such systems. Our method also covers related discrete systems. This result has appeared in the literature before but with a proof valid only for Hilbert space.

R.LAUTERBACH

Bifurcation at a double eigenvalue zero

It is well known, that a loss of stability at a simple eigenvalue zero or at a pair of conjugate complex eigenvalues always leads to bifurcation of stationary or periodic solutions, respectively. We prove a bifurcation theorem at a double eigenvalue zero in the following sense: If a branch of trivial solutions loses its stability at a double eigenvalue zero in any neighborhood of the bifurcation point we find a non-

trivial solution of the differential equation which stays in this neighborhood for all times. Among these solutions there are always stationary or periodic or homoclinic solutions.

R.LEMMERT

Differentialungleichungen für das Terminalwertproblem

Für das "Terminalwertproblem"  $x' = f(t,x)$ ,  $x(\infty) = x_\infty$  werden Bedingungen an  $f$  angegeben, so daß Monotoniesätze von der Form  $v(\infty) \leq w(\infty)$ ,  $P v \geq P w \implies v \leq w$  gelten; dabei ist  $P x = x' - f(t,x)$ .

J.MATIAK

Existence and stability of periodic solutions of some delay-differential equations

For some planar retarded functional differential equation systems (generalized Liénard equations and a system resulting from a biological model of protein synthesis) the existence of periodic solutions is shown by means of fixed point theorems or by means of bifurcation theorems. Using the center manifold theory the stability of some of these solutions is examined near the bifurcation point.

J.MAWHIN

Nonlinear problems at resonance: the role of regularity

We first consider the periodic boundary value problem for a differential equation of the form

$$u''(t) + g(t, u(t)) = h(t)$$

or (more generally)

$$u''(t) + f(u(t)) u'(t) + g(t, u(t)) = h(t)$$

and we discuss the existence of a solution under a nonresonance condition at the second eigenvalue of the associated linear problem and a resonance condition at the first eigenvalue. The main result extends and unifies earlier ones of Reissig, Gupta, Amaral-Pera, Ahmad-Lazer and others and furnishes a sharp positive answer in the ordinary differential case to a question raised by Kazdan-Warner in the elliptic case.

We then discuss the extension of this type of results to the weak solutions of the Neumann problem for elliptic equations

of the form

$$\Delta u(x) + g(x, u(x)) = h(x)$$

and to the periodic problem (in both variables) for parabolic equations of the type

$$u_t - u_{xx} - g(t, x, u) = h(t, x) .$$

Only partial results are obtained in this situation and we show how they depend on the corresponding regularity theory for the weak solutions of those problems.

R. SCHAAF

Monotonicity of the "time map" and bifurcation

For a second order problem

$$v'' + f(v) = 0 ; v'(0) = 0 , v(0) = a$$

the "time map"  $T$  is defined for periodic initial conditions  $a$  ,  $f(a) > 0$  , by  $v(0) = a$  ,  $v'(T(a)) = 0$  ,  $v' / (0, T(a)) < 0$ . It is studied on a definition interval  $(m, a^+)$  next to some zero of  $f$  with  $f'(m) > 0$ . The results concern the behavior of  $T$  as  $a \rightarrow m$  and  $a \rightarrow a^+$  as well as some criteria on  $f$  which yield  $T' > 0$  on  $(m, a^+)$ .

Applications are possible in the context of bifurcation of periodic subharmonic solutions (see Chow-Hale: Methods of Bifurcation Theory, chapter 11) and for getting parametrized global branches of parameter dependent Neumann problems

$$v'' + f(v, \lambda) = 0 ; v'(0) = v'(1) = 0 .$$

Along these branches the dimension of the unstable manifold does not change.

C. SIMÓ

Invariant manifolds of periodic orbits in the restricted three body problem

We consider the restricted problem of three bodies for values of the Jacobi constant less or equal  $C_2$ . For  $C = C_2$  in the manifold of the phase space corresponding to this constant there are invariant unstable and stable manifolds associated to  $L_2$ ,  $L_2$  being an equilibrium point of saddle-center type. An expression for  $W_{L_2}^{a,s}$  is obtained. In particular there is a

countable set of values of the mass parameter  $\mu$  ,  $\mu_k = (1 + o(1)) / N^3 k^3$  where  $N$  is a constant, such that for these



values a homoclinic orbit to  $L_2$  exists. Near  $L_2$  there is a Lyapunov periodic orbit unstable. Expressions for  $W_{p.o.}^{u,s} \cap \{\eta = 0, x > 0\}$  are obtained. As a corollary some curves a tangential homoclinic orbit to the periodic orbit exists. For larger values of  $\Delta C = C_2 - C$  the homoclinic orbit becomes transversal. For a given pair  $(C, \mu)$  the number of transversal homoclinic points of the simplest case (i.e., cutting only once  $\eta = 0$  in the region  $x > 0$ ) is exactly computed. The existence of these homoclinic transversal orbits implies the existence of some symbolic dynamics on the problem. In particular there are infinite kinds of transfer orbits.

U. STAUDE

Periodische Lösungen der verallgemeinerten Liénard-Gleichung

Unter Verwendung eines Satzes von Filippov wird das folgende Resultat bewiesen. Bei der verallgemeinerten Liénard-Gleichung.

$$(1) \quad \ddot{x} + f(x) \dot{x} + g(x) = 0 \quad \left[ F(x) = \int_0^x f(s) ds, G(x) = \int_0^x g(s) ds \right]$$

seien die Bedingungen erfüllt:

- a)  $F, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  Lipschitz-stetig
- b)  $x g(x) > 0$  für  $x \neq 0$ ,  
 $A_1 = G(-\infty)$  und  $A_2 = G(+\infty)$  nicht beide unendlich
- c)  $x F(x) < 0$  für  $|x| < \delta$
- d) falls  $A_1 < \infty$ ,  $F(-\infty) = -\infty$  und  $F(x) > C_2$  für  $x > 0$  ;  
 falls  $A_2 < \infty$ ,  $F(+\infty) = +\infty$  und  $F(x) < C_1$  für  $x < 0$

Dann besitzt (1) mindestens eine asymptotisch stabile periodische Lösung. Damit wird ein Ergebnis von G. Villari in JMAA 86 (1982) verallgemeinert.

A. VANDERBAUWHEDE

Bifurcation from a given solution branch: a generic approach.

We consider bifurcation problems of the form  $M(x, \lambda) = 0$  where  $M: X \times \mathbb{R}^m \rightarrow Z$  is of class  $C^2$ , and  $M(0, \lambda) = 0$ . Define  $L: \mathbb{R}^m \rightarrow L(X, Z)$  by  $L(\lambda) = D_x M(0, \lambda)$ . We will assume that  $L$  maps the parameter space  $\mathbb{R}^m$  into the open subset  $J_0$  containing the Fredholm operators with zero index. We obtain a stratification of  $J_0$  such that the strata consist of Fredholm operators having the same dimension for their null space. Generically the mapping  $L$



will be transversal to this stratification. Under this transversality condition we describe the bifurcations which can generically appear in  $m$ -parameter problems of the form considered. Our results generalize in a certain sense the theorem of Crandall and Rabinowitz on bifurcation from a simple eigenvalue.

We also briefly touch upon two further topics:

- (a) It is possible to give an equivariant version of the foregoing approach.
- (b) The technique used to describe the strata in  $J_0$  can be adapted so as to give some results on the linearized stability of the bifurcating solutions.

G.VIDOSSICH

Multiple solutions for periodic boundary conditions

A survey of some recent results related to lower and upper solutions as well as to eigenvalues of the linear problem (resonance and nonresonance). Some of the speaker's results will be presented too.

P.VOLKMANN

Einschließung der Lösungen von Systemen gewöhnlicher Differentialgleichungen

Im  $\mathbb{R}^N$  (versehen mit der Maximum-Norm und der koordinatenweisen Ordnung) sei das Anfangswertproblem

$$(*) \quad u(0) = a, \quad u' = f(t, u) \quad (0 \leq t \leq T)$$

vorgelegt, wobei  $f: [0, T] \times \mathbb{R}^N \rightarrow \mathbb{R}^N$  Stetigkeit, Beschränktheit und die Nagumo-Bedingung  $\|f(t, x) - f(t, y)\| \leq \|x - y\| / t$  aufweise. Dann läßt sich durch ein Iterationsverfahren eine wachsende Folge von Funktionen  $v_n: [0, T] \rightarrow \mathbb{R}^N$  und eine fallende Folge von Funktionen  $w_n: [0, T] \rightarrow \mathbb{R}^N$  so bestimmen, daß für die Lösung von (\*) die Beziehung  $u(t) = \lim_{n \rightarrow \infty} v_n(t) = \lim_{n \rightarrow \infty} w_n(t)$  (gleichmäßig auf  $[0, T]$ ) gilt.

P.VOLKMANN

Gewöhnliche Differentialgleichungen in Banach-Räumen beschränkter Funktionen

Es bezeichne  $l_{\infty}(A)$  den Banach-Raum der auf einer Menge  $A$  definierten, beschränkten, reellwertigen Funktionen, und es

sei  $f(t,x): [0,T] \times l_{\infty}(A) \rightarrow l_{\infty}(A)$  stetig und bezüglich  $x$  wachsend. Dann ist das Anfangswertproblem  $u(0) = a$ ,  $u' = f(t,u)$  bei gegebenem  $a \in l_{\infty}(A)$  lokal lösbar. Diese Tatsache wird mit bekannten Resultaten über Differentialgleichungen in Banach-Räumen verglichen.

H.O.WALTHER

Bifurcation from periodic solutions in functional differential equations

Consider simple-looking FDE's

$$\dot{x}(t) = \alpha f(x(t-1)) \in \mathbb{R}, \alpha > 0,$$

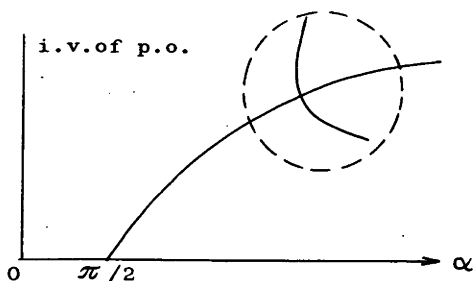
which represent negative feedback with respect to  $x \equiv 0$ . Under suitable conditions on  $f$  this trivial solution becomes unstable at  $\alpha = \pi/2$ , and an unbounded branch of periodic orbits bifurcates (Nussbaum 1975). In general, these periodic orbits are not unique. There are some numerical results which show very complicated bifurcation diagrams (e.g. Hadelar 1980, Jürgens-Peitgen-Saupe 1979) - in particular when the nonlinearity  $f$  is related to certain models for physiological control processes, or to models for phase-locked loops in communication systems.

We study a class of such equations and prove that from a curve of initial values of periodic orbits (which are stable and attractive for  $\alpha$  not too large) other periodic orbits with less symmetries bifurcate off. This is done by an investigation of the spectra of the derivatives of a family of Poincaré maps, defined on open subsets of a suitable fixed hyperplane in the state space  $C([0,1], \mathbb{R})$ .

Example

$f(\cdot) = -\sin(\cdot)$ : All periodic solutions  $x(t)$  considered have their range in  $(-\pi, +\pi)$  where the condition for negative feedback,

$x f(x) < 0$  for  $x \neq 0$ ,  
is satisfied.



G.WENZEL

Existenz von Lösungen bei einer Klasse impliziter Differential-  
inklusionen

Es wird gezeigt, daß das Anfangswertproblem

$$(*) \quad 0 \in M(\dot{x}(t)) - F(x(t)) \text{ für fast alle } t \\ x(t_0) = x_0$$

unter folgenden Voraussetzungen für alle  $x_0$  in einer offenen Menge  $D \subseteq \mathbb{R}^n$  lokal lösbar ist:

- a)  $M : \mathbb{R}^n \rightarrow 2^{\mathbb{R}^n}$  ist maximal monoton,  $\bigcup_{x \in \mathbb{R}^n} M(x) = \mathbb{R}^n$
- b)  $F = g + \partial\varphi : D \rightarrow 2^{\mathbb{R}^n}$  ist die Summe einer stetigen Abbildung  $g : D \rightarrow \mathbb{R}^n$  und der Subdifferentialabbildung einer auf  $\text{conv}(D)$  definierten konvexen Funktion  $\varphi$ .

Die Relation (\*) ist äquivalent zu

$$(**) \quad \dot{x}(t) \in M^{-1}(F(x(t))) \text{ f.ü.}$$

Im Unterschied zu bisher bekannten Existenzaussagen ist die rechte Seite von (\*\*) gerade an solchen Stellen  $x$  nicht stetig (in der Hausdorff-Metrik), wo  $M^{-1}(F(x))$  keine konvexe Menge ist.

F.ZANOLIN

On forced periodic oscillations for first and second order  
vector differential equations

Some results are presented about the existence of periodic solutions for the vector differential equations

$$x' = f(t, x) + h(t) \quad \text{and} \quad x'' = f(t, x, x') + h(t)$$

where  $f$  is a continuous mapping and  $h$  is a continuous and periodic forcing term with mean value zero.

The main assumptions which are considered, are of geometric type and make use of angle conditions between the field  $f$  and a family of normals to the boundary of a suitable open and bounded set  $G \subseteq \mathbb{R}^m$ . Using then asymptotic conditions on  $f$ , related results are obtained for the forced nonlinear system  $x^{(n)} = A f(t, x, x', \dots, x^{(n-1)}) + h(t)$ ,  $A$  an  $m \times m$  constant matrix. Extensions are given to delay differential equations too.

Berichterstatter: R.Reißig

Tagungsteilnehmer

Dr.G.FREILING  
FB 6 : Mathematik  
Gesamthochschule Duisburg  
Lotharstr. 65  
4100 DUISBURG 1

Prof.Dr.R.P.AGARWAL  
Department of Mathematics  
National University of  
Singapore  
Kent Ridge  
SINGAPORE 0511

Dr.S.INVERNIZZI  
Università degli Studi  
Istituto Matematico  
P.le Europa 1  
I-34100 TRIESTE  
(Italien)

Dr.B.AULBACH  
Mathematisches Institut  
Universität Würzburg  
Am Hubland  
8700 WÜRZBURG

Prof.Dr.H.KIELHÖFER  
Mathematisches Institut  
Universität Würzburg  
Am Hubland  
8700 WÜRZBURG

Prof.G.J.BUTLER  
Department of Mathematics  
The University of Alberta  
EDMONTON T 6 G 2 G 1  
(Kanada)

Prof.Dr.H.W.KNOBLOCH  
Mathematisches Institut  
Universität Würzburg  
Am Hubland  
8700 WÜRZBURG

Prof.Dr.W.EBERHARD  
FB 6 : Mathematik  
Gesamthochschule Duisburg  
Lotharstr. 65  
4100 DUISBURG 1

Prof.Dr.J.KURZWEIL  
Mathematical Institute  
Czechoslovakian Academy of  
Sciences  
Žitná 25  
115 67 PRAHA 1  
(ČSSR)

Prof.L.H.ERBE  
Department of Mathematics  
The University of Alberta  
EDMONTON T 6 G 2 G 1  
(Kanada)

Dr.J.KYLE  
Department of Mathematics  
The University of Birmingham  
P.O.Box 363  
BIRMINGHAM B 1 5 2 T T  
(U.K.)

Dr.D.FLOCKERZI  
Mathematisches Institut  
Universität Würzburg  
Am Hubland  
8700 WÜRZBURG

R.LAUTERBACH  
Mathematisches Institut  
Universität Würzburg  
Am Hubland  
8700 WÜRZBURG

Prof. Dr. R. LEMMERT  
Mathematisches Institut I  
Technische Universität  
Englerstr. 27  
7500 KARLSRUHE

Frau Prof. Dr. I. TROCH  
Arbeitsbereich Regelungstheorie  
Technische Hochschule  
A-1040 WIEN  
(Österreich)

J. MATIAK  
Institut für Mathematik  
Ruhr-Universität  
Universitätsstr. 150  
4630 BOCHUM 1

Prof. Dr. A. VANDERBAUWHEDE  
Inst. Theor. Mech., Geb. 59  
Rijksuniversiteit Gent  
Krijgslaan 271  
B-9000 GENT  
(Belgien)

Prof. Dr. J. MAWHIN  
Institut de Mathématique  
Université Catholique Louvain  
Chemin du Cyclotron 2  
B-1348 Louvain-la-Neuve  
(Belgien)

Prof. Dr. G. VIDOSSICH  
Università degli Studi  
Istituto Matematico  
P.le Europa 1  
I-34100 TRIESTE  
(Italien)

Prof. Dr. R. REISSIG  
Institut für Mathematik  
Ruhr-Universität  
Universitätsstr. 150  
4630 BOCHUM 1

Prof. Dr. P. VOLKMANN  
Mathematisches Institut I  
Technische Universität  
Englerstr. 27  
7500 KARLSRUHE

Frau Dr. R. SCHAAF  
SFB 123  
Mathematisches Institut  
der Universität  
Im Neuenheimer Feld 293  
6900 HEIDELBERG

Prof. Dr. H. O. WALTHER  
Mathematisches Institut  
Universität  
Theresienstr. 39  
8000 MÜNCHEN 1

Prof. Dr. C. SIMÓ  
Universidad de Barcelona  
Facultad de Matemáticas  
Avda. José Antonio 585  
BARCELONA 7  
(Spanien)

Dr. G. WENZEL  
Institut für Angewandte  
Mathematik der Universität  
Martensstr. 3  
8520 ERLANGEN

Prof. Dr. U. STAUDE  
Mathematisches Institut  
Universität Mainz  
Saarstr. 21  
6500 MAINZ

Dr. F. ZANOLIN  
Università degli Studi  
Istituto Matematico  
P.le Europa 1  
I-34100 TRIESTE  
(Italien)